

TESIS DOCTORAL

**LAS REPRESENTACIONES MENTALES EN
LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE
MECÁNICA CLÁSICA**

MG. Patricia Mónica Sánchez Roger

**Departamento de Psicología Evolutiva y de la
Educación**

Facultad de Psicología

UNED

2011

**Departamento de Psicología Evolutiva y de la
Educación**

Facultad de Psicología

**LAS REPRESENTACIONES MENTALES EN LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MECÁNICA
CLÁSICA**

MG. Patricia Mónica Sánchez Roger

DIRECTOR: Juan Antonio García Madruga,

CODIRECTORA: Nuria Carriedo López

Agradecimientos

A mis tres amores, Fernando, Andrés y Marina, por el apoyo, la contención y la infinita paciencia que me tuvieron en estos años.

A Marta, mi gran amiga, a cuyo sostén y ánimo le debo el haberme embarcado en este doctorado y llegar a esta instancia.

A "las chicas": Hilda y Elena, que colaboraron desinteresadamente en los estudios y la más joven del grupo, Ale, que siempre estuvo dispuesta a escucharme y me ayudó cada vez que una tabla o una gráfica me hacían perder la paciencia.

A mis directores, Juan Antonio y Nuria, que con dedicación, rigurosidad y mucho afecto me indicaron el camino, que no me resultó fácil.

Les doy las gracias. Sin el sostén de todos ellos esta tesis no hubiera sido posible.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1	15
1.1 INTRODUCCIÓN.....	15
1.2 MOTIVACIÓN.....	15
1.3 OBJETIVOS.....	18
1.4 PREGUNTAS PARA LA INVESTIGACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	18
1.5 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	20
1.5.1 Qué se entiende por “problema”.....	20
1.5.2 El proceso de resolución.....	21
1.6 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO	23
CAPÍTULO 2	
MARCO TEÓRICO DE LA FÍSICA	27
2.1 INTRODUCCIÓN.....	27
2.2. UN ESQUEMA PARA UN ANÁLISIS CONCEPTUAL DE LAS INTERACCIONES.....	28
2.3. CARACTERIZACIÓN DE LAS INTERACCIONES	32
2.4. CARACTERIZACIÓN DE LA DINÁMICA.....	33
2.5. LAS LEYES DE NEWTON.....	34
2.5.1. Primera ley de Newton como <i>enunciado del equilibrio</i>	35
2.5.2. Diagrama del cuerpo libre o aislado (DCL).....	37
2.5.3. Segunda ley de Newton como <i>relación causal</i>	39
2.5.4. Tercera Ley de Newton como <i>Principio de Interacción</i>	41
2.6. VALIDEZ Y LIMITACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON.....	42
2.7. DESCRIPCIÓN DE LAS PRINCIPALES FUERZAS EN LOS SISTEMAS MECÁNICOS.....	46
2.7.1. Fuerza de atracción gravitatoria.....	46
2.7.2. Fuerzas originadas en las superficies de apoyo.....	48
2.7.3. Fuerzas transmitidas por hilos flexibles y por puntales.....	52
2.7.4. Fuerza elástica.....	53
CAPITULO 3	
MARCO TEÓRICO EN EL CAMPO DE LA PSICOLOGÍA COGNITIVA	55
3.1 INTRODUCCIÓN.....	55
3.2 PRIMEROS APORTES AL ESTUDIO DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS.....	57
3.3 LA PERSPECTIVA DEL PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.....	59
3.3.1 La arquitectura general del sistema humano de procesamiento de la información.....	59
3.3.2 La perspectiva del PI y la resolución de problemas.....	64
3.3.2.1 El modelo de Newell y Simon.....	64
3.3.2.2 Los sistemas de producciones.....	69
3.3.2.3 El paradigma experto-novato.....	72
3.4 LA TEORÍA DE LOS MODELOS MENTALES.....	74
3.4.1 Naturaleza de los modelos mentales.....	76

3.4.2 Tipología de los modelos mentales.....	80
3.5 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EL RAZONAMIENTO INFORMAL.....	84
3.6 COMPRENSIÓN DE TEXTOS.....	88
3.7 LINEAMIENTOS TEÓRICOS ADOPTADOS EN LA PRESENTE TESIS PARA ABORDAR EL ESTUDIO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CAMPO DE LA FÍSICA.....	91
3.8 INVESTIGACIONES PREVIAS.....	93
CAPÍTULO 4	107
ESTUDIO I: INDAGACIÓN EXPLORATORIA	108
4.1 INTRODUCCIÓN.....	108
4.2 METODO.....	111
4.2.1 Participantes.....	111
4.2.2 Materiales.....	111
4.2.3 Procedimiento.....	132
4.3 RESULTADOS.....	132
4.3.1 Análisis de las actuaciones de los estudiantes en cada problema.....	133
4.3.2 Análisis global de las actuaciones de los estudiantes.....	149
4.4 CONCLUSIONES.....	162
4.5 DERIVACIONES PARA EL DISEÑO DEL INSTRUMENTO DEL ESTUDIO EN PROFUNDIDAD	164
CAPÍTULO 5	169
ESTUDIO II: ANÁLISIS DE LAS RESOLUCIONES PARA DIFERENTES FORMATOS DE ENUCIADOS	169
5.1 INTRODUCCIÓN.....	169
5.2 METODO.....	171
5.2.1 Participantes.....	171
5.2.2 Materiales.....	171
5.2.2.1 Caracterización de la situación problemática 1 (SP1).....	173
5.2.2.2 Caracterización de la situación problemática 2 (SP2).....	183
5.2.2.3 Prueba del material.....	189
5.2.3 Diseño y Procedimiento.....	189
5.3 RESULTADOS.....	190
5.3.1 Análisis de las resoluciones de la SP1.....	196
5.3.1a Correspondencias múltiples entre variables.....	196
5.3.1b Clasificación de los individuos por afinidades.....	202
5.3.2 Análisis de las resoluciones de la SP2.....	212
5.3.2a Correspondencias múltiples entre variables.....	212
5.3.2b Clasificación de los individuos por afinidades.....	214
5.4 DISCUSIÓN.....	221

CAPÍTULO 6.	
ESTUDIO DE CASOS	227
6.1 INTRODUCCIÓN.....	227
6.2 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.....	228
6.2.1 Participantes.....	228
6.2.2 Materiales.....	228
6.2.3 Procedimiento.....	234
6.3 RESULTADOS.....	236
6.3.1 Análisis global de las actuaciones de los estudiantes.....	236
6.3.1.1 Organización de la información.....	245
6.3.2 Análisis interpretativo de la Situación problemática 1.....	249
6.3.2.1 Enunciado concreto -con gráfica- sin datos numéricos: caso Damián.....	249
6.3.2.2 Enunciado concreto – sin gráfica – sin datos numéricos. Caso Pedro.....	264
6.3.2.3 Enunciado concreto –con gráfica– con datos numéricos. Caso Luis.....	271
6.3.2.4 Enunciado concreto – sin gráfica – con datos numéricos: caso María.....	277
6.3.2.5 Enunciado abstracto - sin gráfica - sin datos numéricos. Caso Raquel.....	281
6.3.2.6 Enunciado abstracto –con gráfica– sin datos numéricos. Caso Carlos.....	285
6.3.2.7 Enunciado abstracto –con gráfica– con datos numéricos. Caso Ana.....	289
6.3.2.8 Enunciado abstracto – sin gráfica– con datos numéricos. Caso Pablo.....	294
6.3.3 Análisis interpretativo de la Situación problemática 2.....	297
6.3.3.1 Enunciado concreto –con gráfica– sin datos numéricos. Caso Raquel.....	297
6.3.3.2 Enunciado concreto – sin gráfica – sin datos numéricos. Caso Pablo.....	303
6.3.3.3 Enunciado concreto –con gráfica– con datos numéricos. Caso Carlos.....	308
6.3.3.4 Enunciado concreto – sin gráfica – con datos numéricos. Caso Ana.....	313
6.3.3.5 Enunciado abstracto –con gráfica– sin datos numéricos. Caso María.....	318
6.3.3.6 Enunciado abstracto –sin gráfica– sin datos numéricos. Caso Pedro.....	321
6.3.3.7 Enunciado abstracto –con gráfica– con datos numéricos. Caso Luis.....	325
6.3.3.8 Enunciado abstracto –sin gráfica– con datos numéricos. Caso Damián.....	329
6.4 DISCUSIÓN.....	332
CAPÍTULO 7	
CONCLUSIONES	363
7.1 INTRODUCCION.....	363
7.2 TRABAJO EMPIRICO.....	363
7.3 PRINCIPALES APORTES.....	374
7.4 LIMITACIONES.....	383
7.5 IMPLICANCIAS EDUCATIVAS.....	384
7.6 ALGUNAS POSIBLES DERIVACIONES.....	387
BIBLIOGRAFÍA	391
ANEXO I. TABLAS DE ANÁLISIS DE LAS TRANSCRIPCIONES	405

LISTA DE TABLAS Y CUADROS

CAPÍTULO 4

Tabla 4.1: Caracterización de los enunciados de los problemas del estudio exploratorio, sus alternativas de solución y los conocimientos físicos requeridos.

Tablas 4.2 a 4.4: Condiciones de las interpretaciones alternativas correspondientes al problema 1 y al problema 3.

Tablas 4.5 a 4.7: Análisis de las respuestas relacionadas con el estado de movimiento de los cuerpos en los 3 problemas.

Tabla 4.8: Síntesis de los resultados del análisis de las resoluciones del Problema 1 correspondiente a dos cuerpos en movimiento relativo.

Tabla 4.9: Síntesis de los resultados del análisis de las resoluciones del Problema 3b correspondiente a dos cuerpos en movimiento relativo.

Tabla 4.10: Síntesis de los resultados del análisis de las resoluciones del Problema 2, correspondiente a dos cuerpos en reposo.

Tabla 4.11: Síntesis de los resultados del análisis de las resoluciones del Problema 3a, correspondiente a dos cuerpos en reposo relativo.

Tablas 4.12 a 4.15: Criterios utilizados en el análisis de las respuestas de los estudiantes.

CAPÍTULO 5

Cuadro 5.1: Diagrama de la organización de los cuatro formatos de los enunciados.

Tabla 5.1: Condición impuesta al movimiento de los cuerpos, soluciones posibles y tipos de conocimientos involucrados en las dos situaciones problemáticas del Estudio II.

Cuadro 5.2: Tipos de enunciados correspondientes a la SP1

Tabla 5.2: Inferencias requeridas para el procesamiento del enunciado concreto de la SP1.

Tabla 5.3: Inferencias requeridas para el procesamiento del enunciado abstracto de la SP1.

Cuadro 5.3: Tipos de enunciados correspondientes a la SP2.

Tabla 5.4: Inferencias requeridas para el procesamiento del enunciado concreto de la SP2.

Tabla 5.5: Inferencias requeridas para el procesamiento del enunciado abstracto de la SP2.

Tablas 5.6a.y 5.6b: Dimensiones de análisis, variables y modalidades.

CAPÍTULO 6

Cuadro 6.1: Diagrama de la organización de los ocho formatos de los enunciados.

Cuadro 6.2: Tipos de enunciados correspondientes a la SP1.

Cuadro 6.3: Tipos de enunciados correspondientes a la SP2.

Tabla 6.1: Distribución de los diferentes tipos de enunciados entre los 8 alumnos participantes.

Tablas 6.2 a 6.4: Variables, indicadores y modalidades correspondientes a las diferentes dimensiones de análisis.

Tablas 6.5 a 6.8: Análisis del protocolo correspondiente al enunciado concreto-con gráfica – sin datos numéricos de la SP1. Caso Damián.

Tabla 6.9: Síntesis de las estructuras de los esquemas de resolución para los diferentes enunciados de la SP1.

Tabla 6.10: Síntesis de las estructuras de los esquemas de resolución para los diferentes enunciados de la SP2.

Tabla 6.11: Índices que dan cuenta del grado de complejidad de las resoluciones de los diferentes tipos de enunciados.

Tabla 6.12: Caracterización de las soluciones alcanzadas en las resoluciones de los diferentes tipos de enunciados.

LISTA DE FIGURAS Y ESQUEMAS

CAPÍTULO 2

Figuras 2.1 y 2.2: cuerpos en movimiento

Figura 2.3. Diagrama de interacción entre el sistema, el medio ambiente y el observador.

Figuras 2.4 a 2.6: diagrama de fuerzas aplicadas sobre una partícula.

Figura 2.7: Divisiones de la Física según el tamaño y la velocidad del sistema estudiado.

Figura 2.8: Interacción gravitatoria entre 2 partículas m_1 y m_2 separadas una distancia r .

Figura 2.9: Fuerza ejercida por la Tierra sobre una partícula de masa m .

Figuras 2.10 a 2.14: Fuerzas de contacto en superficies de apoyo.

Figura 2.15: Diagramas de fuerzas ejercidas por cuerdas.

Figura 2.16: Fuerza que un resorte ejerce sobre un cuerpo.

CAPÍTULO 3

Figura 3.1: Representación esquemática de los procesos involucrados en la arquitectura cognitiva SOAR.

CAPÍTULO 4

Figura 4.1: Efectos de sujetos actuando sobre diferentes objetos.

Figura 4.2: Problemas propuestos a los estudiantes en el estudio exploratorio.

Figuras 4.3 a 4.21: Representación de diagramas de cuerpo libre (DCL) y de pares de acción para las diferentes alternativas de solución de los 3 problemas del estudio exploratorio.

Figura 4.22: Caracterización tipológica de los modos de reconocimiento de la fuerza de roce (en el recuadro se detallan la cantidad de integrantes de cada clase).

Figura 4.23: (a) Esquema de fuerzas que da cuenta de un razonamiento erróneo por parte de algunos alumnos y (b) esquema de razonamiento sugerido.

CAPÍTULO 5

Figuras 5.1 y 5.2: DCL correspondiente a los cuerpos de la SP1.

Figura 5.3: DCL correspondiente a los cuerpos de la SP2.

Figuras 5.4a y b: Distribución de las modalidades de las variables activas para la SP1

Figura 5.5: Caracterización tipológica de los modos de comprensión y resolución de la SP1.

Figuras 5.6 a 5.8: Copias de las resoluciones efectuadas por un estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de cada una de las clases obtenidas en la SP1.

Figura 5.9: Distribución de las modalidades de las variables para la SP2.

Fig. 5.10: Clasificación de individuos por afinidades en la resolución de la SP2.

Figuras 5.11 a 5.13: Copias de las resoluciones efectuadas por un estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de cada una de las clases obtenidas en la SP2.

CAPÍTULO 6

Figura 6.1: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP1 con enunciado concreto con gráfica y sin datos numéricos. Caso Damián.

Esquema 6.1: Representación del proceso de resolución de la SP1 correspondiente al enunciado concreto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso Damián.

Figura 6.2: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP1 con enunciado concreto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pedro.

Esquema 6.2: Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado concreto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pedro.

Figura 6.3: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP1 con enunciado concreto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Luis.

Esquema 6.3: Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado concreto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Luis.

Figura 6.4: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP1 con enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso María.

Esquema 6.4: Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos .Caso María.

Figura 6.5: Diagrama de la evolución de los modelos en la resolución de la SP1 con enunciado abstracto, sin gráfica ni datos numéricos. Caso Raquel.

Esquema 6.5: Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado abstracto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Raquel.

Figura 6.6: Diagrama de la evolución de los modelos en la resolución de la SP1 con enunciado abstracto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso Carlos.

Esquema 6.6: Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado abstracto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso Carlos.

Figura 6.7: Diagrama de la evolución de los modelos en la resolución de la SP1 con enunciado abstracto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Ana.

Esquema 6.7: Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado abstracto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Ana.

Figura 6.8: Diagrama de la evolución de los modelos en la resolución de la SP1 con enunciado abstracto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Pablo.

Esquema 6.8: Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado abstracto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Pablo.

Figura 6.9: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado concreto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso Raquel.

Esquema 6.9: Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado concreto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso Raquel.

Figura 6.10: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos

Esquema 6.10: Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado concreto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pablo.

Figura 6.11: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la Situación 2 con enunciado concreto con gráfica y con datos numéricos. Caso Carlos.

Esquema 6.11: Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado concreto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Carlos.

Figura 6.12: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la Situación 2 con enunciado concreto sin gráfica y con datos numéricos. Caso Ana.

Esquema 6.12: Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Ana.

Figura 6.13: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la Situación 2 con enunciado abstracto con gráfica y sin datos numéricos. Caso María.

Esquema 6.13: Secuencia de operadores y modelos correspondientes a la resolución de la SP2 con enunciado abstracto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso María.

Figura 6.14: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado abstracto sin gráfica ni datos numéricos. Caso Pedro.

Esquema 6.14: Representación de la resolución de la SP2 con enunciado abstracto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pedro.

Figura 6.15: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado abstracto con gráfica y con datos numéricos. Caso Luis.

Esquema 6.15: Representación de la resolución de la SP2 con enunciado abstracto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Luis.

Figura 6.16: Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la Situación 2 con enunciado abstracto sin gráfica y con datos numéricos. Caso Damián.

Esquema 6.16: Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado abstracto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Damián.

Figura 6.17: Tiempo de resolución en función del tipo de enunciado para SP1 y SP2.

Figura 6.18: Número de relecturas en función del tipo de enunciado para SP1 y SP2.

Figura 6.18: Número de relecturas en función del tipo de enunciado para SP1 y SP2.

Figura 6.22: Consideración de la carga interactuando con el piso de la camioneta.

Figura 6.23: Dibujo incluido en los enunciados con gráfica: (a) concretos y (b) abstractos.

Figura 6.24: Diagrama de cuerpo libre del papel en diferentes condiciones.

Figura 6.25: Modelo de actuación de los estudiantes cuando resuelven un problema de referente concreto.

Figura 6.26: Modelo de actuación de los estudiantes cuando resuelven un problema de referente abstracto.

CAPÍTULO 7

Figura 7.1: Reproducción del esquema de resolución de la SP1 en una versión concreta.

Figura 7.2: Reproducción del esquema de resolución de la SP1 en una versión abstracta.

CAPÍTULO 1

1.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se comentan los motivos que han dado lugar a la elección del tema y su importancia en el campo de investigación de la Psicología Cognitiva, presentándose los fundamentos de la investigación desarrollada en esta tesis. En forma sucinta, se desarrollan los aspectos teóricos bajo los cuales se ha enfocado la resolución de problemas, y, a través de una breve mirada histórica, se señalan algunas corrientes psicológicas cuyos aportes fueron abriendo camino a la actual Psicología Cognitiva. Asimismo, se establecen consideraciones en relación con otros trabajos vinculados al tema de esta investigación. En este marco se presenta la especificación del problema de nuestra investigación propiamente dicho, la hipótesis de trabajo y los objetivos que se pretenden alcanzar. Finalmente, se plantea un panorama general de la manera en que se ha organizado el resto del trabajo, comentando brevemente el contenido de los demás capítulos.

1.2 MOTIVACIÓN

La resolución de problemas es un aspecto central en las actividades profesionales y una de las tareas cotidianas más frecuentes de toda persona. Inclusive, muchas actividades de esparcimiento se basan en la resolución de problemas en forma de juegos. Durante ellas el individuo observa, analiza, escucha, relaciona, organiza, consulta, diseña, infiere, supone, imagina, argumenta, predice, prueba. A través de los distintos modos de enfrentarse y resolver las situaciones se crea un espacio donde se manifiestan las capacidades cognitivas del individuo.

La resolución de problemas constituye, además, uno de los ejes sobre los que se centra el aprendizaje y la evaluación del aprendizaje en los cursos

universitarios de Física básica. Los resultados alcanzados por el estudiante en tal actividad se utilizan como elementos para inferir juicios acerca de los conocimientos conceptuales del sujeto, así como de los aspectos procedimentales articulados mediante las técnicas y estrategias utilizadas para dar respuesta a la situación.

En mi trabajo como auxiliar y profesora en cátedras de Física básica universitaria en la formación de futuros ingenieros, he detectado y sigo detectando las dificultades de los estudiantes al abordar la resolución de problemas, fundamentalmente en las etapas iniciales, a pesar de disponer de los aspectos conceptuales específicos implicados en la resolución, previamente trabajados. Para salvar esas dificultades se requiere siempre la intervención de personas con dominio en el área específica de conocimiento, conocidas en la literatura como “expertos”.

Dichos expertos son los docentes a cargo de las clases de práctica de problemas con experiencia y dominio en el área, pero que suelen atender de forma prioritaria a aspectos meramente algorítmicos. En algunos casos, están involucrados en esta actividad ingenieros y doctores en Física que desarrollan tareas de investigación en la especialidad, pero sin formación en el área de la enseñanza. La intervención de estos docentes provoca efectos diferentes en los estudiantes, dando indicios de diferencias individuales en la superación de los obstáculos que dificultan la resolución.

En trabajos de investigación realizados por el Grupo de Conceptualización en la enseñanza de las Ciencias que en la actualidad codirijo (Llonch, Sánchez y Massa, 1998, 2000; Llonch, Massa, Sánchez y Petrone, 2002; Massa, Sánchez, Llonch, 2001; Massa, Sánchez, Llonch y D’Amico, 2000; Massa, Petrone, Sánchez y Sgreccia; 2003; Sánchez, 2004; Sánchez y Massa, 2006; Sánchez, Massa y Rosolio, 2008), se ha detectado que un aspecto fundamental, como es la *comprensión del enunciado* del problema, no se analiza ni se discute en el aula. Se instituye el enfoque del

docente, ya que la mayoría de los profesores suelen resolver los problemas en la pizarra después de una lectura rápida de los enunciados. No se incentiva el trabajo sobre las hipótesis, las interpretaciones y las fundamentaciones erróneas que pueden surgir de la discusión grupal, priorizándose, en su lugar, las respuestas correctas que permiten avanzar en la solución.

Esto fue haciendo crecer mi interés por estudiar aspectos asociados al proceso de resolución de problemas, vinculados con la manera en que las personas “definen” el problema a resolver a partir de la lectura de un texto, comúnmente denominado en los ámbitos académicos “enunciado del problema”. Normalmente, en las evaluaciones a nivel universitario, se detecta que este aspecto constituye la causa de la mayoría de los fracasos.

Básicamente, esto me llevó a precisar el tema central de esta investigación: el estudio de los *procesos asociados con la resolución de problemas a partir de la comprensión del enunciado*, que considero de sumo interés como un aporte para la Psicología Cognitiva desde la Física, ámbito en el cual desarrollo mi actividad profesional en el aula y en tareas de investigación desde hace más de 25 años. He seleccionado la Mecánica Clásica y dentro de ella, puntualmente, la Dinámica de la partícula, dado que en ese dominio las representaciones gráficas externas constituyen un recurso básico para caracterizar las interacciones intervinientes y permiten obtener información relevante sobre las representaciones internas de las situaciones problemáticas que realiza la persona que resuelve. En este contexto, se consideran las **fuerzas** como uno de los mecanismos de interacción entre un sistema y el medio ambiente y entre sistemas diferentes entre sí.

A continuación se detallan los objetivos de esta investigación, las preguntas que han orientado esta tesis y las hipótesis de trabajo enunciadas como respuesta tentativa a dichas cuestiones.

1.3 OBJETIVOS

El objetivo general de esta tesis es estudiar las características de las representaciones internas desarrolladas por los estudiantes al resolver problemas de Dinámica de la partícula presentados con distintos tipos de enunciados.

Interesa, específicamente, analizar la relación entre el tipo de enunciado y las representaciones internas organizadas por el estudiante y su evolución durante la resolución. Se trata además de lograr una aproximación al proceso de construcción de las representaciones internas frente a distintos tipos de enunciados.

1.4 PREGUNTAS PARA LA INVESTIGACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Como se ha mencionado, el tema central de esta investigación es el estudio de los *procesos asociados con la resolución de problemas a partir de la comprensión del enunciado*. Para ello, se parte del supuesto que es posible identificar y caracterizar las representaciones internas de los estudiantes a través de sus representaciones externas tanto discursivas como gráficas mientras resuelve un problema de Física.

En el proceso de resolución de problemas, las representaciones internas pueden manifestarse a través del discurso, tanto oral como escrito, de quien resuelve, como también mediante elementos sugeridos en el dibujo y en el empleo de símbolos. La identificación de algunos rasgos en los mecanismos de representación externa puede dar lugar a la interpretación, por parte del investigador, de las representaciones internas que organizan los estudiantes. Esto brindará información acerca de la estructura conceptual subyacente.

Las preguntas centrales que han orientado esta tesis son: *¿Cómo pueden interpretarse las dificultades observadas en los estudiantes*

*universitarios, de carreras con fuerte base física, en la resolución de problemas que involucren interacciones mecánicas?*¹ y, asumiendo que las representaciones internas de los estudiantes se construyen a partir de la lectura del enunciado *¿Cuál es la relación entre las características del enunciado de estos problemas y las representaciones internas de los estudiantes puestas en juego durante la resolución?*

La hipótesis general de trabajo, como respuesta tentativa a las cuestiones centrales, es la siguiente: “El escaso éxito de los alumnos al resolver situaciones problemáticas que involucren *interacciones* mecánicas está vinculado en forma directa con las dificultades para integrar dichas interacciones conformando un adecuado *modelo mental*”.

Pero la integración de las interacciones supone no sólo la correcta identificación de las mismas, sino una adecuada selección de los elementos del sistema sobre los cuales se manifiestan tales interacciones. A fin de operativizar la hipótesis general, se asumen algunas hipótesis secundarias. Se considera que *las representaciones internas que construye un sujeto cuando resuelve un problema dependen de la forma en que se enuncie* (H1), de modo que será posible identificar y caracterizar modos de resolución diferentes para el mismo problema con diferentes tipos de enunciados. En el tema seleccionado, la dinámica de la partícula, se supone que *los obstáculos en el desarrollo de un modelo mental adecuado se producen cuando no se reconocen las interacciones relevantes, prioritariamente por errores en las fuerzas de rozamiento* (H2). Cabe aclarar que se considera que un modelo mental es adecuado si permite arribar a una solución exitosa del problema. Por

¹Como se ha mencionado se han seleccionado problemas de Dinámica de la partícula, ya que para su resolución se requiere realizar, para cada uno de los cuerpos que intervienen, del *diagrama de cuerpo libre* (DCL), en el cual se deben representar todas las fuerzas que el resto de los cuerpos ejercen sobre él. De este modo, el DCL se constituye en una representación externa que permite obtener información directa sobre las interacciones que el estudiante considera relevantes, identificando además la dirección y sentido en que supone que actúan.

último se considera que *las representaciones proposicionales sustentadas en modelos mentales inadecuados pueden permitir algunos movimientos correctos, pero no llevan a una solución correcta* (H3).

1.5 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1.5.1 Qué se entiende por “problema”

Para que una situación se constituya en un *problema*, es necesario que el individuo lo reconozca como tal - se constituya en un desafío - y no disponga de estrategias inmediatas para alcanzar la meta. En general, esto es compatible con otras definiciones frecuentes en la literatura:

“...un problema emerge cuando un organismo vivo tiene un objetivo, pero no sabe cómo conseguirlo” (Duncker, 1945, citado en Garham y Oakhill, 1996).

“...un problema consiste en una situación difícil cuya resolución requiere encontrar un camino allí donde anteriormente no se conocía tal, una salida para vencer un obstáculo, con el fin de alcanzar un objetivo que no puede ser inmediatamente obtenido por medios adecuados” (Polya, 1945).

“...una situación cuantitativa o no, que pide una solución para la cual los individuos implicados no conocen los medios o caminos evidentes para obtenerla” (Krulik y Rudnik, 1980).

“...una situación que un individuo o grupo quiere resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que lo lleve a la solución” (Lester, 1983).

“...una situación en la que se trata de llegar a una meta, para lo cual han de encontrarse los medios para conseguirlo” (Chi y Glaser, 1985).

“... existe un problema cuando una persona tiene una meta y todavía no ha identificado una forma de alcanzarla” (Gagné, 1985).

“...un desafío, una situación a la que no se puede responder inmediatamente, una contradicción...” (Watts, 1994).

“...existe un problema siempre que queremos conseguir algo y no sabemos cómo hacerlo, es decir, los métodos a nuestro alcance no nos sirven. Dicho de otra manera, tenemos una meta más o menos clara y no existe un camino inmediato y directo para alcanzarla viéndonos obligados, por tanto, a elegir una vía indirecta, es decir, un rodeo” (García Madruga, Moreno y Carriedo, 2002).

Estas definiciones ponen de manifiesto la estrecha vinculación de la resolución de problemas con el proceso de pensamiento. Distintas corrientes psicológicas han abordado la resolución de problemas desde diferentes perspectivas y utilizando también diferentes instrumentos para indagar sobre los procesos involucrados.

1.5.2 El proceso de resolución

La resolución de problemas en las disciplinas científicas es una línea de investigación iniciada hace más de 50 años, fundamentalmente en el área de Matemáticas, que buscaba, entre otros aspectos, responder a posibles diferencias de género, de raza o sociales en la habilidad para resolver problemas; la independencia o dependencia del contenido de las capacidades para la resolución de problemas; por qué algunas personas tienen facilidad para resolver problemas en un área y fracasan en la misma tarea en otras, aún en una misma Ciencia; por qué algunos buenos estudiantes fracasan en las actividades profesionales mientras alumnos con rendimientos más bajos se desempeñan exitosamente. Cuestiones de esta naturaleza han llevado a que ésta sea un área de interés para investigadores de distintos ámbitos de conocimiento: psicólogos interesados en el pensamiento y en los procesos cognitivos, especialistas en la Ciencia de la Computación para simular el razonamiento humano, educadores interesados en los procesos de aprendizaje para diseñar la enseñanza, antropólogos que tratan de explicar las diferencias en el pensamiento y razonamiento de los grupos humanos, de filósofos interesados en la lógica, o empresarios para definir criterios y estrategias de

selección y capacitación de su personal, entre otros. Los distintos enfoques teóricos (psicológicos, lingüísticos, socio-lingüísticos, pragmáticos, históricos-epistemológicos, didácticos, etc.) definen la mirada de los objetos de estudio y compatible con ella, los diseños metodológicos de las investigaciones realizadas, los cuales se caracterizan por su diversidad.

En el contexto de la Psicología Cognitiva en particular, la resolución de problemas es un área de interés en por cuanto implica el procesamiento interno de la información; una actividad mental que opera a través de símbolos o representaciones de la realidad e involucra procesos cognitivos de diferente naturaleza, tales como: percepción, atención, memoria, asociación, razonamiento, toma de decisiones y creatividad.

En el ámbito educativo, la resolución de problemas es reconocida como una actividad necesaria en el proceso de aprendizaje en cualquiera de los niveles de escolaridad (Becerra Labra, Gras-Martí y Martínez-Torregrosa, 2004; Costa y Moreira, 2001; Foster, 2000; Gerase y Dufresne, 2002; Harrison y Treagust, 2000; Heller y Heller, 1995; Heller y Heller, 2000; Hsu, Brewes, Foster y Harper, 2004; Huffman, 1997; Mualem y Bat-Sheva, 2007; Redish, 2003; Redish, Scherr y Tuminaro, 2006; Savelsberg, De Jong y Ferguson-Hessler, 2002; Sherin, 2001; Tuminaro y Redish, 2007; Watts, 1994). Esta tarea contribuye a enriquecer el significado de los conceptos, a construir nuevo conocimiento derivado de los resultados y de las nuevas relaciones establecidas entre los conceptos y a promover la creatividad al aplicar este conocimiento para resolver cuestiones desconocidas (Garret, 1987, 1989, Mettes, Pilot, Roosink y Kramers-Pals, 1981). En este sentido, Nickerson (1986) considera que, como actividad de razonamiento, la resolución de problemas es aún más significativa que la lectura, la escritura y el cálculo para el desempeño exitoso en las actividades escolares.

Al encarar la resolución de un problema, el individuo selecciona e interpreta información, conjetura relaciones y organiza búsquedas activando y

articulando procedimientos. Así, se establecen o refuerzan relaciones entre los conceptos y se consolidan o enriquecen sus significados (Ausubel, Novak y Hanesian, 1997; Garrett, 1988, 1995; Massa, Sánchez y Llonch, 2002; Sánchez, Llonch y Massa, 1998; Sánchez, 2005). El conocimiento alcanzado a través de este proceso no es arbitrario, debe resultar viable, es decir, debe funcionar para lo que pretende explicar o interpretar, confirmado tanto desde la experiencia cotidiana como en términos de las leyes o principios de la disciplina en la que se está llevando a cabo. También debe tener coherencia (Ritchie, Tobin y Hook, 1997) dentro del marco teórico en el cual se sustentan las relaciones y los resultados y debe ser consistente con conocimientos previos, con las condiciones de contorno y con el significado atribuido a la potencial solución buscada.

1.6 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

Como ya hemos expuesto anteriormente, nuestro trabajo se centra en el estudio del proceso de solución de problemas en el campo de la Física, tomando como marco de referencia teórico la investigación tanto teórica como empírica desarrollada desde el marco de la Psicología Cognitiva. De acuerdo con este planteamiento, en el Capítulo 2 se presentan los fundamentos teóricos de la Física como un sistema representacional expresado mediante conceptos, modelos y una formalización matemática que le otorga operatividad. En particular, se describe la importancia de la representación de las interacciones entre un sistema de estudio y el medio ambiente con la finalidad de abordar la resolución de problemas para describir, explicar y predecir el movimiento del sistema. Se presenta, además, una síntesis de la Dinámica newtoniana como marco referencial que se utilizará para analizar la resolución de problemas realizada por los estudiantes universitarios, sujetos de estudio en la presente tesis.

El Capítulo 3 comienza con un análisis de los primeros enfoques utilizados en el análisis del proceso de resolución desde la Psicología (conductismo, gestalt, procesamiento de la información). Se pretende recoger, de manera general, las principales diferencias entre los supuestos básicos y métodos de investigación que, históricamente, han incidido en la *concepción de problema* y el *proceso de resolución*. Se desarrollan luego en profundidad las perspectivas teóricas que sustentan esta tesis: la teoría de Newell y Simon sobre resolución de problemas y las teorías cognitivas vinculadas con los modelos mentales de Johnson-Laird. Se presenta además una revisión de los aportes más significativos de la psicología cognitiva en el análisis de la resolución de problemas de Física y una síntesis acerca de la comprensión de textos, teniendo en cuenta que la interpretación del enunciado constituye la etapa inicial en la resolución.

En los capítulos 4, 5 y 6 se presenta la parte empírica de esta tesis. El Capítulo 4 presenta la primera etapa de la investigación, el Estudio I, que corresponde a un *estudio exploratorio* realizado sobre una muestra de estudiantes universitarios del primer curso de Física para carreras de ingeniería. Este estudio estuvo orientado a la búsqueda de indicadores para el diseño de un protocolo que permitiera indagar la organización de los modelos mentales que acompañan la comprensión del enunciado de un problema. En el Capítulo 5 se presenta, en primer lugar, el material elaborado sobre la base de los resultados del estudio exploratorio, con dos problemas de dinámica newtoniana. A fin de estudiar el efecto de la forma del enunciado, en el Estudio II, se tomaron como variables independientes el tipo de enunciado (*concreto con y sin gráfica, y abstracto con y sin gráfica*), combinado con la presencia de datos numéricos o sólo literales, lo cual da lugar a ocho tipos de problemas distintos. A partir de las resoluciones escritas de los participantes se obtuvo información acerca de los procesos de resolución desarrollados, lo cual permitió analizar los modelos mentales manipulados y su relación con los

diferentes tipos de enunciados. En el Capítulo 6 se presenta el denominado *Estudio III* o *Estudio de casos*, realizado sobre 16 resoluciones de dos problemas, bajo los ocho formatos diferentes combinando las variables mencionadas. Se utilizó la técnica del pensamiento en voz alta, de manera que se obtuvieron dos tipos de registros: la resolución escrita y la grabación en audio de sus expresiones mientras resolvían los problemas.

Finalmente, en el Capítulo 7 se enuncian las conclusiones relevantes, algunos lineamientos para estudios futuros y las posibles implicaciones educativas que pueden ser transferidas al campo didáctico.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO DE LA FÍSICA

2.1 INTRODUCCIÓN

Una teoría científica es una reducción de lo real, utilizando conceptos y abstracciones, que se organizan conformando un *modelo*. En la Física, al estudiar un fenómeno o resolver un problema, la modelización constituye una etapa básica en la cual se procede a la representación de una porción del universo, caracterizada por los atributos que se asumen como relevantes a la cuestión planteada.

En este sentido, una teoría científica puede considerarse un sistema representacional, expresado externamente por su formulación conceptual y matemática, e internamente, en la mente de quien trata de comprenderla. Se entiende por representación *“cualquier notación, signo o conjunto de símbolos que representa (vuelve a presentar) algún aspecto del mundo externo o de nuestra imaginación en su ausencia”* (Eysenck y Keane, 1991).

Ante una demanda de resolución de un problema específico, ya sea en un contexto práctico o para extender el campo de conocimiento disciplinar, es necesario, metodológicamente, generar representaciones del mismo y aplicar estrategias de resolución.

Es por ello que es de sumo interés para la enseñanza de la Física investigar las representaciones internas de los estudiantes, construidas a partir tanto de conceptos intuitivos como de conceptos científicamente compartidos, transmitidos por el profesor o el texto, no siempre alcanzando los niveles de abstracción científicos. Se asume que la estructura de las representaciones internas de los alumnos, se refleja en sus representaciones externas.

En este capítulo se efectuará un análisis del marco teórico de la Física en general y de la Dinámica en particular, relacionándolo con los conceptos psicológicos básicos pertinentes de la Psicología Cognitiva.

2.2. UN ESQUEMA PARA UN ANÁLISIS CONCEPTUAL DE LAS INTERACCIONES

Todos los procesos que se desarrollan espontáneamente en el Universo o aquellos que el hombre provoca en sus diferentes actividades o en el laboratorio involucran *objetos* o *cuerpos materiales*, *interacciones* e *intercambios de energía*. Dado que estos procesos ocurren dentro de una compleja gama de relaciones, para su estudio es necesario, metodológicamente, *aislar mentalmente* aquello que interesa estudiar y que constituirá el *sistema de estudio* o simplemente el *sistema*. Todo lo demás, es decir, el resto del Universo, constituirá el *medio ambiente*.

Por lo tanto, la condición inicial cualquiera sea el problema que se encare, es establecer claramente cuál es el *sistema* de estudio. Esta distinción es sólo mental, ya que el sistema y el medio ambiente estarán vinculados a través de interacciones de distinta naturaleza e intensidad que será necesario precisar para cada caso en particular.

En este contexto, bajo el concepto de interacción se comprende a todo mecanismo mediante el cual el medio ambiente hace sentir su efecto sobre el sistema y viceversa. Por ejemplo:

- a) Cuando se centra la atención en el agua caliente contenida en un recipiente metálico cerrado, se observa una disminución progresiva de su temperatura con el tiempo hasta alcanzar el equilibrio térmico con la habitación donde se encuentra.
- b) Una pelota, en reposo sobre el césped, se pone en movimiento al ser pateada por un niño.

- c) Un globo que se infla con aire, estalla cuando la presión interior supera la presión atmosférica.

En estos ejemplos se ponen de manifiesto diferentes mecanismos de interacción entre el sistema y el medio ambiente; a saber: calor, fuerza y presión respectivamente. Concretamente, en esta tesis, nos centraremos en particular en las fuerzas como mecanismo de interacción².

Otro ejemplo permitirá aclarar estos conceptos:

⇒ Se dispara con un cañón un proyectil con una inclinación α con respecto a la horizontal. Luego de describir una trayectoria, el proyectil choca contra el suelo. Interesa conocer el lugar del impacto.

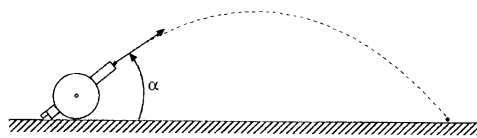


Figura 2.1. Movimiento de un proyectil.

En este caso el *sistema* es el proyectil. La Tierra, el cañón, el Sol, la Luna, etc. constituyen el *medio ambiente*.

Por otro lado, si el sistema se concibe como constituido por otros subsistemas, es decir, se considera el conjunto formado por dos o más cuerpos, entonces será necesario tener en cuenta, además, las interacciones entre estos subsistemas.

Finalmente, se denomina *observador* a aquél que estudia el sistema utilizando instrumentos con los que recoge información (reglas, cronómetros, balanzas, etc.). Si bien el observador forma parte del medio ambiente, se “separa” de él por el papel que juega en el estudio de las interacciones. El

² De aquí, cada vez que se utilice el término *interacción* deberá entenderse que se hace referencia a una fuerza.

observador adopta un sistema de referencia, solidario a él, desde el cual analiza el comportamiento del sistema. Agrega además un sistema de coordenadas constituido generalmente por tres ejes concurrentes mutuamente perpendiculares entre sí, que fija al marco de referencia, orientando convenientemente tales ejes.

Identificado el sistema, el observador debe proceder a su caracterización, es decir, debe establecer las propiedades asociadas al mismo, tales como: forma, color, volumen, temperatura, masa, etc. Todos estos elementos permiten una descripción del sistema en forma “*cualitativa*” y, si dispone de instrumentos de medición adecuados para medirlos, será posible asociar a cada uno de esos elementos un valor numérico. La información se vuelve entonces “*cuantitativa*”.

Si bien el número de propiedades asociadas al sistema puede ser en general muy grande, cuando se estudia un determinado fenómeno se reconoce que sólo algunas de ellas se presentan como relevantes o significativas para la descripción o interpretación del mismo. Las restantes propiedades, no relevantes en una primera instancia, no son consideradas al estudiar el fenómeno.

⇒ En el ejemplo presentado anteriormente, el observador puede adoptar como propiedades del sistema (el proyectil): color, masa, dureza, densidad, temperatura, velocidad, brillo y muchas otras más. Pero si debe responder a la cuestión planteada (¿dónde cae?), su interés es el estudio del movimiento y tendrá que seleccionar las propiedades significativas para resolver esa situación planteada. Así, puede considerar:

Relevantes: masa, velocidad

Relevantes en menor grado: forma, volumen

No relevantes: color, temperatura, etc.

Una vez seleccionadas las propiedades relevantes del sistema y medidas las mismas en un instante determinado, se conocen las condiciones en que se encuentra el sistema en ese instante, es decir, se identifica el estado del mismo. Si el sistema conserva sus propiedades a medida que transcurre el tiempo, es decir, no se observan cambios en los valores numéricos de las mismas, se dice, entonces, que el sistema está en equilibrio, o sea, *no modifica su estado*. Si todas, o al menos una de sus propiedades sufren variaciones en sus valores numéricos, el sistema experimenta un cambio de estado.

⇒ En la figura siguiente se ejemplifica un cambio de estado

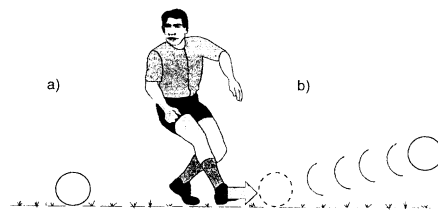


Figura 2. 2.a) El sistema (la pelota) está en equilibrio, b) cambia su velocidad, por lo cual hay un cambio de estado del sistema.

Para explicar estos cambios de estado, es necesario analizar las **interacciones** que el sistema mantiene con el medio ambiente y con el observador.

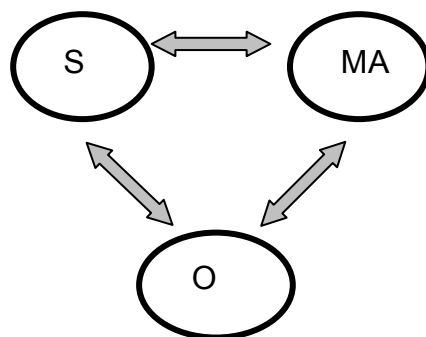


Figura 2.3. Diagrama de interacción entre el sistema, el medio ambiente y el observador.

Desde la perspectiva de la Psicología Cognitiva, según la concepción de Newell y Simon (1976), este proceso de identificación del sistema, el medio ambiente y el estado del sistema, puede asociarse con la configuración del estado inicial del espacio del problema. Considerando a los modelos mentales como estados del espacio del problema, esta identificación correspondería a un modelo inicial que, si corresponde a una situación observable, asumirá el carácter de modelo físico, en el sentido propuesto por Johnson-Laird (1983). El hecho de seleccionar las propiedades relevantes del sistema estaría indicando la conformación de un modelo conceptual, ya que dichas propiedades se asocian a conceptos en el marco de la Física y su selección está enmarcada en la estructura conceptual del sujeto del área de esta Ciencia en el que realiza el análisis.

2.3. CARACTERIZACIÓN DE LAS INTERACCIONES

El estudio, descripción y caracterización de las interacciones constituyen el quehacer científico fundamental. Tales interacciones son de naturaleza variada, de modo que el estudio específico de los distintos tipos de interacción da origen a las distintas áreas de la Física (Mecánica, Termodinámica, Electromagnetismo, etc.).

Las interacciones, además, difieren entre sí por su intensidad. Así, algunas influyen claramente sobre los cambios de estado y, por lo tanto, deben ser tenidas en cuenta en la interpretación de un fenómeno, mientras que otras son leves y su incidencia sobre el sistema introduce variaciones aleatorias. Finalmente, existen interacciones que no dan efectos sensibles y pueden, por lo tanto, ser despreciadas.

Por ejemplo, los cambios de estado del proyectil del ejemplo presentado, durante su movimiento, pueden atribuirse fundamentalmente a la existencia de una interacción gravitatoria entre el proyectil y la Tierra. La interacción del proyectil con el aire introduce modificaciones menores (si la velocidad del

proyectil no es muy grande), y finalmente la interacción gravitatoria entre el proyectil y el Sol y la Luna no producen efectos sensibles en el movimiento.

La categorización de las interacciones por su intensidad permite distinguir entre un *medio ambiente inmediato* y otro *mediato*. El primero será tenido en cuenta para la descripción e interpretación del fenómeno; el segundo sólo se considerará para interpretar efectos azarosos en los comportamientos, determinados por las interacciones leves.

2.4. CARACTERIZACIÓN DE LA DINÁMICA

El enfoque dinámico del movimiento supone la búsqueda de relaciones causales entre los componentes del medio ambiente y del sistema en estudio. Básicamente, está orientado a la interpretación, explicación y predicción del movimiento sobre la base de una formalización de tales relaciones.

La diversidad de posibles movimientos de los cuerpos requiere establecer relaciones espacio-temporales, que permiten clasificarlos en función de sus regularidades en tres grandes tipos: traslación, rotación y rototraslación. Esta clasificación permite establecer un orden en el caótico mundo de los movimientos, y constituye un criterio para generar representaciones espaciales; es decir, lleva a la organización de modelos físicos espaciales, en el sentido de la definición de modelo físicos propuesta por Johnson-Laird (1983).

El comportamiento de los cuerpos durante el movimiento lleva a estudiar incluso su extensión espacial, registrándose que algunos cuerpos no se deforman y otros sí lo hacen. La introducción de un concepto tal como el de "rígido" lleva a conformar un nuevo modelo dentro de la Física correspondiente a un cuerpo indeformable.

Para avanzar en la descripción del movimiento, es decir, establecer las relaciones espacio-temporales, se introduce un nuevo modelo en el campo de la Física: el modelo de *partícula*. El mismo constituye una representación con la

máxima simplicidad para establecer tales relaciones, a fin de involucrar la menor cantidad de conceptos posibles, pero recordando que corresponde a una situación de máxima abstracción y sólo aplicable a limitadas situaciones reales. Se considera como *partícula* o punto material a un cuerpo ideal, representado matemáticamente por un punto; es decir, un objeto sin dimensiones, que sólo puede desplazarse, sin rotar ni deformarse. Si bien un objeto sin dimensiones no existe en la naturaleza, el movimiento de los cuerpos macroscópicos puede ser descrito con un *modelo de partícula* cuando interesa únicamente su movimiento de traslación. Así, se puede considerar a los planetas como partículas al estudiar su movimiento alrededor del Sol, pero no evidentemente cuando se considera su rotación en torno a sus ejes.

Cualquier cuerpo puede dividirse mentalmente en pequeñas partes o partículas, considerándose por tanto un *sistema de partículas*. Un cuerpo extenso y rígido también constituye un sistema de partículas, y en el caso particular que solamente se traslade, todas sus partes se mueven de la misma manera. Ésta es la razón por la cual se puede estudiar este movimiento de traslación con las mismas leyes con que se describe el movimiento de un punto material.

El estudio del movimiento de los sistemas, teniendo en cuenta sus interacciones con el medio ambiente como agentes causales, constituye el campo de la Dinámica. Tal es el sentido otorgado a la Dinámica de la *partícula*, marco referencial desarrollado por Newton (1687) en sus *Principia*.

2.5. LAS LEYES DE NEWTON

Los conceptos fundamentales de la Dinámica de la partícula están contenidos en tres principios físicos, llamados Leyes de Newton, en homenaje a este científico, al que se puede considerar el padre de la Mecánica, por sus decisivos aportes en esta área. Dichas leyes, a pesar de que son válidas para

una partícula, son aplicables también a cuerpos rígidos extensos cuyo movimiento sea sólo de traslación.

La publicación de la obra de Newton, “Principia”, en 1687, constituye uno de los acontecimientos más importantes en toda la historia de la Física. Desarrolló una precisa y poderosa teoría con relación al movimiento, de acuerdo con la cual los “cambios” del movimiento de cualquier objeto, modelado como partícula, son el resultado de las “fuerzas” o interacciones que actúan sobre él. De esta forma sentó las bases del marco teórico de la Mecánica Clásica o Newtoniana. Fue un hito en la historia de las ciencias porque reemplazó un estado meramente descriptivo de los fenómenos por un esquema racional y maravillosamente feliz entre “*causa*” y “*efecto*”. Verdaderamente la naturaleza estrictamente causal de la Mecánica Newtoniana tuvo una importantísima influencia en el desarrollo del pensamiento de la civilización en general, provocando cambios fundamentales acerca de las interpretaciones de la ciencia, la filosofía y la religión, con repercusiones en las ideas sociales y en otras áreas del esfuerzo humano.

Desde el punto de vista del aprendizaje, la identificación y reconocimiento de las interacciones supone que un estudiante construye modelos dinámicos, atendiendo al marco teórico de Johnson-Laird, y desarrolla la posibilidad de operar en situación de aula en forma progresiva, involucrando los modelos conceptuales de la disciplina.

2.5.1. Primera ley de Newton como enunciado del equilibrio

La experiencia demuestra que el movimiento de una partícula dada está relacionado con la naturaleza y disposición de los cuerpos que conforman el **medio ambiente** y que **interaccionan** con la misma.

Cabe, entonces, la siguiente pregunta: *¿Cómo se movería una partícula si estuviera libre de toda influencia externa, es decir, si ningún otro cuerpo ejerciera interacción alguna sobre ella?*

Esta pregunta no puede ser contestada por medio de un experimento real, ya que es imposible aislar totalmente una partícula de los demás cuerpos del Universo. Aún a grandes distancias, los cuerpos de gran tamaño interactuarán con ella, modificando, tal vez en forma apreciable, su movimiento. En cambio sí se puede, en ciertos casos, disminuir continuamente la influencia o incidencia de los efectos capaces de alterar el movimiento. Consideremos el siguiente ejemplo:

Se lanza un bloque sobre un plano horizontal. La experiencia demuestra que al cabo de un cierto tiempo el bloque se detiene.

Parecería ser, entonces, que el *estado normal* de los cuerpos fuera el *reposo* y que solamente efectos exteriores podrían sacarlos y mantenerlos fuera de ese estado. Esta era concretamente la actitud de los filósofos griegos frente al problema, creencia que persistió hasta la época de Galileo. Esta concepción es consecuencia de la experiencia cotidiana, donde la idea de fuerza como interacción está asociada a la presencia de un agente con una explícita intención de su acción. Esto está connotado claramente por acciones volitivamente ejecutadas (“*empujo*”, “*traccio*”, “*sostengo*”). Sin embargo, dentro de las interacciones, existen algunas no claramente reconocidas, como la fuerza de rozamiento, que debe ser “descubierta” en su diversidad de manifestaciones, por lo cual su reconocimiento se ha constituido en un área de especial interés en el estudio general de las interacciones.

Volviendo al ejemplo anterior, si se repite el experimento en superficies cada vez más lisas, se observa que el movimiento tiende a prolongarse en el espacio y el tiempo, poniendo en evidencia la existencia de la fuerza de rozamiento. Asimismo, permite establecer que si se redujera la rugosidad de las superficies en contacto, es decir, si se eliminara la fuerza de roce, entonces el bloque persistiría indefinidamente en su estado de *movimiento rectilíneo y uniforme*. Este tipo de razonamiento, de naturaleza inductiva, fue el que llevó a Galileo a enunciar su Principio de inercia y redefinir la concepción de estado

“normal” de los cuerpos. Esto generó un cambio de teoría que introdujo la organización de nuevos modelos conceptuales. El movimiento rectilíneo y uniforme es, pues, un estado tan normal para los cuerpos como el reposo, si se eliminan todas las influencias externas.

El denominado *Principio de inercia*, también conocido como *Primera Ley de Newton*, no es más que la formalización de la concepción introducida por Galileo y puede enunciarse así:

Toda partícula persiste en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme cuando está libre de acciones exteriores producidas por su medio ambiente.

El estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme de un sistema puede ser modificado por la acción de las *fuerzas*, reconocidas como *interacciones* entre el sistema y el medio ambiente. Esta ley puede interpretarse como una definición cualitativa de fuerza como *toda causa capaz de cambiar la velocidad de una partícula, es decir, de acelerarla.*

El concepto de *fuerza* es en el fondo una técnica para relacionar el medio ambiente con el movimiento de la partícula. Las fuerzas son magnitudes vectoriales, ya que se identifican con una dirección, un sentido y una intensidad.

2.5.2. Diagrama del cuerpo libre o aislado (DCL)

En el ejemplo presentado anteriormente queda claro que el *rozamiento* se manifiesta mediante una fuerza, ya que es capaz de reducir la velocidad e incluso detener el bloque. El *peso* también es una fuerza. Un cuerpo que se suelta (en el vacío) cerca de la superficie de la Tierra verá modificado su estado de reposo y se acelerará como consecuencia de esa única interacción que actúa sobre él. Las atracciones o repulsiones eléctricas y magnéticas, la acción de un resorte estirado o comprimido y el esfuerzo muscular que se hace cuando se tira del picaporte de una puerta son también ejemplos de fuerzas.

Si sobre un determinado sistema que puede estar en reposo o en movimiento, se dibujan *todas* las fuerzas que el medio ambiente ejerce sobre el sistema, se obtiene un esquema que denominado *Diagrama de cuerpo aislado*.

Sea una partícula tal que en un instante determinado su diagrama de cuerpo aislado es el indicado en la Fig. 2a :

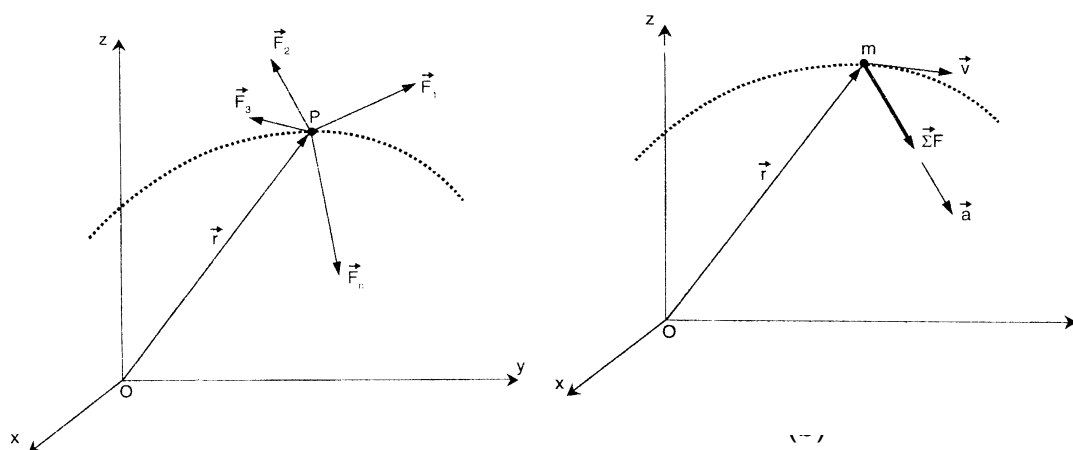


Figura 2.4. (a) sobre una partícula P actúan, en un instante determinado, las fuerzas $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$. Cada fuerza está representada por un vector aplicado en la partícula cuya intensidad, dirección y sentido dependen de la interacción con el medio ambiente. (b) Esas fuerzas se han reducido a una sola fuerza denominada fuerza resultante.

Se denomina *fuerza resultante* a un vector que es suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre la partícula y que se denota con $\Sigma \mathbf{F}$ en la Fig. 2.4 (b).

Es de destacar que en la Primera Ley de Newton no hay distinción entre la ausencia total de fuerzas y la presencia de fuerzas cuya resultante sea cero. Por ejemplo, si empujamos el bloque de nuestro ejemplo con la mano, de tal manera que contrarrestemos exactamente la fuerza de rozamiento que sobre él actúa, el bloque se moverá con movimiento rectilíneo uniforme. De aquí que otra forma de enunciar la Primera Ley es: “*Si no hay una fuerza resultante que actúe sobre una partícula, su aceleración será cero*”.

2.5.3. Segunda ley de Newton como relación causal

Se verifica experimentalmente que:

- a) Si a un bloque ubicado sobre una superficie horizontal lisa (sin roce) se le aplican sucesivamente varias fuerzas horizontales diferentes, las aceleraciones producidas son también diferentes: correspondiendo a la fuerza mayor, la mayor aceleración.

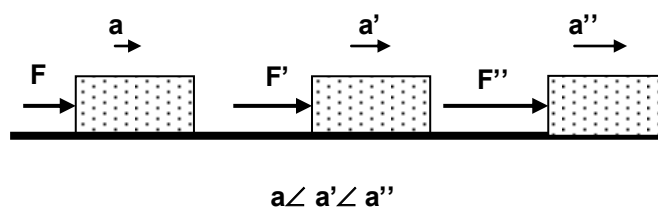


Figura 2.5. Cuanto mayor es la fuerza aplicada a un cuerpo, mayor será su aceleración.

- b) Si, en cambio, se aplica la misma fuerza a bloques de diferente tamaño y del mismo material, las aceleraciones tendrán diferentes valores: los bloques de mayor tamaño tendrán las menores aceleraciones.

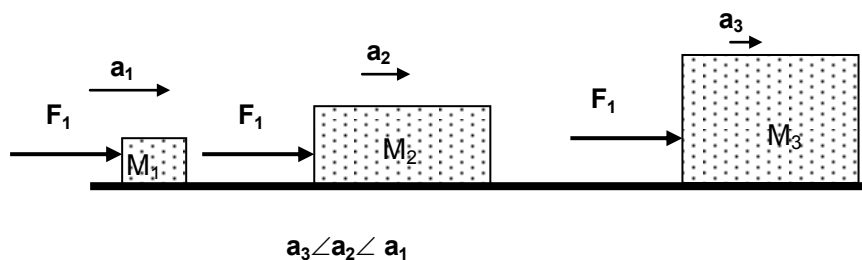


Figura 2.6. Cuanto mayor es la masa de un cuerpo, menor será la aceleración producida por la misma fuerza aplicada.

Todo ocurre como si los bloques de mayor tamaño ofrecieran una mayor resistencia a ser acelerados. A esta resistencia que ofrece un cuerpo a ser acelerado se la denomina *inercia*. Se comprobaría también, en todos los casos, que las aceleraciones tendrían la misma dirección y sentido de las fuerzas.

Con respecto a las intensidades de esas aceleraciones, es evidente que dependen no solamente de las fuerzas, sino también de alguna propiedad de los bloques que nos da una medida de su *inercia*. A esa propiedad se la llama *masa inercial* del bloque o simplemente *masa*.

En función de lo expresado anteriormente, la *2ª Ley de Newton* o Principio de masa, se expresa habitualmente así:

“La aceleración producida por una o varias fuerzas que actúan sobre una partícula, es de magnitud proporcional a la resultante de las fuerzas que obran sobre ella y de su misma dirección y sentido”.

En lenguaje vectorial, la *2ª Ley de Newton* se expresa así:

$$\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

donde \mathbf{a} es la aceleración de la partícula m es la masa y $\Sigma \mathbf{F}$ es la fuerza resultante.

La masa es una constante particular de cada cuerpo que no depende de su movimiento.

De esta forma, la *2ª Ley de Newton* nos suministra una *definición cuantitativa de fuerza*.

En el Sistema Internacional de Unidades la unidad de fuerza es una unidad derivada que surge de la expresión de esta Ley es:

$$[F] = [m] \times [a] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{Newton} = \text{N}$$

La *2ª Ley de Newton* es de utilidad en la resolución de problemas de Mecánica, al permitir operar con los conceptos involucrados: la *masa* como propiedad de los cuerpos, su *aceleración* y las *fuerzas* actuantes sobre los cuerpos como resultado de su interacción con otros cuerpos.

Es importante notar que la primera ley está contenida en la segunda ley como un caso particular, pues cuando:

$\Sigma \mathbf{F} = 0 \Rightarrow \mathbf{a} = 0$ y, por lo tanto, $\mathbf{v} = \text{constante o cero}$.

Cuando un estudiante, al resolver un problema, realiza el diagrama de cuerpo libre del cuerpo o cuerpos que constituyen su sistema, está utilizando una estrategia en el proceso de búsqueda de la solución. Esa representación gráfica constituye una representación externa que pone de manifiesto qué cuerpo o cuerpos seleccionó como sistema y qué interacciones tiene en cuenta; es decir, brindará información al investigador sobre el modelo mental desde el cual encarará la resolución. Ese modelo puede estar sesgado si ignora alguna interacción relevante, si no reconoce correctamente una determinada interacción o si incorpora alguna interacción inexistente.

2.5.4. Tercera Ley de Newton como Principio de Interacción

Vimos que las fuerzas que actúan sobre un cuerpo tienen siempre origen en otros cuerpos.

Es un hecho comprobado por la experiencia que cuando un cuerpo A ejerce una fuerza sobre otro B, éste último ejerce una fuerza opuesta sobre A (par de acción y reacción o par de interacción). Si alguien dudara de esta afirmación, bastaría para comprobarla que diera un puntapié en una pared con su pie descalzo. El dolor que sentiría lo persuadiría de que la pared también ejerce una fuerza sobre su pie. Experiencias más cuidadosas permiten verificar que ambas fuerzas, la acción y la reacción, son iguales en módulo y dirección, pero son de sentido opuesto.

Este hecho queda expresado en la *3ª Ley de Newton*:

“Cuando dos partículas interactúan entre sí, las fuerzas actuantes sobre cada partícula, debidas a esa interacción, tienen el mismo módulo, son opuestas y están dirigidas a lo largo de la recta que une a las dos partículas”.

Las fuerzas F_{12} y F_{21} constituyen lo que comúnmente se denomina un *par de acción y reacción* (denominación histórica) o más convenientemente *par*

de *interacción*, ya que no puede identificarse cuál es la acción y cual la reacción.

Es importante destacar que las fuerzas de “acción y reacción”, a pesar de ser opuestas, nunca se equilibran o anulan entre sí, pues actúan sobre partículas diferentes. Para que dos fuerzas iguales y opuestas se anulen entre sí deben actuar sobre una misma partícula.

El sesgo en el modelado situacional mencionado en la sección anterior, referido al hecho de incorporar en el diagrama de cuerpo libre alguna interacción inexistente, implica ignorar esta 3ª ley. En ese caso, para resolver el problema se requiere “inventar” una fuerza sin que exista ningún elemento del medio ambiente que la produzca.

2.6. VALIDEZ Y LIMITACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON

El enorme éxito que alcanzó la Mecánica Clásica, a partir de Newton, hizo creer en un momento, que no era necesario nada más para describir todo el mundo de los fenómenos físicos.

Esto pareció alcanzar la cúspide al final del siglo XIX cuando algunos científicos pensaban que la Física estaba, en principio, completa. Ellos no podían haber elegido un momento más desafortunado para llegar a esa conclusión, ya que en las décadas siguientes la Física sufriría su mayor cataclismo desde Newton.

El descubrimiento de la radioactividad, del electrón y el núcleo y las sutilezas del electromagnetismo llamaron a nuevas ideas fundamentales.

El análisis de los movimientos a velocidades extremadamente altas, requiere el uso de descripciones modificadas del espacio y del tiempo, descifradas por la Teoría Especial de la Relatividad de A. Einstein.

de la masa de los cuerpos, perdiendo vigencia, por lo tanto, las leyes de la Mecánica newtoniana tal como se han formulado aquí.

La masa de un cuerpo que se mueve con velocidad v , es:

$$m = m_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

donde m_0 es la masa cuando el cuerpo está en reposo y c es la velocidad de la luz.

En la mayoría de las aplicaciones de la ingeniería $v \ll c$ y $m \cong m_0 = \text{cte}$.

- Las leyes de Newton son válidas si los sistemas de referencia son *sistemas inerciales*, es decir, sistemas *no acelerados*.

El concepto de reposo o de movimiento es *relativo*, es decir, depende del sistema de referencia. Se plantea entonces aquí una cuestión muy importante respecto a los sistemas de referencia para los cuales son válidas las Leyes de Newton. Cuando se dice que un cuerpo está en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme para un observador, podría estar acelerado para otro.

Por ejemplo, un tren se mueve con *velocidad constante por una vía recta y horizontal*, y es observado por el pasajero de un automóvil que se mueve por una carretera paralela a la vía. Si el automóvil se mueve a la misma velocidad que el tren y en la misma dirección, al pasajero le parecerá que el tren está inmóvil. Si el auto acelera su marcha, le parece que el tren desacelera. Cuando el automóvil reduce su velocidad, siente que el tren está acelerado. Es decir, el mismo tren puede parecer que se mueve con velocidad constante, que está inmóvil o que se acelera según el estado de movimiento del observador. Por otra parte, las *fuerzas* que actúan sobre el tren son completamente independientes del movimiento del observador. Está claro que las fuerzas (equilibradas) que actúan sobre el tren *no son cambiadas* cuando un automóvil cercano se acelera. En este caso, los

observadores situados en el automóvil pueden decir que son ellos, y no el tren, quienes aceleran con relación a la Tierra. Sin embargo, cada observador *supone que su marco de referencia está fijo* y mide el movimiento de un objeto con relación a dicho marco de referencia.

Es decir que, sólo para ciertos sistemas de referencia se cumplen las Leyes de Newton: los sistemas llamados *inerciales*. En cambio, para un sistema de referencia que se traslada con aceleración o que rota, las leyes de Newton no son válidas.

Es evidente que si en un sistema de referencia se cumplen las Leyes de Newton, también se cumplirán en cualquier otro sistema que se traslade con velocidad constante con respecto al primero. En cuanto a la cuestión de determinar si un sistema es inercial o no, es un asunto de observación y de experimentación. En la mayoría de los casos la Tierra es una aproximación suficientemente buena de un sistema de referencia inercial.

- La 3ª Ley establece que las fuerzas de “acción” y “reacción” son iguales y opuestas cuando ambas se miden en el mismo instante. Este requisito no está de acuerdo con el intervalo finito de tiempo que se necesita para que una partícula perciba la fuerza que la otra partícula ejerce sobre ella. En los problemas prácticos comunes la 3ª Ley de Newton es una aproximación excepcionalmente buena; sin embargo, en las colisiones atómicas esta ley *no siempre* es una buena aproximación.

Cuando las fuerzas de interacción entre cuerpos se ejercen a gran distancia, como, por ejemplo, la atracción gravitatoria entre el Sol y la Tierra, no es tan obvio que deban establecerse en forma simultánea la “acción” y la “reacción” aplicadas a dos puntos separados ciento cincuenta millones de kilómetros entre sí. En realidad, si bien los fenómenos no son totalmente simultáneos, la velocidad de propagación de este tipo de interacciones es

tan grande (velocidad de la luz), que a los fines prácticos se puede considerar que lo son.

2.7. DESCRIPCIÓN DE LAS PRINCIPALES FUERZAS PRESENTES EN LOS SISTEMAS MECÁNICOS

2.7.1. Fuerza de atracción gravitatoria

La característica fundamental de esta fuerza es que está presente siempre entre dos cuerpos cualesquiera, es atractiva y no puede ser modificada desde el exterior.

En general, la interacción gravitatoria entre dos cuerpos del tamaño de los objetos de la vida cotidiana es muy débil y requiere de instrumentos sensibles para ser puesta en evidencia. En cambio, en cuerpos de dimensiones astronómicas, la interacción gravitatoria produce efectos apreciables. La caída de un cuerpo revela la interacción gravitatoria entre el cuerpo y la Tierra. El hecho de que la Luna tenga un movimiento orbital en torno a nuestro planeta y que éste a su vez orbite alrededor del Sol, son claras evidencias de la atracción gravitatoria. Experimentalmente se puede comprobar que la intensidad de la fuerza gravitatoria entre dos partículas es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, es atractiva y está dirigida a lo largo de la línea que las une. Por otra parte, depende, además, de una propiedad intrínseca de cada una de ellas llamada *masa gravitatoria*.

$$F_g = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

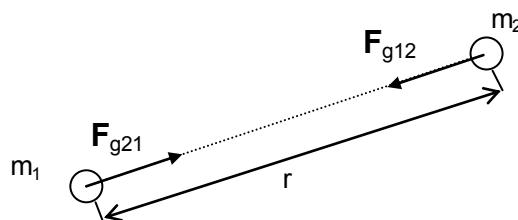


Figura 2.8. Interacción gravitatoria entre 2 partículas m_1 y m_2 separadas una distancia r .

En esta última expresión, G es una constante universal que tiene el mismo valor para cualquier par de partículas, independientemente de su naturaleza.

El valor de G , que ha sido medido experimentalmente, es:

$$G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$$

Si bien esta ley es válida para pares de partículas, se puede demostrar que la fuerza gravitatoria entre dos distribuciones de masa con simetría central o esférica (tal como ocurre en los planetas) viene dada por la misma expresión, siempre que se sobrentienda que r expresa la distancia entre los centros de las distribuciones. Este resultado es de gran importancia para algunas aplicaciones, como la que veremos a continuación:

En la figura siguiente se ha presentado a la Tierra como una esfera de masa M_T y de radio R y un cuerpo de masa m , que se encuentra a una altura h sobre la superficie de la Tierra.

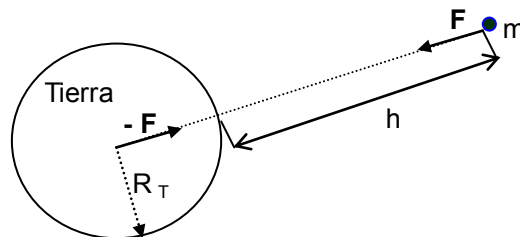


Figura 2.9. Fuerza ejercida por la Tierra sobre una partícula de masa m .

Por lo tanto, la fuerza gravitatoria que la Tierra ejerce sobre la partícula es: $F_g = G M_T.m/(R_T + h)^2$

Si la altura h es mucho menor que el radio de la Tierra ($h \ll R_T$), es decir, para un cuerpo en las proximidades de la superficie de la Tierra, se puede despreciar h frente a R , con lo cual la fuerza gravitatoria toma la forma:

$$F_g = G M_T.m/ R_T^2 \quad , \text{reagrupando se obtiene la expresión:} \quad F_g= m.(G.M_T/ R_T^2)$$

Al factor: $g = G M_T / R_T^2$ se lo llama *aceleración de la gravedad* y su valor es aproximadamente $9,8 \text{ m.s}^{-2}$, registrando pequeñas variaciones de lugar en lugar debido a la forma achatada de la Tierra y también a la distribución no homogénea de su masa (influencia de las formaciones geológicas locales).

En estas condiciones la fuerza gravitatoria sobre un cuerpo debida a la atracción de la Tierra se denomina peso del cuerpo y toma la forma:

$$\text{Peso} = P = m.g$$

Es importante destacar que el *peso* de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae sobre o en las proximidades de su superficie. Es, pues, el resultado de una interacción y no una propiedad del cuerpo.

2.7.2. Fuerzas originadas en las superficies de apoyo

Cuando un cuerpo está en contacto con una superficie rígida fija, su movimiento es normalmente distinto al que tendría si no existiese la superficie.

De aquí se deduce que la superficie ejerce una fuerza adicional sobre el mismo. La componente de esta fuerza en la dirección perpendicular a la superficie que lo sostiene se llama *normal* (**N**) y a la componente en la dirección del movimiento se la designa *rozamiento o fricción* (**fr**).

a) Fuerza normal

Cuando se coloca un cuerpo sobre una superficie horizontal, el mismo se encuentra en equilibrio bajo la acción de dos fuerzas verticales: la fuerza gravitatoria (peso) y la fuerza que la superficie de apoyo ejerce al cuerpo (normal).

La fuerza **N**, tal como indica la figura 2.10 (b), puede considerarse como la resultante de todas las fuerzas $\Delta\mathbf{N}$ de contacto que se hallan distribuidas sobre la superficie del cuerpo y actuando en diferentes direcciones y con distintas magnitudes. Dado que el cuerpo está en equilibrio, las componentes

horizontales de las fuerzas elementales ΔN deben anularse y la suma de las componentes verticales (N) debe equilibrar el peso.

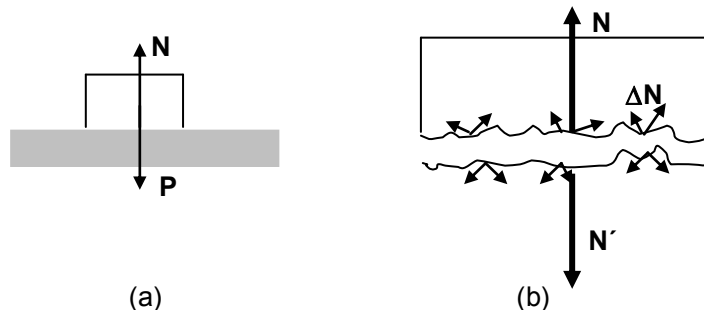


Figura 2.10. (a) Fuerzas sobre un cuerpo apoyado en un plano horizontal. (b) La fuerza normal N como resultante de las fuerzas elementales ΔN de contacto.

Es importante tener en cuenta que la fuerza normal resulta ser de igual módulo que el peso, en el sencillo caso indicado en la figura anterior. Si actúan otras fuerzas, si la superficie está inclinada o acelerada, la normal tendrá, en general, un valor distinto del peso, como puede apreciarse en la figura 2.9.

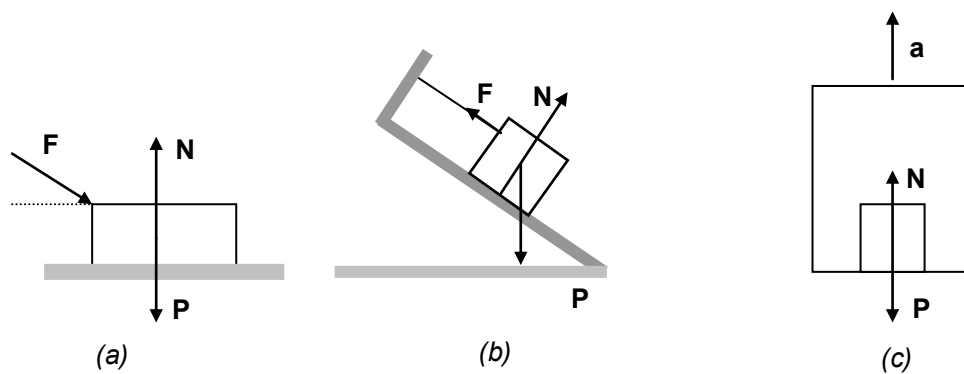


Figura 2.11. En (a) $N = P + F \text{sen} \alpha$. En (b) $N = P \text{cos} \alpha$ y en (c) $N = P (1 + a/g)$

c) Fuerza de rozamiento o de fricción

Cuando se intenta hacer deslizar un cuerpo sobre otro que está fijo, se detecta una resistencia al movimiento que es mayor o menor según la naturaleza de las superficies de contacto, revelando la existencia de algo más que la simple inercia del cuerpo que se está empujando.

Si se tira del cuerpo representado en la figura con una **fuerza horizontal F** , las componentes de ΔN paralelas a la superficie, que antes se equilibraban, ahora se modifican tratando de impedir el movimiento del cuerpo.

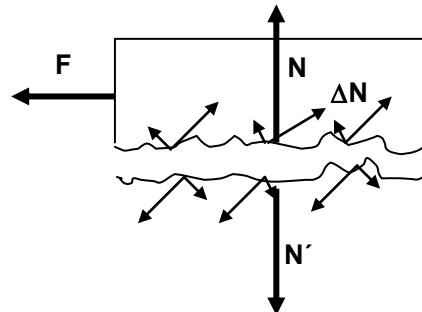


Figura 2.12. Al tratar de hacer deslizar el cuerpo, las fuerzas elementales de contacto se modifican, tratando de oponerse al movimiento.

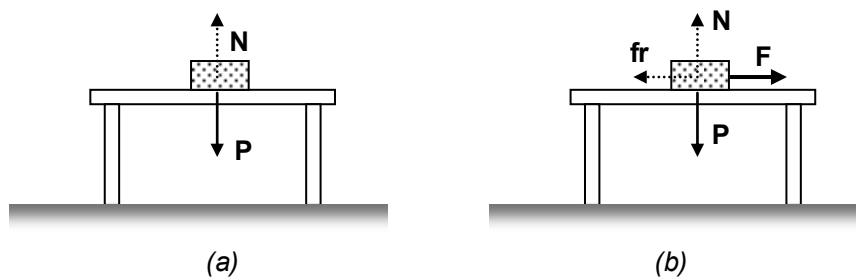


Figura 2.13. (a) La fuerza normal como única fuerza de contacto, (b) al aplicar la fuerza F , aparece la fuerza de roce estático para contrarrestarla.

La suma de las componentes verticales de ΔN , siguen dando el valor de N ; mientras que la suma de las componentes paralelas al plano, pueden englobarse en una única fuerza llamada *fuerza de rozamiento estático* (f_e), que tiene la intensidad, dirección y sentido necesarios para mantener el cuerpo en reposo.

Al ir aumentando la fuerza F , también aumentará la fuerza de rozamiento estático f_e hasta que las componentes horizontales de las fuerzas elementales de contacto ΔN no puedan ya equilibrar al cuerpo y éste comience a deslizar. En otras palabras, *la fuerza de rozamiento estático no puede superar cierto valor máximo*. Se comprueba experimentalmente que para dos superficies

determinadas, el máximo valor de la fuerza de rozamiento estático es aproximadamente proporcional a la fuerza normal que actúa sobre el cuerpo, es decir:

$$f_{e,max} = \mu_e \cdot N$$

donde μ_e , llamado *coeficiente de rozamiento estático*, depende de la naturaleza de las superficies en contacto, pero es independiente del área macroscópica de contacto.

La fuerza de rozamiento estático puede tener cualquier valor comprendido entre cero y el valor máximo, es decir:

$$0 \leq f_e \leq f_{e,max}$$

o escrito de otra forma: $f_e \leq \mu_e N$

En la mayoría de los casos, se comprueba experimentalmente que cuando las dos superficies se desplazan entre sí, la fuerza de roce, que en este caso se llama *cinética* o *dinámica*, es menor que la máxima fuerza de roce estático. El módulo o intensidad de la fuerza de rozamiento dinámico es también directamente proporcional a la fuerza normal.

$$f_d = \mu_d \cdot N$$

Donde μ_d es el *coeficiente de rozamiento dinámico*.

Es importante aclarar que las expresiones algebraicas que relacionan la fuerza de roce estática o dinámica con la normal, corresponden a relaciones de módulos únicamente.

En cuanto a las otras características vectoriales de la fuerza de rozamiento actuante sobre un determinado cuerpo por efecto de interaccionar con una superficie de apoyo, su dirección es paralela a esa superficie y su

sentido es contrario al sentido relativo en que se mueve (o se trata de mover) respecto a dicha superficie.

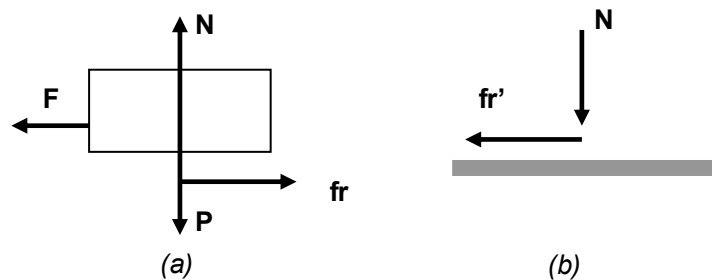


Figura 2.14. a) Diagrama de cuerpo aislado del cuerpo, b) fuerzas que actúan sobre la superficie de apoyo.

En la figura anterior (N y N') y (fr y fr') son pares de acción y reacción o de interacción, que actúan en diferentes cuerpos. fr es la fuerza de rozamiento que el plano le hace al cuerpo y fr' es la fuerza de rozamiento que el cuerpo ejerce sobre el plano (no se indican los pares de acción y reacción de F y P).

2.7.3. Fuerzas transmitidas por hilos flexibles y por puntales

En muchos problemas se ejercen fuerzas sobre cuerpos mediante hilos o cuerdas flexibles y mediante puntales o barras.

Un hilo flexible ideal puede ejercer sólo *tracción*. El hilo no puede estar sometido a compresión, es decir, no puede realizar empujes. Un puntal, en cambio, puede ejercer fuerzas axiales de *tracción* o de *compresión*. La magnitud de la fuerza ejercida por un hilo o por un puntal recibe frecuentemente el nombre de *tensión*.

Si una persona tira del extremo de una cuerda o de una barra con una fuerza de 80 N. y otra tira del extremo opuesto con una fuerza igual y de sentido contrario, la cuerda o la barra ejercen sobre cada persona una fuerza de 80N y la tensión a que está sometida la cuerda o la barra es también de 80N.

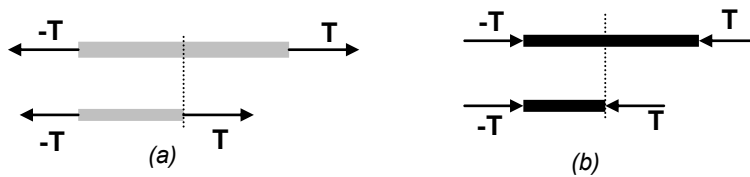


Figura 2.15. (a) La cuerda está en equilibrio porque las fuerzas en sus extremos son iguales y opuestas. En cualquier sección de la misma existe una tensión. b) El puntal está en equilibrio porque las fuerzas en sus extremos son iguales y opuestas. En este caso la tensión T a la que está sometido el puntal es de compresión.

Puede cambiarse la dirección de la fuerza de un hilo o de una cuerda flexible, haciéndola pasar por la garganta de una polea de masa despreciable y sin rozamiento. En la mayoría de los problemas que se trabajan en Dinámica, la masa de las cuerdas y los puntales, serán mucho menor que la masa de los cuerpos sujetos a sus extremos; por lo tanto, se puede “despreciar” su masa y suponer que las fuerzas que se ejercen en sus extremos son iguales y opuestas aunque la cuerda esté acelerada.

2.7.4. Fuerza elástica

Para calcular la fuerza ejercida por un resorte sobre un cuerpo que lo comprime o estira, consideremos un extremo del resorte fijo y el otro sujeto al cuerpo.

Se comprueba experimentalmente que: la intensidad de la fuerza que el resorte ejerce sobre el cuerpo es *directamente proporcional a la compresión (o alargamiento) del resorte*, medida desde la posición de deformación nula. El sentido de esta fuerza es *opuesto* al del desplazamiento, es decir: $F = -k \cdot \Delta r$, donde k es una constante, llamada *constante del resorte*, que depende de las características de construcción del mismo. Por último, la fuerza ejercida por un resorte *no depende de la masa del cuerpo sujeto a él, ni de la velocidad ni del sentido del movimiento del cuerpo*.

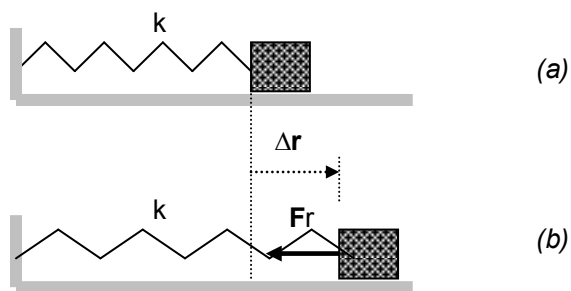


Figura 2.16. Fuerza que un resorte ejerce sobre un cuerpo. En a) el resorte no está deformado. En b) ha sido sometido a una tracción.

Hemos finalizado así la presentación y caracterización de todas las interacciones de naturaleza mecánica, comenzando por la única fuerza de acción a distancia: la fuerza de atracción gravitatoria. El reconocimiento adecuado de algunas o todas esas fuerzas en diversas situaciones problemáticas es determinante para alcanzar una solución correcta. Es por esto que, a partir del marco teórico desarrollado interesa indagar, dado un problema que involucre interacciones ¿qué información se espera que los alumnos tengan en cuenta?, ¿qué indicios dan los alumnos de sus representaciones internas durante la resolución del problema?, ¿qué interacciones privilegian en el momento de efectuar el modelado (la representación) de las situaciones?, ¿cuáles de estas interacciones presentan más dificultades?, ¿qué aspectos relevantes del enunciado tendrían que ser representados para llegar a una solución correcta? Dado que en la resolución se involucran procesos cognitivos vinculados con el procesamiento del enunciado y el desarrollo de la resolución, es la Psicología Cognitiva quien dará respuestas acerca de cómo las personas pueden construir representaciones de un dominio de conocimiento específico, y cómo estas representaciones pueden explicar tanto los fracasos como los éxitos en la resolución de problemas. En el próximo capítulo se desarrollan los fundamentos teóricos de esa disciplina para dar respuesta a tales cuestiones.

CAPÍTULO 3

MARCO TEÓRICO EN EL CAMPO DE LA PSICOLOGÍA COGNITIVA

3.1 INTRODUCCIÓN

En la perspectiva de las teorías del procesamiento de la información, la noción de “representación” desde su propia etimología (re-presentar del latín *repraesentare: volver a presentar*) adquiere un papel relevante. Newell (1980) se refiere a la mente como un sistema físico, que opera con contenidos de naturaleza simbólica que contienen información sobre algo que existe fuera de la mente. Es en este sentido que estos símbolos participan en la organización de las representaciones mentales sobre las cuales opera la mente a través de procesos tales como el razonamiento y la resolución de problemas.

Para una teoría acerca de la resolución de problemas resulta de suma importancia el proceso de construcción de las representaciones, el significado atribuido a la información que las mismas codifican, así como también la dinámica de su transformación durante los procesos de búsqueda, contrastación y validación de los resultados. Para abordar estos aspectos se presenta en primer término una breve descripción de dos corrientes precursoras de la Psicología Cognitiva: el Conductismo y la psicología de la Gestalt, pasando luego a la perspectiva del Procesamiento de la Información, que construye un enfoque explicativo de la conducta humana a partir de procesos y estructuras mentales o simbólicas. Busca así una descripción y análisis de los procesos y estructuras cognitivas: la construcción y naturaleza de las representaciones, el modo de almacenaje y las estrategias que utiliza el sujeto en los procesos de conocimiento. Se desarrollan luego dos enfoques teóricos surgidos en esta perspectiva, particularmente pertinentes para este trabajo ya que ambas han enfatizado el papel de la comprensión en el

razonamiento: la teoría de resolución de problemas de Newell y Simon, y la teoría de los modelos mentales de Johnson-Laird. Se incluyen, además, las contribuciones de las líneas de investigación sobre el razonamiento informal, que permiten dar cuenta de los fallos en la resolución a través de los diferentes sesgos asociados a este tipo de razonamiento no formal.

Teniendo en cuenta que la mayoría de los problemas que resuelven los estudiantes se presentan con enunciados textuales, la comprensión lectora se presenta como un aspecto fundamental para el análisis de las resoluciones. Para ello, se aborda la teoría de Kitsch y van Dijk (1983), que da cuenta de los mecanismos cognitivos que subyacen al procesamiento de un texto. Estos investigadores sostienen que el lector, a partir de sus conocimientos previos, procesa los contenidos del texto transformándolos en proposiciones con significado, conformando su *modelo situacional*. Estos modelos situacionales pueden identificarse con los modelos mentales de Johnson-Laird, para quien la comprensión lectora consiste en la construcción de una representación o modelo mental (García Madruga, 2006).

Posteriormente, se desarrolla el enfoque teórico que va a servir de marco en esta tesis, considerando a los modelos mentales como los estados en el espacio del problema, siguiendo la línea de Galotti (1989).

Finalmente, se exponen las aportaciones de la Psicología Cognitiva a través de diversos estudios de resolución de problemas que muestran los efectos del conocimiento del dominio específico en las tareas de resolución. En particular se presentan estudios en el ámbito de la Física, llevados a cabo por sujetos expertos y novatos en esta ciencia.

3.2 PRIMEROS APORTES AL ESTUDIO DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

En esta breve revisión se presentan los aportes más significativos del conductismo y la psicología de la Gestalt a la problemática de la resolución de problemas. Estas corrientes se desarrollaron en reacción al abuso de la introspección; el conductismo en Estados Unidos y la Gestalt en Europa.

La Psicología Conductista centró sus estudios en los procesos de aprendizaje por estímulo-respuesta, dejando de lado los procesos internos del pensamiento, que siendo no directamente observables “... *nunca podrán ser objetos legítimos, dignos de estudio científico...*” (Mayer, 1991). Se estudiaba la resolución de problemas en términos de la conducta observable o externa del individuo frente a una situación problemática, sin considerar la elaboración interna del proceso de resolución.

En el ámbito de la instrucción en resolución de problemas en ciencias, la técnica implementada consistía en la solución de un “problema tipo” a partir de técnicas específicas, y en el ejercicio o práctica progresiva con problemas similares. Se busca el reconocimiento del “estímulo”, el cual activará, en la mayoría de los casos, la respuesta adecuada. Cuanto más se ejercite el individuo en determinado tipo de problemas, mayor será la posibilidad de acierto. Es importante destacar que una vez hallada la “ecuación” a aplicar, correcta o no, toda la resolución se desarrolla a partir de ella. Por esta razón, aún cuando se plantee una expresión matemática adecuada al problema presentado, las dificultades algebraicas son las que determinarán en definitiva el éxito o fracaso de la resolución. Para esta corriente, pues, el hallazgo de la solución de un problema resulta de la experiencia previa, descrita en términos de asociaciones entre la situación estímulo del problema y la respuesta (García-Madruga, Moreno y Gutiérrez, 2002). La experiencia o conocimiento previo juega, pues, un rol fundamental en la resolución de problemas.

Durante el predominio del conductismo en Estados Unidos, se desarrolló en Europa otra corriente psicológica—la Gestalt—, la cual se centraba en el estudio de la percepción y el pensamiento. Fueron pioneros en el estudio de los procesos de resolución de problemas como actividad creativa, posible a partir de la reestructuración perceptiva que permite una comprensión súbita o “insight” por parte de quien resuelve.

Para la Gestalt, el proceso de resolución de un problema es un intento de relacionar un aspecto de una situación problemática con otro, dando por resultado una comprensión estructural. Esto implica una reorganización de los elementos del problema de manera tal que permita arribar a la solución (Mayer, 1991). Abordar un problema consiste, entonces, en recombinar mentalmente sus elementos una y otra vez, hasta conseguir una configuración estable o gestalt.

Un importante aporte en esta línea fue introducido por Max Wertheimer (1945, citado en Garnham y Oakhill, 1996) quien planteó la diferenciación entre el denominado *pensamiento productivo y reproductivo*. El pensamiento productivo es aquel que supone un reconocimiento de las relaciones entre las gestalts del problema y su reestructuración en una nueva gestalt para alcanzar una solución (“insight”); mientras que el pensamiento reproductivo consiste en la aplicación de respuestas aprendidas a elementos individuales del problema.

La Gestalt considera que el conocimiento o experiencia previa es fundamental en la comprensión de un problema: “...ya que los sujetos, en cuanto poseen alguna experiencia con un determinado tipo de situaciones, tienden a formar representaciones globales y, por tanto, la introducción de cualquier nuevo elemento supone una reestructuración de lo que ya se conoce.” (Carretero y García-Madruga, 1984, *op. cit.* p. 30). Pero también le asocia influencias negativas, como pueden ser las *disposiciones* (“*einstellung*”), formuladas por los psicólogos de la escuela de *Wüzburgo* (Carretero y García

Madruga, 1984). En la solución de problemas reconocen dos tipos de disposiciones: la *fijeza funcional*, que se produce cuando no se percibe que un objeto puede tener un uso diferente al atribuido en primera instancia y la *aplicación mecánica de un método de resolución*, aún cuando sea inadecuado. Estos dos sesgos ponen de manifiesto cómo la experiencia previa puede convertirse en algunas ocasiones en un obstáculo a la hora de resolver problemas. La falta de coherencia en el desarrollo de sus teorías y las condiciones creadas por el nazismo pusieron fin a la psicología de la Gestalt. Aún así, esta corriente puede considerarse como precursora de la psicología cognitiva, pues muchas de las preguntas que se plantearon sus seguidores son las mismas que las que se hicieron luego los psicólogos cognitivos (Mayer, 1991).

3.3 LA PERSPECTIVA DEL PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

3.3.1 La arquitectura general del sistema humano de procesamiento de la información

Si bien se señala que el origen de la nueva Psicología Cognitiva se debió al debilitamiento del conductismo y de la psicología de la Gestalt, es posible reconocer la incidencia conjunta de varios factores sociales, históricos y de otras disciplinas (de Vega, 1984). Así, el desarrollo de las investigaciones en inteligencia artificial con el uso de los ordenadores, la gramática estructural de Chomsky y las obras de Piaget, conformaron una realidad que favoreció el surgimiento de esta nueva línea (Riviére, 1987).

En los planteamientos de la Psicología Cognitiva no sólo pueden verse las rupturas con la corriente conductista y con la Gestalt, sino que hay que reconocer, además, la existencia de continuidades con estas dos corrientes. Por una parte, se retomaron muchas de las preguntas planteadas por los psicólogos de la Gestalt, y su búsqueda de la explicación de la conducta a través de entidades, procesos y disposiciones de naturaleza mental. Por otra,

se mantuvo la exigencia conductista de constituirse como ciencia auténtica basada en la observación científica y en teorías contrastables.

La perspectiva del *procesamiento de la información* (PI), una de las corrientes más representativas de la Psicología Cognitiva, considera al ser humano como un *procesador de información*, con limitaciones y características peculiares, que codifica, almacena y recupera información para responder a los estímulos del medio, de manera que su actividad mental es posible describirla en términos de procesos computacionales. Los trabajos de Newell y Simon (1972), fueron decisivos en la consolidación de esta postura. En su obra *Human Problem Solving*, mostraron cómo la inteligencia humana podía estudiarse desde una perspectiva funcional, a través de los heurísticos que utilizaban las personas al resolver problemas. A partir de este enfoque, se han desarrollado teorías coherentes sobre cómo los sujetos resuelven problemas (García- Madruga, Moreno y Gutiérrez, 2002).

Los primeros modelos del PI, para dar cuenta tanto de la *limitada capacidad de procesamiento* de la cognición humana como de su *flexibilidad* para adaptar ese procesamiento a diversas tareas, asumen que los seres humanos están provistos de un *sistema de procesamiento de información* conformado básicamente por un *almacén sensorial* de corto plazo, una *memoria a corto plazo* (MCP), una *memoria a largo plazo* (MLP) y una serie de procesos de control como la *atención*, el *repaso*, las *operaciones de agrupamiento en la MO*, la *codificación* y la *búsqueda en la MLP*³. El *almacén sensorial* puede retener información proveniente del exterior a través de cualquiera de los sentidos, tiene capacidad muy ilimitada y la información que le llega se pierde muy rápidamente. Si se presta atención a la información del sistema sensorial antes que se desvanezca, una parte puede transferirse a la MCP. Esta memoria tiene también una capacidad limitada, y es crucial en el

³ Si bien diferentes autores han utilizado organizaciones distintas, coinciden en lo básico de la descripción presentada aquí.

sistema por su naturaleza activa y consciente. Allí se mantiene y manipula la información que se usa mientras se está realizando una tarea cognitiva, por lo cual muchos teóricos la han denominado posteriormente *memoria operativa* (MO). La información retenida y codificada en la MCP se transfiere luego a la MLP, que contiene el conocimiento acumulado a partir de la experiencia. Su capacidad es ilimitada, pero algunos elementos pueden perderse si una nueva información bloquea las rutas de recuperación. Esta memoria puede pensarse como un depósito organizado de información en el cual los elementos se recuperan a través de un proceso de búsqueda.

La interacción entre los distintos sistemas de memoria está regida por *procesos de control*, entre los que pueden mencionarse: la *atención*, que permite la transferencia de información desde el almacén sensorial a la MO; el *repaso*, a través del cual se puede lograr una retención activa de la información en la MO; las *operaciones en la MO* para agrupar, seleccionar o inhibir la información; la *codificación*, que permite la transferencia de la información de la MCP a la MLP y la *búsqueda en la MLP*, por la cual puede localizarse un elemento en la dicha memoria (Anderson, 2000; Baddeley, 2003; Maxwell, Masters y Eves, 2000; Maxwell, Masters y Eves, 2003; Mayer, 1991; Robertson, 2001).

Equipado con este sistema, el ser humano recoge y procesa internamente la información a través de las *representaciones mentales*, que convierten la información en un determinado código para poder almacenarla en la memoria y usarla para diversas actividades cognitivas. En la Psicología Cognitiva, se han postulado diferentes *formatos representacionales*, dependiendo del código en el cual se supone que el sistema cognitivo transforma la información proveniente del medio. En este polémico asunto, desde la perspectiva del PI se supone que las representaciones mentales

pueden ser tanto *proposicionales*⁴ como *imágenes mentales*. Se asume, además, que estas representaciones proposicionales pueden simularse computacionalmente, y se almacenan como redes semánticas, donde los nodos representan los conceptos y las conexiones representan las relaciones entre conceptos (García Madruga, Gutiérrez y Carriedo, 2002). Según los teóricos proposicionalistas (Anderson y Bower, 1973; Anderson, 1978; Clark y Chase, 1972; Kintsch, 1974; Pylyshyn, 1981, 1984 y 2003) este tipo de representación mental constituye un código universal básico a través del cual se realizan todas las actividades cognitivas, considerando que las proposiciones son los conceptos representacionales más versátiles, pues pueden utilizarse para expresar todo tipo de información. Las *imágenes*, por su parte, son representaciones analógicas, pues existe un parecido intrínseco entre el fenómeno que se quiere representar y la representación mental. Son consideradas como representaciones específicas que retienen a muchos de los aspectos perceptivos correspondientes a una cierta instancia de determinados objetos o eventos (Corballis, 1988; Folk y Luce, 1987; Kosslyn, Ball y Reiser, 1978; Kosslyn, 1994; Mc Cullen y Jolicoeur, 1990; Paivio, 1971; Robertson, Palmer y Gómez, 1987; Tarr y Pinker, 1989). Según los seguidores de esta línea, las *imágenes* no son solo un tipo de código destinado a favorecer el recuerdo, sino que parecen desempeñar un papel central en el pensamiento creativo. Como se ha mencionado, la cuestión del formato representacional imágenes/proposiciones es polémica en la Psicología Cognitiva. Hay psicólogos cognitivos para los cuales la cognición debe analizarse exclusivamente en términos de representaciones proposicionales, o sea, no hay necesidad de suponer que las imágenes son un tipo especial de representación mental. Para ellos las imágenes pueden reducirse a representaciones proposicionales, que serían también procesadas en el

⁴ Las *representaciones* proposicionales son discretas, abstractas, organizadas según reglas rígidas que captan el contenido ideacional de la mente independientemente de la modalidad original en la que se encontró la información, en cualquier lengua y a través de cualquiera de los sentidos.

“mentales”. Pero existen otros investigadores que no aceptan esta posición y argumentan que las imágenes tienen identidad propia, de manera que pueden rotarse, trasladarse y examinarse mentalmente.

En cuanto a la forma en que las representaciones se organizan y estructuran en la memoria a largo plazo, cabe mencionar las denominadas teorías sobre “*organización esquemática del conocimiento*” (Rumelhart, 1980), que dan cuenta de ello a partir del concepto de *esquema*. Los esquemas son paquetes de conocimiento en los que, además del propio conocimiento, hay información sobre cómo debe usarse ese conocimiento. Es decir, son a la vez conocimiento declarativo y procedimental, y dan cuenta de la importancia que tiene, en el procesamiento de una información nueva, el modo en que el sujeto ha almacenado sus conocimientos previos.

La perspectiva *conexionista*, por su parte, introdujo un cambio en el formato clásico de representación computacional (Rumelhart y McClelland, 1986, Rumelhart, 1989), centrándose en los niveles subsimbólicos que subyacen a los formalismos de alto nivel utilizados por el paradigma cognitivo (Smolensky, 1988). Para sus seguidores, el conocimiento no puede estar localizado, ya que no se encuentra almacenado como tal, sino que es el resultado de la activación de una red de conexiones entre unidades muy simples (similares, pero no identificables, a las neuronas). En una red conexionista, el proceso computacional total está descrito en términos de las interacciones entre miles de procesadores restringidos, de modo que la representación de conocimiento es distribuida a través de estas redes formadas por unidades y conexiones. Por lo tanto, recuperar un determinado contenido representacional supone un proceso de reconstrucción.

Si bien los *sistemas de memoria* y la construcción y manipulación de *representaciones* permiten explicar la conducta humana en las actividades cognitivas, para explicar que la *capacidad de procesamiento* de la cognición humana es a la vez limitada y flexible, es necesario hablar de comportamiento

estratégico. Las estrategias pueden caracterizarse como *“un conjunto ordenado de acciones cognitivas y conductuales tendentes a la consecución de un fin determinado en forma económica y rápida, aunque no segura; es decir, se trata de actividades cognitivas o conductuales que son empleadas deliberadamente para mejorar el rendimiento en las tareas. En este sentido, las estrategias suelen ser conscientes y se relacionan con el “control intencional” de los procesos cognitivos. Se ha dicho con razón que un rasgo básico de la conducta humana es su carácter estratégico”*. (García Madruga, Moreno y Gutiérrez, *op. cit.* p.177). Así, se ha identificado el uso de estrategias no sólo para “salvar” en alguna medida la limitada capacidad de la MO, sino además para facilitar la retención de la información, o mejorar el acceso y recuperación de la información almacenada en la MLP. También se han identificado estrategias que usan las personas cuando resuelven un problema, algunas son generales, como el *análisis de medios-fines, trabajar hacia delante, trabajar hacia atrás, operador submeta* y muchas otras de dominio específico.

Se analizará a continuación el proceso de resolución de un problema tal como es visto por los investigadores de la perspectiva del procesamiento de la información. Al considerar que la resolución de problemas es una forma del pensamiento, en la descripción de este proceso es crucial la noción de *representación* del problema, el *conocimiento* previo del sujeto y las *estrategias* empleadas para una ejecución exitosa.

3.3.2 La perspectiva del PI y la resolución de problemas

3.3.2.1 El modelo de Newell y Simon

Desde la perspectiva del PI se ha estudiado la forma en que un procesador de información (humano o máquina) toma un problema enunciado en lenguaje natural, lo transforma en representaciones internas y, operando sobre ellas, desarrolla la resolución. La teoría fundacional, desarrollada por Newell y Simon (1972) integra las teorías asociacionistas, de las cuales rescata

el papel del conocimiento y de la experiencia previa, y las gestaltistas, dando especial importancia a la comprensión en profundidad del problema. Es una teoría cognitiva que desarrolla un análisis detallado del proceso de resolución, en el cual se reconocen tres componentes básicos:

- el *sistema de procesamiento de la información*: se refiere a las características cognitivas básicas del ser humano que manipula información
- el *ambiente de la tarea*: se refiere a la estructura del problema tal como es presentado al sujeto
- el *espacio del problema*: referido a la representación interna con la cual el sujeto va a resolver.

Desde esta perspectiva, el *espacio del problema*, es decir su representación interna, está constituido por un conjunto de estructuras simbólicas asociadas a la información disponible (estados) y por operadores dependientes de un dominio determinado, que tienen una función común: la construcción de nuevos estados. De este modo, la resolución de un problema consiste en un estado inicial, un estado final y un número de estados intermedios, todos ellos relacionados por operadores que los modifican.

Newell y Simon consideran que el proceso completo de resolución de problemas está compuesto por dos subprocesos que interactúan entre sí: *comprensión* y *búsqueda*. El *proceso de comprensión* implica la asimilación de estímulos y la producción de estructuras de información que permiten que el sujeto comprenda el problema. El *proceso de búsqueda* está dirigido por los productos de la comprensión más que por los estímulos del problema en sí y es responsable de hallar su solución. El proceso de comprensión genera la representación interna del problema, mientras que el proceso de búsqueda genera la solución personal. Si bien podría suponerse que el proceso de comprensión ocurre en primer lugar, y luego comienza la búsqueda a partir de los productos de la comprensión, el desarrollo no es lineal; ambos procesos

ocurren a menudo bien alternativamente o bien simultáneamente, dependiendo del problema a resolver.

El proceso de comprensión, en general, convierte el problema estímulo en la información inicial necesaria para comenzar el proceso de búsqueda. Por lo tanto, el inicio de la comprensión depende en gran medida de la forma en que se presente el enunciado: sólo textual, o textual acompañado de gráficas, diagramas o dibujos que representan situaciones reales o imaginarias.

En este marco, la principal condición para que un sujeto comprenda el problema es que construya un *espacio del problema* adecuado, reconociendo en forma clara el *estado inicial* y los *operadores* aplicables, de manera que cada estado del espacio puede ser alcanzado desde el estado inicial, aplicando alguna secuencia de esos operadores. De este modo, en la construcción del espacio del problema se integra la información presente en el enunciado con los conocimientos previos de quien resuelve.

El *proceso de búsqueda* corresponde al proceso de solución en sentido estricto y puede caracterizarse por un conjunto de aserciones que expresa quien resuelve, a través de las cuales da cuenta de sus creencias acerca del problema. Cada *estado* en el *espacio del problema* corresponde, pues, a un conjunto de aserciones, y los operadores corresponden a ciertas *reglas* que usa el sujeto para modificar aserciones. En este proceso, el individuo explora el espacio del problema, aplicando estrategias que le permitan acercarse a la meta. Una vez construido un adecuado espacio del problema, si individuo en función de sus conocimientos previos, lo reconoce como un problema “tipo”, aplica el algoritmo correspondiente y da por finalizada la resolución. Si no es así, aplicará estrategias generales.

A partir de estas ideas, Ernst y Newell (1969, citados en Garnham y Oakhill, 1996) crearon el Solucionador General de Problemas (SGP) al cual dotaron de una poderosa estrategia general: *el análisis de medios - fines*,

inferida a partir del análisis de protocolos de personas que pensaban en voz alta mientras resolvían distintos tipos de problemas. En esta línea, diversos estudios muestran que en las tareas de dominio de conocimiento débil, como eran los problemas que podía resolver el GPS, los sujetos utilizan las denominadas *estrategias débiles* (Laird, Newell y Rosenbloom, 1987; Newell y Simon, 1972; Newell, 1980), llamadas así ya que no utilizan información específica sobre el dominio del problema, sino sólo procedimientos que pueden aplicarse de manera general (Garnham y Oakhill, 1996). La más simple es la denominada *búsqueda hacia adelante*. En ella, la búsqueda comienza en el estado inicial y los heurísticos son usados para seleccionar un operador entre los aplicables al estado actual. Una vez que el operador es aplicado, el procedimiento se repite. Otra estrategia de este tipo, conocida como *búsqueda hacia atrás*, puede utilizarse sólo si se conoce el estado meta y si los operadores son invertibles, ya que el camino de solución se elabora desde el estado final al estado inicial. Las estrategias de búsqueda hacia atrás dependen en gran medida de la memoria disponible para almacenar estados previos, por lo cual es útil usar la memoria externa (anotando en un papel, por ejemplo), ya que de ese modo permanecerán disponibles más estados previos que si se usa sólo la memoria interna. Una tercera estrategia de las denominadas débiles es el *operador submeta*, según la cual se comienza la resolución aplicando heurísticamente un operador. Si no puede aplicarse porque alguna precondition para su aplicación no se cumple, entonces se busca el modo de cambiar el estado actual de manera tal que la precondition se cumpla. Es una estrategia recursiva, donde se usa la nueva submeta como si fuera el estado solución. Por ejemplo, un estudiante debe calcular la aceleración con la que baja un cuerpo resbalando por un plano inclinado. Para ello aplica la 2ª Ley de Newton en la dirección del movimiento y encuentra una expresión de la aceleración. Pero se da cuenta que no puede calcularla, ya que le queda en función de una fuerza de roce desconocida. Se impone, entonces,

como submeta determinar esa fuerza para luego calcular efectivamente la aceleración pedida.

La estrategia general *análisis de medios-fines*, que se incorporó en el GPS, integra dos de las estrategias débiles: la búsqueda hacia adelante y el operador submeta. Pero la idea más revolucionaria presentada por los creadores del GPS fue considerar que el pensamiento depende de *métodos heurísticos* de solución de problemas. Los *heurísticos* constituyen criterios simples y eficientes para acotar el conjunto de opciones en el camino hacia la meta, a través de los cuales puede hallarse rápidamente pero sin garantía, una solución. Todas las estrategias incorporan los heurísticos, a menudo específicos de dominio, para estrechar la búsqueda. Puede considerarse como un heurístico general calcular simplemente la diferencia entre un estado cualquiera y la descripción del estado deseado. Este heurístico de *reducción de la diferencia* consiste en elegir un operador tal que las diferencias entre el estado actual y la meta sean reducidas al máximo.

Newell y Simon expresaron los heurísticos como reglas condicionales *si...entonces*, es decir, si se cumplen ciertas condiciones, entonces deberá realizarse determinada acción. A partir de estas reglas construyeron el solucionador de problemas como *sistema de producciones*, partiendo de un conjunto de producciones y una estrategia de resolución de conflictos para tomar una decisión si se satisfacen las condiciones para más de una producción (Garnham y Oakhill, 1996). Consideraban que las producciones están almacenadas en la *memoria a largo plazo* y que son los contenidos de la *memoria de trabajo* (que son su foco de atención en determinado momento) los que desencadenan su utilización. Para que se desencadene una producción es preciso que se cumplan las condiciones de la misma (*si...*), por lo tanto las limitaciones de la memoria de trabajo determinarán no sólo cuán complejas podrán ser esas producciones sino además el número de producciones que pueden desencadenarse simultáneamente.

3.3.2.2 Los sistemas de producciones

La generalización del uso de los sistemas de producción tanto en psicología como en inteligencia artificial, sumado al hecho que muchos procesos cognitivos diferentes a la solución de problemas se caracterizaron como procesos de búsqueda (por ejemplo, el análisis sintáctico), sentaron las bases para generar una teoría general de la arquitectura cognitiva de la mente. John Anderson (1983) presentó la primera propuesta para una teoría unificada de la cognición denominada ACT (*Adaptative Control of Thought*), que incorpora, a la memoria de trabajo y a las producciones de la memoria de largo plazo, una base de datos de información de hechos organizada como una red semántica. Este sistema “... es, probablemente, el intento más elaborado de explicitar los supuestos generalistas del marco clásico de procesamiento” (Riviére, 1987, *op. cit.* p. 36). Posteriormente, Newell (1990) propuso otra arquitectura cognitiva que denominó SOAR (State, Operator And Results), según la cual toda la memoria a largo plazo está constituida por sistemas de producciones. Sostiene, además, que la cognición humana contiene una *jerarquía de fines*. SOAR selecciona entre ellos los que requieren una atención inmediata en una determinada tarea y todas las producciones desencadenadas se almacenan en la memoria operativa, excluyendo la idea de solución de conflictos presente en el GPS. Un objetivo seleccionado genera su correspondiente espacio del problema. Cada vez que se quiere lograr un objetivo, se debe iniciar una búsqueda en el correspondiente espacio del problema a través de una serie de operaciones que van desde estado inicial a un estado meta. En esta arquitectura cognitiva, el espacio del problema sigue siendo considerado como una categoría fundamental de la cognición.

SOAR contiene además un mecanismo de aprendizaje, el agrupamiento (chunking) que está dirigido por “*impasses*” o interrupciones del proceso. Esto significa que, cuando el espacio del problema no tiene información suficiente para que se cumpla un determinado objetivo, SOAR interrumpe el proceso

(impasse) crea un nuevo subobjetivo y su espacio de problema correspondiente, para salvar ese impasse. Los *impasses* surgen cuando:

- no hay ningún operador que pueda aplicarse, o bien
- no hay ningún criterio para seleccionar un operador sobre otro, o
- hay un operador aplicable pero no está claro cómo se aplica.

Si SOAR resuelve un *impasse*, se añade una nueva información a la memoria a largo plazo en forma de producción. De este modo SOAR sabrá cómo actuar en el futuro frente a una situación similar (Garnham y Oakhill, 1996).

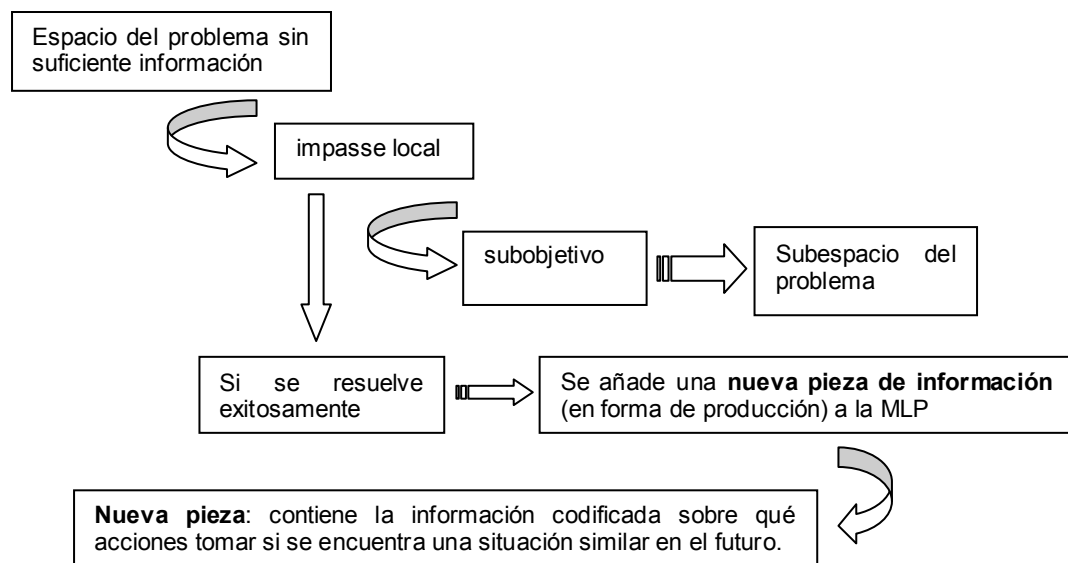


Figura 3.1. Representación esquemática de los procesos involucrados en la arquitectura cognitiva SOAR.

Diversos trabajos de investigación (Greeno, 1974; Thomas, 1974) llegaron a la conclusión que la organización cognitiva de los humanos en las tareas de resolución de problemas es más compleja que la del SGP. Sin embargo, pueden reconocerse dos características básicas que este programa comparte con los humanos: la tendencia a reducir la diferencia entre estados y el uso de diferentes niveles de procesamiento que lleva a la selección de

submetas y a la aplicación de operaciones orientadas por un control ejecutivo (Carretero y García Madruga, 1984).

Esta teoría acerca de la estructura cualitativa de los procesos de solución de problemas, permitió dar cuenta del rendimiento en diferentes tipos de problemas como: ajedrez (Newell y Simon, 1965; Simon y Simon, 1962, citados en Best, 2001, Simon, 1984, 1995) o Lógica (Newell y Simon, 1956, citado en Best, 2001) entre otros. Si bien Newell y Simon analizaron los procesos de comprensión y búsqueda en tareas de dominio de conocimiento *débil*, sus postulados inspiraron estudios en resolución de problemas en contextos de dominio específico que involucran un conocimiento *rico* en una determinada temática.

Como se ha mencionado, la mayor parte de los estudios pioneros en resolución de problemas realizados por los psicólogos cognitivos ha sido de tipo experimental, con variables controladas, implicando tareas de resolución de problemas bien definidos, de contexto lúdico, que sólo requieren un conocimiento sobre las acciones permitidas.

Sin embargo, a finales de la década del 70, algunos estudios se volcaron hacia la resolución de problemas instruccionales de ciencias. Las investigaciones, en las que se implicaron también educadores y especialistas en tales disciplinas, extendieron los resultados anteriores, circunscriptos al ámbito de las estrategias generales, abordando los efectos del conocimiento de dominio específico en las tareas de resolución de problemas.

Por ejemplo, el análisis de las acciones de los sujetos cuando juegan ajedrez orientó el estudio de las diferencias entre los comportamientos de novatos y expertos (Chase y Simon, 1973, de Groot, 1965; citados en Garnham y Oakhill, 1996), destacando que la diferencia más significativa era la cantidad de conocimiento almacenada en la MLP y abriendo camino a los estudios en dominios específicos de conocimiento. Pero muchas de estas investigaciones

se realizaron en condiciones de laboratorio y usualmente con pocos sujetos. De todos modos, permitieron no sólo describir las características del comportamiento experto y novato, sino también simular dichos comportamientos para resolver problemas sencillos y aportar criterios para tratar de lograr la evolución hacia la pericia.

3.3.2.3 El paradigma experto-novato

Gran parte de las investigaciones realizadas en el contexto del paradigma experto-novato se centraron en la caracterización de las representaciones de los problemas, presentando además una descripción de la estructura del conocimiento y de las estrategias utilizadas por los sujetos durante la resolución.

Algunos estudios sobre el comportamiento de expertos y novatos en ciencias establecieron importantes diferencias entre ambos en cuanto a las *estrategias* usadas durante la resolución (Larkin y Reif, 1979; Larkin, Mc Dermont, Priest y Lindsay, 1992; Simon y Simon, 1980; Simon y Simon, 1978).

Otro grupo numeroso de estudios hizo hincapié en las *diferencias en la estructura del conocimiento* (Bransford, Brown y Cocking, 2000; Bruer, 1993; Chi, Glaser y Rees, 1982; de Jong y Ferguson-Hessler, 1986, 1990; Eylon y Reif, 1979, 1984; Glaser y Chi, 1988; Heller y Reif, 1984; Larkin, 1983). Si bien estos estudios se hicieron en forma independiente, todos ellos acuerdan en sus conclusiones que los expertos, a diferencia de los novatos, organizan su conocimiento de manera jerárquica y compilada en paquetes de información que favorece su recuperación ante situaciones nuevas. Los novatos no logran tal organización, lo cual afectaría su efectividad y eficiencia durante la resolución de un problema.

En general, estas investigaciones sobre expertos y novatos explican las diferencias del rendimiento de expertos y novatos en función de las *diferencias en el conocimiento específico*, postulando que los sujetos con un conocimiento

de base más sólido y estructurado en el dominio en cuestión construirán *representaciones* más eficientes que los principiantes y aplicarán estrategias más eficaces. De este modo, las representaciones internas que construyen los individuos son las que determinan su actuación como *expertos* o *novatos* en la resolución de un problema. Tales representaciones, desde la perspectiva del PI, asumen un rol central en el estudio del pensamiento, ya que pensar implica siempre una manipulación interna a través de algún tipo de representación de la información. En particular, la teoría de los modelos mentales (Johnson-Laird, 1983, 1987, 1990a, 1990b; Johnson-Laird y Byrne, 1991) sostiene que el razonamiento depende de la capacidad semántica básica para construir una representación, en términos de *modelos mentales*, cuya manipulación permitirá la extracción de conclusiones y el hallazgo de una solución coherente (García Madruga, 2006). Esta idea es particularmente adecuada para explicar la resolución de problemas en ciencias, ya que la naturaleza flexible de los modelos mentales los hace especialmente útiles para comprender los fenómenos naturales. Justamente, comprender un fenómeno natural es poder explicar y predecir su comportamiento, y ello requiere la construcción de *modelos mentales* que actúen como análogos estructurales de ese fenómeno, como intermediarios, a la luz de los cuales adquieran significado los conceptos científicos y las relaciones entre los conceptos para alcanzar esa comprensión (Moreira, 1997). Desde esta perspectiva se han venido desarrollado investigaciones sobre la actuación en resolución de problemas en ciencias (Bedard y Chi, 1992; Brophy, Hodge, y Bransford, 2004; Chi, 2006; Chi, Feltovich y Glaser, 1981; Chi, Siler, Jeong, Yamaguchi y Hausmann, 2001; Coleoni, Otero, Gangoso y Hamity, 2001; de Jong y Ferguson-Hessler, 1986; Ferguson-Hessler y de Jong, 1987; Greeno y Hall, 1997; Ploetzner, Fehse, Kneser, y Spada, 1999; Savelsberg, de Jong, y Ferguson-Hessler, 2002)⁵.

⁵ Los trabajos más relevantes para esta tesis, fundamentalmente los referidos a Física, se desarrollan con mayor profundidad en el inciso final de este capítulo.

3.4 LA TEORÍA DE LOS MODELOS MENTALES

La primera formulación del concepto de modelo mental se remonta a Kenneth Craik, en 1943, quien sostenía que el ser humano traduce los eventos externos en modelos internos y razona manipulando esas representaciones simbólicas. De este modo, es capaz de transformar los símbolos resultantes en acciones o reconocer una correspondencia entre ellos y los eventos externos. Para este autor el sustrato físico del cerebro es menos pertinente que la forma en que funciona, anticipándose así a la metáfora del ordenador (Johnson-Laird, 1983).

Johnson-Laird plantea que la mente humana, incapaz de aprehender el mundo directamente, construye representaciones internas que median entre el individuo y el mundo, “su mundo”, y hacen posible su comprensión y su acción sobre él. Para este autor, el razonamiento se lleva a cabo a través de la construcción y manipulación de *modelos mentales*. Los considera como piezas cognitivas en las que se combinan y que “representan” los objetos y/o las situaciones captando los elementos y atributos más relevantes de los mismos.

“Los seres humanos, por supuesto, no aprehenden el mundo directamente, poseen sólo una representación interna del mundo porque la percepción es la construcción de un modelo del mundo. Son incapaces de comparar esta representación perceptual con el mundo - es su mundo” (Johnson-Laird, 1983, op.cit. p. 156).

Reconoce además la existencia de las representaciones *proposicionales*, definidas como cadenas de símbolos que se corresponden con el lenguaje natural y pueden expresarse verbalmente y las *imágenes*, o “perspectivas particulares” de un modelo mental. Posteriormente, presenta una idea diferente de la imagen:

“De acuerdo con la descripción inicial de 1983, las imágenes visuales eran un caso especial de modelos mentales, ahora parecen ser distintas

clases de representación llamadas por distintas clases de procesos, si bien las imágenes funcionan como modelos y las dos clases de representaciones están acabadamente descritas porque tanto una como otra se describen como representaciones proposicionales. Esta hipótesis del triple código, suma los modelos mentales a las dos clases de representaciones postuladas por Paivio" (Johnson-Laird 1996, op. cit. p. 92).

Los modelos mentales y las imágenes constituyen lenguajes, modos de operar, de "alto nivel" ya que son analógicos. En este sentido, su función es semejante a los programas de alto nivel en computación que, como el software Windows, usan diferentes formas de representación que actúan de *interface*, es decir, si bien no aumentan el poder del lenguaje, resultan muy útiles y facilitadores de la tarea del programador. Por su parte, las proposiciones no tienen carácter analógico, por ser representaciones discretas, abstractas, rígidas, que adquieren sus condiciones de verdad a la luz de un modelo mental.

La teoría de Johnson-Laird (1983), en la línea del procesamiento de la información, constituye una teoría psicológica sobre la cognición y una teoría científica de la mente, explicativa y predictiva. En esta perspectiva es posible reconocer cuatro conceptos clave que son los que justifican y fundamentan el funcionamiento de la mente, dando cuenta de su carácter explicativo y predictivo: *mente computacional*, *procedimientos efectivos*, *revisión recursiva*, *modelos mentales*. Concibe así que la mente opera con códigos específicos y característicos, con lenguaje propio, y a través de *procedimientos efectivos*, que pueden ser implementados por una máquina. Se considera un procedimiento como *efectivo* si es previsible, o al menos son previsibles sus resultados, de manera tal que puedan establecerse inferencias sobre su comportamiento. Estos conceptos de *mente computacional* y *procedimientos efectivos* conducen a la *metáfora del ordenador*, es decir, la consideración de la mente como un sistema de procesamiento que recibe, codifica, almacena y

recupera información. La codificación simbólica de la información se realiza mediante un proceso de *revisión recursiva* que le permite elegir en un mundo una representación, un modelo mental dentro de los posibles. Es decir, a través de la revisión recursiva, la mente contrasta sus modos de ver el mundo eligiendo la representación que le permita su interacción con él. Puede considerarse que la *revisión recursiva* es un *procedimiento efectivo* con la cual opera la *mente computacional*. Con esa mente computacional, operando de esa forma, las personas construyen los modelos mentales como análogos estructurales del mundo, como representaciones internas que permiten actuar sobre y con él para interpretarlo, para codificarlo y decodificarlo dentro del propio modelo. Estos modelos mentales son representaciones que permiten comprender el mundo, ya que facilitan la predicción y explicación de los fenómenos y eventos de ese mundo que representan. Permiten además establecer inferencias que justifican la funcionalidad de las representaciones.

Puede afirmarse, entonces, que para la Teoría de los Modelos Mentales, el punto central del razonamiento y de la comprensión de cualquier fenómeno, evento, situación o proceso del mundo real o imaginario está en la existencia de un modelo en la mente de quien razona y comprende. Comprender los conceptos científicos implica, desde esta postura, construir un modelo mental adecuado de los mismos. Cuando un sujeto “entiende” un fenómeno físico, sabe cuál es su causa y resultado, sabe cómo iniciarlo, influenciarlo o evitarlo, es decir tiene un modelo de trabajo de ese fenómeno.

3.4.1 Naturaleza de los modelos mentales

Es difícil identificar exactamente qué son los modelos mentales y en qué difieren de otras formas de representaciones mentales. Para aclarar la naturaleza y funcionamiento de los modelos mentales, Johnson-Laird (1983) enuncia una serie de principios que imponen vínculos a la naturaleza de los modelos mentales y los limitan:

1. *Principio de computabilidad*: los modelos mentales son computables, esto es, deben poder ser descritos en forma de procedimientos efectivos que puedan ser ejecutados por una máquina. Como se ha mencionado, un procedimiento efectivo es aquél que puede ejecutarse sin implicar ninguna decisión basada en cualquier ingrediente “mágico”.

2. *Principio de finitud*: los modelos mentales son finitos en tamaño y no pueden representar directamente un dominio infinito. Este vínculo deviene de la premisa de que el cerebro es finito.

3. *Principio de constructivismo*: los modelos mentales son contruidos a partir de elementos básicos (“tokens”) organizados para representar un determinado estado de cosas. Como existe un número infinito de estados de cosas que puede ser representado, pero sólo un mecanismo finito para construir modelos que los representen, tales modelos deben ser contruidos a partir de constituyentes más elementales.

4. *Principio de economía*: una descripción de un único estado de cosas es representada por un único modelo mental, aún si esa descripción es incompleta o indeterminada. Pero un único modelo mental puede representar un número infinito de posibles estados de cosas ya que ese modelo puede ser revisado recursivamente. Cada nueva aserción descriptiva de un estado de cosas puede implicar una revisión del modelo para reformarlo y así poder incorporarla. Este vínculo se refiere a la construcción de modelos a partir del discurso, dado que éste es siempre indeterminado y compatible con muchos estados de cosas diferentes: para limitar esta situación, la mente construye un modelo mental inicial y lo revisa recursivamente cuando es necesario. Pero hay límites para tal revisión que están determinados por las condiciones de verdad del discurso en el que se basa el modelo.

5. *Principio de no-indeterminación*: los modelos mentales pueden representar indeterminaciones directamente si y sólo si su uso fuera computacionalmente

intratable, es decir, si no existe un crecimiento exponencial en complejidad. Este vínculo está asociado al primero y al quinto, ya que si se tratara de acomodar cada vez más indeterminaciones en un modelo mental, esto llevaría rápidamente a un crecimiento intratable en el número de posibles interpretaciones del modelo lo cual implicaría que, en la práctica, el mismo dejaría de ser un modelo mental.

6. *Principio de predicabilidad*: un predicado puede ser aplicable a todos los términos a los cuales otro predicado es aplicable, pero ellos no pueden tener ámbitos de aplicación que no se intersecten. Por ejemplo, los predicados “animado” y “humano” son aplicables a ciertas cosas en común, “animado” se aplica a cosas a las cuales “humano” no se aplica, pero no existe nada que se aplique a “humano” y no a “animado”. Johnson–Laird considera que este vínculo permite diferenciar un concepto artificial de uno natural. Este principio sería violado en el caso en que un concepto fuese definido por predicados que no tuvieran nada en común, por lo cual tal concepto no estaría representado en los modelos mentales.

7. *Principio de innatismo*: todos los primitivos conceptuales son innatos. Los mismos subyacen a nuestras experiencias perceptivas, habilidades motoras, estrategias, es decir, a nuestra capacidad de representar el mundo. Una condición suficiente pero no necesaria para identificar conceptos primitivos es la indefinibilidad. El movimiento, por ejemplo, es una palabra que corresponde a un primitivo conceptual, pero que puede ser definida. Al proponer este principio, Johnson-Laird (1983) rechaza el innatismo extremo que postula que todos los conceptos son innatos, estableciendo que algunos son disparados por la experiencia. Defiende el aprendizaje de conceptos a partir de primitivos conceptuales o de conceptos previamente adquiridos. Además de los primitivos conceptuales innatos, admite también la existencia de primitivos procedimentales que son accionados automáticamente cuando un individuo construye un modelo mental. Los primitivos procedimentales no pueden ser

adquiridos a través de la experiencia porque una representación mental de la experiencia ya requiere habilidad de construir modelos de la realidad a partir de la percepción. Estos primitivos procedimentales también deben ser innatos.

8. *Principio de número finito de primitivos conceptuales*: existe un conjunto finito de primitivos conceptuales que origina un conjunto correspondiente de campos semánticos y otro conjunto finito de conceptos u “operadores semánticos”. Esto ocurre en cada campo semántico y sirve para construir conceptos más complejos a partir de los primitivos subyacentes. Un campo semántico léxico está constituido por un gran número de palabras que comparten en el núcleo de sus significado, un concepto común. Por ejemplo, los verbos asociados a la percepción visual como *observar*, *mirar*, *escudriñar*, comparten un núcleo subyacente que corresponde al concepto de ver. Los operadores semánticos incluyen los conceptos de tiempo, espacio, posibilidad, permisibilidad, causa e intención. Por ejemplo, si las personas miran alguna cosa, ellas focalizan sus ojos durante un cierto intervalo de tiempo con la intención de ver lo que sucede. Los campos semánticos nos proveen nuestra concepción sobre lo que existe en el mundo, sobre los elementos del mundo, en cuanto los operadores semánticos nos proveen nuestro concepto sobre las variadas relaciones que pueden ser inherentes a esos objetos.

9. *Principio de identidad*: las estructuras de los modelos mentales son idénticas a las estructuras de los estados de cosas, percibidos o concebidos, que los modelos representan. Este vínculo se desarrolla, en parte, a partir de la idea de que las representaciones mentales deben ser económicas y, por lo tanto, cada elemento de un modelo mental, incluyendo sus relaciones estructurales, debe tener un papel simbólico. No debe haber en la estructura del modelo ningún aspecto sin función o significado.

3.4.2 Tipología de los modelos mentales

En su teoría, Johnson-Laird (1983) propone una tipología como intento de categorización de los modelos mentales. Define a los **modelos físicos** como aquéllos generados por la percepción y contruidos por entidades físicas, caracterizados por:

- un conjunto finito de elementos (“tokens”) que representan un conjunto también finito de entidades físicas
- un conjunto finito de propiedades de esos elementos que representan propiedades físicas de las entidades
- un conjunto finito de relaciones entre los elementos que representan relaciones físicas entre entidades.

La mente representa cada uno de esos tres conjuntos de entidades, propiedades físicas de las mismas y relaciones diversas entre ellas. La representación de estas entidades físicas, reales, constituyen los modelos físicos, en los que es imprescindible delimitar los elementos (“tokens”) que permiten su construcción. Estos modelos representan situaciones perceptibles.

Define como *modelos conceptuales* a aquellos modelos mentales no derivados de la percepción, contruidos para entidades que no son físicas, reales, sino abstractas. También aquí se definen tres conjuntos finitos:

- un conjunto de elementos que representan entidades individuales y propiedades
- un conjunto de relaciones binarias
- un conjunto de elementos notacionales para representar la relación establecida.

“La tipología ha revelado un carácter esencial de los modelos mentales: derivan de un conjunto relativamente pequeño de elementos y operaciones recursivas en esos elementos; su poder representacional depende del posterior conjunto de procedimientos para construirlos y evaluarlos. Las mayores restricciones de

los modelos mentales derivan de la estructura percibida o concebida del mundo, de las relaciones conceptuales que gobiernan la ontología y de la necesidad de mantener un sistema libre de contradicciones” (Johnson-Laird, 1983, op.cit, p.446).

Teniendo en cuenta los principios o vínculos antes enunciados, Johnson-Laird propone lo que él llama una tipología informal y tentativa para los modelos mentales. Identifica así *seis tipos principales de modelos físicos*:

1. *Modelo relacional*: es un cuadro estático, consistente en un conjunto de “tokens” (que representan un conjunto finito de entidades físicas), un conjunto finito de las propiedades de los elementos que representan las propiedades físicas de las entidades, y un conjunto finito de relaciones entre los elementos que representan relaciones físicas entre las entidades.
2. *Modelo espacial*: es un modelo relacional en el cual las únicas relaciones que existen entre las entidades físicas representadas son espaciales, y el modelo representa estas relaciones localizando los elementos (“tokens”) en un espacio dimensional (de dos o tres dimensiones). Este tipo de modelo puede satisfacer las propiedades de espacio métrico ordinario, en particular la continuidad psicológica de sus dimensiones y la desigualdad triangular (la distancia entre dos puntos nunca es mayor que la suma de las distancias entre cada una de ellas y un tercer punto cualquiera).
3. *Modelo temporal*: consiste de una secuencia de cuadros espaciales (de una determinada dimensión) que ocurre en un orden temporal que corresponde al orden de los eventos (no necesariamente en tiempo real).
4. *Modelo cinematográfico*: es un modelo temporal psicológicamente continuo. Representa los cambios y movimientos de las entidades representadas sin discontinuidades temporales. Este modelo puede funcionar en tiempo real y así lo hará si fue construido por la percepción.

5. *Modelo dinámico*: es un modelo cinemático en el cual existen también relaciones entre ciertos cuadros representando relaciones causales entre los eventos representados.
6. *Imagen*: es una representación, centrada en el observador, de las características visibles de un modelo espacial tridimensional o cinemático subyacente.

Los seis tipos de modelos presentados son clasificados por Johnson-Laird (1983) como físicos en el sentido que, con excepción de la causalidad, corresponden directamente al mundo físico. Pueden representar situaciones perceptibles, pero no relaciones abstractas o cualquier cosa que no sean descripciones de situaciones físicas determinadas.

Johnson-Laird (1983) supone que no hay una línea precisa que distinga la percepción de la conceptualización. Pero la percepción produce normalmente modelos dinámicos, métricos, tridimensionales de estados de cosas del mundo, en los cuales cada cuadro caracteriza las formas volumétricas de los objetos y las relaciones espaciales entre ellos en términos de un sistema de coordenadas referido a los objetos. El único problema es la causalidad (por ser una relación abstracta), pero el sistema perceptivo parece ser sensible a ella, o mejor dicho, a las pistas de ella.

Los modelos mentales no derivados de la percepción pueden ser contruidos para representar situaciones verdaderas, posibles o imaginarias. Tales modelos pueden, en principio, ser físicos o conceptuales, pero, en general, son contruidos a partir del discurso y esto requiere un modelo conceptual. Los modelos conceptuales, por no tener un referencial del mundo físico, exigen, más que los modelos físicos, un mecanismo de auto-revisión recursiva.

Johnson-Laird (1983) distingue cuatro tipos de modelo conceptuales:

1. *Modelo monádico*: representa afirmaciones (como las del razonamiento silogístico) sobre individualidades, sus propiedades e identidades entre ellas. Este tipo de modelo tiene tres componentes: un número finito de elementos (“tokens”) que representan entidades individuales y sus propiedades, dos relaciones binarias (identidad y no identidad), y una notación especial para indicar que es incierto si existen determinadas identidades.
2. *Modelo relacional*: es el que agrega un número finito de relaciones, posiblemente abstractas, entre las entidades individuales representadas en un modelo monádico.
3. *Modelo meta-lingüístico*: contiene elementos correspondientes a ciertas expresiones lingüísticas y ciertas relaciones abstractas entre ellas y elementos del modelo.
4. *Modelo conjunto teórico*: es el que contiene un número finito de elementos que representan directamente conjuntos. Puede contener además un conjunto de elementos que representen propiedades abstractas de un conjunto y un número finito de relaciones entre los elementos que representan conjuntos.

Johnson-Laird (1983) aclara que esta tipología es sólo tentativa, pues es la investigación la que va a decir cómo son los modelos mentales de las personas. Pero los diferentes tipos de modelos físicos y conceptuales propuestos revelan su carácter esencial: se derivan de un número relativamente pequeño de elementos y de operaciones recursivas sobre tales elementos. Su poder representacional depende de procedimientos adicionales para construirlos y evaluarlos; las mayores restricciones sobre ellos devienen de la estructura percibida o concebida de los estados de cosas del mundo, de los conceptos que subyacen a los significados de los objetos y eventos, y de la necesidad de mantenerlos libres de contradicciones.

Así como el individuo se relaciona con el mundo a través de modelos mentales que construye sobre él, del mismo modo se relaciona, en particular, con el mundo de la Física. En la interacción cotidiana con ese mundo de los fenómenos físicos cada individuo fue desarrollando modelos mentales que le resultaron funcionales y pasaron a formar parte de su conocimiento del mundo. Durante la instrucción en Física, ese individuo debe construir modelos que, en general, no sólo no coinciden con los almacenados por su experiencia cotidiana, sino que a menudo son incompatibles. La lucha que se establece entre el conocimiento científico y el conocimiento cotidiano es fuente de muchos errores, detectados especialmente en la resolución de problemas, asociados al denominado sesgo de creencias. La teoría de los modelos mentales, al ser una teoría del razonamiento en general, da cuenta de los modelos confusos, incompletos e inestables que las personas realmente tienen, en los cuales el razonamiento informal tiene un rol central.

3.5 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EL RAZONAMIENTO INFORMAL

El razonamiento informal implica modos de razonamiento no restringidos por reglas de la lógica, ya que incluyen procesos inferenciales desarrollados, sustentados y evaluados en función de un sistema de creencias o por el sentido común. Tales inferencias se dan generalmente dentro de los procesos más elaborados que conllevan la producción y evaluación de argumentos, la generación y prueba de hipótesis. Estos procesos requieren de la inducción y la deducción, pero además suponen capacidad para el análisis y la síntesis y un pensamiento tanto crítico como creativo (Gutiérrez Martínez, 1995).

Perkins (1991) caracteriza el proceso de resolución de problemas como un proceso de desarrollo de un modelo situacional en el cual la mayor o menor adecuación del modelo depende del reconocimiento de las auténticas demandas de la tarea. Su efectividad quedará determinada no sólo por un adecuado conocimiento declarativo específico, sino por el conocimiento de las

formas de actuación para una buena ejecución y su puesta en práctica de manera controlada y autorregulada (Gutiérrez Martínez, 1995; Johnson-Laird y Anderson, 1991, citado en Garnham y Oakhill, 1996; Perkins., Farady y Bushey, 1991). Si bien los modelos situacionales son básicamente análogos a los modelos mentales de Johnson-Laird, el aporte de Perkins radica en proponer dos criterios básicos para evaluar modelos situacionales: los *sesgos* y la *completitud*, en referencia a la consideración de toda la evidencia relevante. Precisamente, las limitaciones en el proceso de modelado situacional es causa de muchos fracasos cuando los estudiantes intentan resolver un problema. Estas deficiencias les impiden reconocer las demandas pertinentes de la tarea y decidir cómo actuar para adecuarse a las mismas. Es decir, la conformación del modelo situacional se constituye en un obstáculo para diseñar una planificación efectiva activando procesos tales como transferencia, asociación, comunicación, deducción, análisis, entre otros. En particular, para resolver un problema científico es necesario acotarlo y establecer condiciones simplificadoras que permitan elaborar un modelo de la situación y aplicar las estrategias adecuadas. En la resolución de tales problemas es posible identificar *principios heurísticos* propios del razonamiento informal como la *accesibilidad*, cuando se dirige la atención selectivamente hacia cierto tipo de información en detrimento de otras, y *la representatividad*, asociada a la consideración de información superficial para la tarea. Cuando los principios heurísticos de *accesibilidad* y *representatividad* se aplican a información relevante, llevarán a aciertos en la tarea, pero si se aplican a información superficial, descuidando la relevante, se cometerán errores (Salmon, 1991; Pozo, 1991). Por otro lado, el *sesgo de confirmación* y el *sesgo de creencia*, característicos del razonamiento informal, también dan cuenta de los fallos en la resolución. El primero implica la tendencia a la verificación, es decir, a considerar sólo la evidencia consistente con las creencias o hipótesis de partida de quien resuelve y el segundo se refiere a la predisposición a interpretar la evidencia disponible de acuerdo a la credibilidad de la conclusión

a la que conduce. Es posible explicar la presencia de estos sesgos, ya que en ambos subyace una *preservación de creencias* que resulta funcional en términos de economía cognitiva. Desde esta perspectiva, pues, muchos de los fracasos en la resolución de problemas pueden explicarse por la construcción de un modelo situacional que “tiene sentido” para quien resuelve. Y cuando el modelo tiene sentido, no es necesario continuar, es más, el no continuar reduce la posibilidad de generar una disonancia cognitiva. Esta “epistemología del tener sentido” es robusta porque es rápida, fácil y adecuada a la capacidad limitada de la memoria humana.

El uso de la epistemología del “dar sentido” tiene, en el caso de la resolución de problemas de Mecánica, implicaciones negativas y positivas. Negativas en cuanto que puede llevar a cometer errores teniendo en cuenta el amplio rango de preconceptos en esta área que entran en contradicción con la teoría newtoniana. Así, es frecuente la asociación entre fuerza y velocidad, cuando en el marco de la mecánica clásica la relación se da entre fuerza y cambio de velocidad y aceleración. Pero, a su vez, ese “dar sentido” puede ayudar, cuando debe analizarse un enunciado o un resultado desde el sentido común. Por ejemplo, permite verificar si la situación planteada es factible en la vida real, o si los valores obtenidos están dentro de un rango posible. Un caso de lo que estamos exponiendo puede verse en el trabajo de Massa, Sánchez, Llonch, D’Amico, Yanitelli (1997). Estos autores, presentaron a alumnos de mecánica enunciados de problemas correspondientes a situaciones imposibles en la práctica. La mayoría de los alumnos no detectó la contradicción, y los que lo hicieron aducían en una entrevista posterior que “...*esto no puede ser, pero en un problema de Física se puede dar cualquier cosa*”, y procedían a resolverlo. En este caso, la epistemología del tener sentido los alertó de la incongruencia, pero el contexto los llevó a ignorarla. Sin embargo, puede interpretarse que la mayoría que no detectó la contradicción, estaban actuando con una epistemología del “dar sentido” dentro del marco de la mecánica, sin

conexión con la realidad. Los alumnos encontraban un conjunto de datos en una serie de problemas que eran aparentemente similares a los de la práctica en aula, por lo tanto para ellos podía resolverse, “tenía sentido” dentro del contexto. Por el contrario, el uso de una epistemología crítica, que implicara la revisión y modificación de las creencias de partida, les hubiera llevado a detectar la contradicción y responder que el problema no se podía resolver. Esto implicaría una valoración de la objetividad, un deliberado interés por la verdad, una consistencia con la realidad y no con lo que se cree conocer.

Es interesante destacar que es sumamente importante el rol del razonamiento informal en ciencias, a pesar de que, usualmente, no se documenta en las presentaciones de las teorías científicas en los textos (Nickerson, Perkins y Smith, 1985; Nickerson, 1986; Tweney, 1991). En general, es posible identificar a lo largo de la historia de la Física, al menos tres hechos que actúan como desencadenantes de una *aproximación informal*: un *problema mal definido* en el sentido de no presentar una adecuada identificación de las variables que intervienen, un *problema ambiguo* en el sentido de no estar aún suficientemente acotado y un problema cuya *solución es conflictiva*.

La teoría de Newell y Simon, la teoría de los modelos mentales y la de los modelos situacionales adjudican un rol crucial a la construcción de las representaciones en el proceso de resolución de un problema. Y, como hemos visto, un factor relevante para construir dicha representación es la comprensión lingüística del enunciado, ya que el sujeto recibe el problema a través de instrucciones verbales que debe interpretar adecuadamente. Por ello, en el siguiente epígrafe analizaremos brevemente las principales teorías sobre la comprensión de textos.

3.6 COMPRENSIÓN DE TEXTOS

La teoría de Newell y Simon y la de los modelos mentales, en su explicación del pensamiento humano, enfatizan el papel de la comprensión. La primera la considera como uno de los procesos básicos que permite la elaboración del espacio del problema a partir del cual comienza el proceso de búsqueda de la solución y la segunda sostiene que las habilidades del pensamiento dependen de la capacidad semántica para comprender enunciados verbales y construir un modelo mental de su contenido, a través de un proceso constructivo que integra información provista por el texto e información almacenada en la memoria de largo plazo.

Teniendo en cuenta que la mayoría de los problemas que se trabajan a nivel instruccional se presentan con enunciados textuales, puede considerarse que el proceso de comprensión se inicia con una etapa de comprensión lectora. Dicha etapa reviste interés dado que se constituye en la tarea inicial de la resolución de problemas.

Diversas teorías dan cuenta de los mecanismos cognitivos que subyacen al procesamiento de un texto. Una de las principales es la desarrollada por van Dijk y Kintsch (1983), que contempla tanto una descripción formal de la estructura semántica de los textos, como un modelo de procesamiento psicológico de dicha estructura. Este modelo, reelaborado y denominado posteriormente de Construcción-Integración (Kintsch 1988, Van Dijk, 1992, 1999), desarrolla un sistema jerárquico de representación del contenido del texto y constituye una arquitectura para la comprensión que trata de encontrar descripciones útiles del trabajo mental. Es una teoría interactiva en la cual la comprensión implica la interacción entre un input (texto) y las metas y conocimientos del sujeto. El resultado de la comprensión es una representación del texto que se almacena en la MLP.

Este modelo acerca de la comprensión de textos involucra tres niveles en la representación del texto en la memoria:

- La *representación superficial*, que corresponde a la representación de palabras y oraciones del texto, respetando su organización sintáctica. Esta formulación desaparece en un breve intervalo, a menos que el texto se deba memorizar. Lo más probable es que una persona recuerde algo que tiene el mismo significado, pero con frases que no coinciden literalmente con las originales (Otero, M. R. 1998, 2002).
- La *“base” del texto*, que captura su significado, representado en términos de proposiciones o unidades de significado, interconectadas entre sí conformando la *microestructura*, o conjunto de proposiciones secuenciales relacionadas entre sí por la repetición de argumentos, lo que permite el establecimiento de la coherencia local entre las frases.
- La *macroestructura*, o conjunto de proposiciones que sintetizan el significado global del texto. La macroestructura permite la construcción de la coherencia global, es decir, la relación de las proposiciones del texto con un tema, esencia, idea principal o puntos más importantes del texto, integrando las características del texto (o superestructura) con los conocimientos previos del lector, necesarios para establecer la coherencia global, es decir, el significado *global del discurso*.
- El *modelo situacional*, que implica ser capaz de relacionar la información textual con el conocimiento previo del lector.

El lector, de este modo, a partir de sus conocimientos previos, procesa los contenidos del texto transformándolos en proposiciones con significado, conformando su modelo situacional. Muchos autores sostienen que un sujeto comprende un texto sólo si es capaz de construir un modelo situacional adecuado del mismo, considerando que la organización estructural de un texto es un producto dinámico resultante del origen y transformación de escenarios mentales en el curso de la lectura. De acuerdo con este enfoque, el lector

construye una representación del contenido del texto que incluye la situación, los objetos, personajes, sucesos, procesos, causas o intenciones descritas en el texto. Es una representación de la situación a la que se refiere el texto más que una representación del texto mismo, de modo que lo que se representa el lector no es el texto sino el mundo al que se refiere (de Vega, Carreiras, Gutiérrez-Calvo y Alonso Quecuty, 1990; García Madruga, Martín Cordero, Luque Vilaseca y Santamaría Moreno, 1995; Garnham, 1987; Garrof y Sanford, 1983; Graesser, Wiemer Hastings y Wiemer Hastings, 2001; Schnotz y Bannert, 2003; Van Dijk y Kintsch, 1983; 1990, 1992, entre otros).

Estos modelos situacionales pueden identificarse con los modelos mentales de Johnson-Laird, para quien la comprensión lectora consiste en la construcción de una representación o modelo mental. *“El carácter representacional de la comprensión es el que la relaciona directamente con el pensamiento, ya que el pensamiento implica siempre una manipulación interna, mental, a través de algún tipo de representación, de la información”* (García Madruga, 2006, *op. cit.* p.140). Pero llegar a obtener ese modelo mental situacional de un texto requiere de una serie de procesos complejos: el reconocimiento de palabras y acceso léxico, el análisis sintáctico y el análisis semántico – pragmático. Estos procesos interactúan a su vez, intercambiando información entre ellos. Tal interacción tiene lugar en la memoria operativa, donde se van desarrollando los sucesivos modelos, por lo cual su capacidad y recursos es determinante para lograr una efectiva comprensión lectora.

En general, la relación entre los modelos mentales y el discurso es recíproca: los modelos mentales se construyen a partir del discurso y la interpretación del discurso requiere modelos mentales. Como se ha mencionado, usualmente los problemas de Física se presentan a los alumnos a través del discurso escrito. Por lo tanto, para interpretar un enunciado el estudiante debe construir un modelo mental de tal situación. Es por ello de interés el análisis de los procesos involucrados en la comprensión lectora, ya que la interpretación del enunciado

constituye la etapa inicial en la resolución (Moreira, 1997). Como señalan Otero & Campanario (1990), las personas generalmente modifican las representaciones de un texto, incorporando inferencias o eliminando información contenida en el texto, efectos que pueden darse también cuando deben resolver un problema presentado a través de un enunciado textual

Cuando una persona se enfrenta al enunciado de un problema que debe resolver, la comprensión consiste en una representación de la situación descrita en ese enunciado. Y para resolver tal situación el lector manipula representaciones internas de la información presentada en el texto. Acordando con García Madruga (2006), *comprender es pensar*, y comprender un enunciado es pensar sobre la situación, los datos relevantes y las incógnitas o metas. Es decir, comprender un enunciado de una situación problemática es poder construir un modelo mental de esa situación. Ese modelo inicial le permite al sujeto comenzar a resolver el problema.

3.7 LINEAMIENTOS TEÓRICOS ADOPTADOS EN LA PRESENTE TESIS PARA ABORDAR EL ESTUDIO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CAMPO DE LA FÍSICA

En la presente tesis, la resolución de problemas se enfoca, fundamentalmente, por confluencia de las dos líneas de investigación antes desarrolladas: la concepción de Newell y Simon (1972) del pensamiento como una *búsqueda* en el espacio del problema y la concepción de *modelo mental* de Johnson-Laird (1983). Se ha seguido, así, un planteamiento sugerido por Galotti (1989) quien ha señalado que los modelos mentales pueden identificarse con los estados en el espacio del problema, hecho que define la integración de las dos líneas teóricas mencionadas. De este modo, el *espacio del problema* se concibe como un conjunto de sucesivos *modelos mentales* y *operadores* dependientes del dominio, cuya función es justamente modificar o construir nuevos modelos. Por lo tanto la resolución de un problema consiste

en un *modelo inicial*, un *estado final o meta* y un número de modelos intermedios, todos ellos relacionados por *operadores* que los modifican.

La teoría de los modelos mentales brinda elementos para caracterizar la representación del contenido del enunciado que construye un sujeto cuando encara la resolución de un problema. De esta manera, el *modelo mental inicial* quedará caracterizado por la manera en que cada sujeto incorpore la situación, los objetos, procesos o causas descritas en el mismo en interacción con sus conocimientos previos. En síntesis, el modelo mental inicial de cada sujeto se organiza a partir del procesamiento semántico del enunciado, en función del cual la persona organiza su razonamiento para la derivación de conclusiones y estrategias de resolución. Se considera que la capacidad de construir ese modelo mental inicial es un factor determinante en el éxito o fracaso en la solución. El modelo inicial y sus transformaciones dependen además de un proceso activo de búsqueda constructiva en la memoria a largo plazo, por lo cual se relacionan con la amplitud del conocimiento declarativo y con la representación y organización del mismo. Es decir, los modelos mentales de las situaciones problemáticas se relacionan con la estructura conceptual del alumno y su capacidad para acceder y recuperar la información relevante para resolver el problema. Pero antes de acceder y recuperar, debe ser capaz de detectar cuál es esa información relevante en función de la situación presentada. Esto se relaciona con otro factor determinante: el conocimiento de la propia naturaleza de la tarea y los procedimientos de actuación requeridos.

Como se ha señalado, en esta tesis se analizará el proceso de resolución de problemas de Dinámica de la partícula, trabajando con estudiantes de Física I de Ingeniería. Para ello, se identificarán y caracterizarán tanto los *operadores* que aplican como los sucesivos *modelos mentales* que desarrollan estos estudiantes, analizando además los posibles *sesgos y heurísticos*.

El estudio cognitivo de las actuaciones de sujetos en la resolución de problemas de Física tiene variados antecedentes. Para tener un panorama de los trabajos previos en esta temática, en el siguiente apartado se presentan los que se han considerado como más relevantes para esta investigación, junto a otras publicaciones también de interés, que han indagado acerca de la incidencia de la *formulación* del problema a resolver.

3.8 INVESTIGACIONES PREVIAS

Teniendo en cuenta que en esta tesis se analizarán las *representaciones mentales* de los estudiantes cuando resuelven un mismo problema presentado en *contextos* diferentes (concreto-abstracto) y con *enunciados de distintas características* (con o sin gráfica, con o sin datos numéricos), se presentan algunas publicaciones que resultan de interés, organizadas en torno a dos de los factores explicativos que pueden incidir en la resolución: la *tarea* y las *representaciones mentales* de la persona que resuelve. En primer término se presenta un grupo de investigaciones centradas en “*la tarea*”, es decir, trabajos que buscan analizar la incidencia de las características del propio problema en su resolución. En segundo lugar se comentan los trabajos que indagan acerca de las *representaciones mentales* de las personas que resuelven problemas de ciencias. Es importante destacar que si bien estos factores no son independientes (por lo tanto no existen trabajos “puros”), esta forma de organizarlos da una idea bastante representativa de los avances de las investigaciones en los temas que interesan en esta tesis.

3.8.1 Investigaciones centradas en la *tarea*

Dentro de este grupo, se diferencian, por un lado, las publicaciones que se han centrado en el efecto del *contexto* del problema (cotidiano o científico) y por otro, aquéllas que se han focalizado en la incidencia de las características propias del *enunciado*.

3.8.1.1 Estudios acerca de la incidencia del *contexto* del problema en su resolución

En esta línea de investigación, Kinnear (1983), presentó a un grupo de estudiantes universitarios de Biología un mismo problema en *diferentes contextos*. Analizó, en particular, el concepto de probabilidad, que debía ser usado una vez en un problema asociado con el mundo real y otra en un problema de genética. Encontró que la mayoría de los estudiantes respondió correctamente en el problema asociado al mundo real, mientras que aplicaron incorrectamente el mismo concepto en el problema de genética. Kinnear sostiene que los estudiantes evidencian dos conceptos discordantes de probabilidad, uno que aplican en el contexto de la genética y otro que aplican a situaciones del mundo real, justificando las diferencias en las actuaciones de los estudiantes en ambos tipos de problemas.

Hegarty (1991) también exploró el rendimiento de alumnos cuando resuelven problemas de mecánica *cotidianos* y *formales*. La autora reconoce tres tipos diferentes de conocimiento en mecánica: un *conocimiento conceptual intuitivo*, correspondiente a lo que la gente aprende por su experiencia acerca del movimiento y los fenómenos que le rodean; un *conocimiento práctico* adquirido por la interacción con aparatos mecánicos y un *conocimiento conceptual teórico*, adquirido formalmente. Según el estudio, los novatos tendrían dos conjuntos de conocimientos, intuitivo y teórico, independientes uno de otro, a partir de los cuales, en cada situación, eligen uno de ellos para construir la representación del problema. En contraste, los expertos tienen su conocimiento cotidiano integrado con el conceptual teórico. Estas conclusiones fueron confirmadas por Lesgold y Lajoie (1991), quienes obtuvieron resultados semejantes con contenidos de electrónica.

Una investigación que resulta muy relevante para esta tesis es la desarrollada por Singh (2008), quien analizó la actuación de sujetos novatos en la resolución de problemas *isomorfos*. Denomina de esta forma a aquellos

problemas que plantean las mismas situaciones, por lo cual requieren el mismo principio físico para resolverlos, pero con condiciones de movimiento diferentes. En particular, trabajó con un par de problemas isomorfos de dinámica, en uno de los cuales la fuerza de rozamiento es responsable del aumento de la velocidad lineal de un objeto, y en el otro la misma fuerza causa una disminución de la velocidad. El primer objetivo fue categorizar las respuestas de los estudiantes y evaluar su rendimiento en el contexto de evolución hacia la pericia. Un segundo objetivo fue comparar y contrastar los patrones de categorización de los dos problemas isomorfos y explorar estas diferencias a la luz de la profundidad de razonamiento y el análisis realizado por los estudiantes, en lugar de centrarse en la exactitud de sus respuestas. Un tercer objetivo fue comparar el desempeño de los estudiantes que trabajaron en ambos problemas para analizar si el trabajo en uno de los problemas isomorfos afecta a la ejecución del otro problema de ese par. Singh mostró que los estudiantes de introducción a la física agruparon los problemas en función de distintas características, algunas superficiales y otras más relacionadas a la estructura profunda, aproximándose al comportamiento experto. Esta investigadora señala que la pericia en un tema determinado puede variar ampliamente, ya que muchos pueden haber desarrollado conocimientos y habilidades suficientes en su experiencia en la solución de los problemas previos y haber evolucionado a un nivel intermedio o incluso avanzado. En la resolución de los dos problemas isomórficos, estos estudiantes utilizaron a veces diferentes principios físicos, determinados por las condiciones iniciales, que como se mencionó, eran muy diferentes para los dos problemas. Expone además que en las entrevistas se puso de manifiesto que un grupo importante de estos estudiantes, si bien no dieron respuestas correctas, desarrollaron un análisis cuidadoso y reflexivo de los problemas acorde con su experiencia, recordando en algunos aspectos a las actuaciones de expertos. Finalmente deja planteada la dependencia del contexto de los modelos de los estudiantes, teniendo en cuenta que dos *problemas isomórficos en contextos diferentes* son

generalmente percibidos como esencialmente distintos por una persona novata, mientras que un experto los reconoce como equivalentes y los resuelven de forma idéntica. Este trabajo resulta relevante para esta tesis, pues en la parte empírica los alumnos deberán resolver dos pares de problemas isomórficos, en los cuales la misma situación física se presenta en contextos diferentes.

Los integrantes del grupo de Educación en Física de la Universidad de Minnesota han mostrado, a partir de sus investigaciones (Heller, Keith y Anderson, 1992; Heller y Hollabaugh, 1992), la importancia de que los estudiantes resuelvan problemas *ricos en contexto*. Tales problemas sitúan a los estudiantes en un contexto próximo a la vida cotidiana, ya que usualmente no contienen toda la información, a veces poseen datos innecesarios y no existe una única respuesta correcta.

En un interesante trabajo (Buteler, Gangoso, Brincones y González, 2001) estudiaron el efecto, tanto del *contexto* (cotidiano o formal) como de una *característica del enunciado* (la inclusión o no de datos numéricos), en las representaciones mentales generadas por alumnos de escuela secundaria. Para ello utilizaron seis problemas de Física de diferentes tópicos en los que los alumnos ya habían sido instruidos al momento de realizar el estudio. Dos de los problemas eran de mecánica elemental, y si bien ambos presentaban la misma situación física, sólo uno de ellos contenía datos numéricos en su enunciado (es decir, eran *isomorfos* en el sentido dado por Singh (2008)). Otro de los problemas fue identificado como de *contexto cotidiano*, porque no requería de ningún concepto físico aprendido formalmente para su solución. A diferencia de tal caracterización, en esta tesis se considera que un enunciado es de contexto cotidiano (o *concreto*) cuando involucra elementos de la vida cotidiana que interactúan entre sí (camioneta, cuesta de una montaña, carga, tractor, etc.), en oposición a un enunciado abstracto, que se refiere a entidades abstractas (masa mayor, plano inclinado, fuerza). En el estudio que se está

presentando, otro de los problemas que hace referencia a elementos de la vida cotidiana (automóvil, semáforo, etc.) son considerados de contexto formal.

Los alumnos no debían resolver los problemas, su tarea consistía en realizar un dibujo a partir de la lectura del enunciado, indicar qué datos eran necesarios para su resolución y decir el grado de dificultad que estimaban les ofrecía el problema en una escala de cuatro valores posibles. Estos investigadores consideraron el dibujo como un indicador de la *representación interna* generada por el sujeto luego de leer el enunciado, ya que suponen que el alumno incorpora allí, como mínimo, los aspectos funcionales relevantes de su representación interna. Por otro lado, también tomaron como indicador la adecuación de los *datos* que los alumnos decían necesitar para resolver el problema.

Los resultados sugieren que la presencia de los datos numéricos en el enunciado favorece la generación de representaciones mentales más adecuadas. Por otro lado, analizando la actuación de los estudiantes en el problema que no requería de conceptos físicos aprendidos formalmente, concluyen que los problemas en contextos cotidianos son representados más exitosamente que aquellos problemas pertenecientes al ámbito escolar, aún cuando los conceptos necesarios hayan sido enseñados en la escuela. Pero estos investigadores relativizan estos resultados al reconocer la necesidad de revisar los criterios de categorización establecidos para las variables *representación* y *adecuación*. Aclaran, además, que el grado de dificultad percibido por los alumnos puede no estar relacionado con la posibilidad o imposibilidad de realizar la tarea, como habían supuesto en un principio, sino con el tiempo que les demanda hacerlo o con el número de operaciones algebraicas necesarias para su solución. Por lo tanto, consideran que el criterio para la elección del indicador correspondiente a la variable *grado de dificultad* debería también ser revisado. Como puede observarse, en esta investigación están presentes los factores que hemos considerado, ya que se estudian las *representaciones mentales* de los estudiantes en función del *contexto* del

problema y de *las características del enunciado*. A continuación se presentan otras investigaciones centradas en este último factor.

3.8.1.2 Estudios acerca de la incidencia de *características del enunciado* del problema en su resolución

En esta línea, Potgietera, Malatjeb, Gaigherc y Venterd (2009) indagaron el efecto de la inclusión de una determinada consigna en el enunciado. En particular investigaron si el requerimiento explícito de realizar un diagrama de fuerzas en un problema de dinámica elemental afecta su solución. Los resultados indicaron que los estudiantes que se vieron obligados a dibujar el diagrama, si bien en general representaban las fuerzas correctamente, tenían menos probabilidades de obtener una solución correcta que aquellos a los que no se les pidió explícitamente. Estos últimos tendían a escribir ecuaciones, mientras que los estudiantes a los que no se les pedía que dibujen un diagrama de fuerzas usaban métodos más intuitivos. Explican estos resultados a partir de dos factores, por un lado, los estudiantes principiantes pueden ser simplemente más eficaces utilizando el razonamiento intuitivo, situacional que usando métodos formales, y por otro, la construcción de un diagrama de fuerzas puede ser mal interpretado por los estudiantes como una tarea independiente, sin relación con la solución del problema.

En esta misma línea, Meltzer (2005) analizó el rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas similares de mecánica, presentados a través de diversas *representaciones externas*. Uno de los problemas fue presentado *verbalmente* y el otro mediante un *esquema* con vectores, mostrando que la proporción de respuestas correctas a partir de la versión verbal fue consistentemente más alta que en la esquemática.

Atendiendo también a la incidencia del enunciado, Van Heuvelen propuso los problemas de Física denominados *Jeopardy* con un formato diferente ya que comienza con una ecuación matemática, un gráfico o un

diagrama que describe un proceso físico (Van Heuvelen y Maloney, 1999). Para resolverlo, el estudiante necesita construir otra representación diferente de la presentada. De este modo, los problemas *Jeopardy* llevan a los estudiantes a dar significado a los símbolos de las ecuaciones, evitando su uso mecánico, y los ayuda a trasladarse entre distintas representaciones.

En esta línea puede mencionarse el trabajo desarrollado por Gil Pérez y Martínez Torregrosa (1983), quienes propusieron la reformulación de los problemas estándar a fin de evitar lo que llaman la “metodología de la superficialidad”, que consistiría en la relación mecánica entre datos e incógnitas. Para ello, sugieren la presentación de problemas cualitativos incorporando explícitamente la emisión de hipótesis al proceso de solución.

3.8.2 Investigaciones centradas en las *representaciones mentales* de la persona que resuelve

Cabe aclarar que las representaciones mentales desarrolladas por la persona que resuelve están fuertemente ligadas a la tarea propuesta como problema y al contexto de la misma. Esto significa que los trabajos que se incluyen en esta clase, podrían ser categorizados en alguna de las anteriores.

El interés en las representaciones mentales que los estudiantes construyen cuando intentan resolver un problema, caracterizó muchas investigaciones realizadas sobre la resolución de problemas en Física a partir de la década del 90.

Johnson (1988) analizó las diferencias entre expertos y novatos, destacando el papel de las *representaciones mentales* en sus actuaciones durante la resolución de un problema. En efecto, sugiere que el conocimiento experto se organiza esquemáticamente como un *modelo mental* que incluye las características relevantes del sistema, de modo que los expertos usan este modelo mental para crear una representación cualitativa a gran escala del

problema como un primer paso para resolverlo (Larkin, Mac Dermott, Simon y Simon, 1980).

En particular, numerosos estudios han incorporado a los *modelos mentales* como formato representacional (Borges, 1998; Buckley y Boulter, 2000; Diakidoy, Vosniadou y Hawks, 1997; Halloun, 1996; Harrison y Treagust, 1996; Jonassen, 2003; Krappas, Alves y Carvalho, 2000; Taber, 2003; Treagust, Chittleborough y Mamiala, 2004; Vosniadou, 1994; Warnakulasooriya y Bao, 2001). Más allá de la diversidad conceptual atribuida al constructo “modelo mental” (Gutiérrez, 2005), todos estos investigadores consideran a los modelos mentales como representaciones internas que permiten a los sujetos interactuar con el mundo y, a partir de allí, explicar y predecir el comportamiento de un sistema o de un fenómeno. En la mayoría de estos estudios los modelos mentales han sido propuestos para interpretar las ideas de los alumnos y su dinámica durante el proceso de resolución o en las explicaciones de sucesos naturales. Por ejemplo, se han analizado los modelos mentales de la Tierra (Vosniadou, 1994), los que se construyen para interpretar el ciclo del día y la noche (Vosniadou, 1994), los que acompañan las nociones de campo eléctrico (Greca y Moreira, 1996 a, 1996b, 1997, 1998; de fuerza y energía (Lagrecá y Moreira, 1999; Moreira y Lagrecá, 1998).

Un ejemplo en esta línea son los trabajos desarrollados por Greca y Moreira (1996b, 1998) en los que se estudiaron las *representaciones mentales* usadas por los alumnos de Física General, estudiantes de postgrado y físicos profesionales al resolver problemas y cuestiones conceptuales referidas al concepto de campo electromagnético. Sus resultados sugieren que el mejor desempeño se daba en los alumnos que habían formado un modelo mental de campo electromagnético que se aproximaba al modelo conceptual usado por físicos expertos. Sin embargo, la mayoría de los alumnos trabajó con proposiciones aisladas que llegaban a constituir un modelo mental, con un desempeño pobre. De este modo, afirmaron que existe una relación directa

entre *alto nivel de comprensión* y activación de *modelos mentales* por un lado, y entre *bajo nivel de comprensión* y uso exclusivo de *estructuras algorítmicas*, por otro. Si bien estos investigadores analizaron las resoluciones identificando el tipo de representación mental de los estudiantes, su objetivo fue recabar información acerca del modelo mental estable de campo eléctrico que ellos organizaban.

Otro grupo de investigadores (Bao, 1999; Bao y Redish, 2006; Bao, Zollman, Hogg, y Redish, 2002) mostraron que los estudiantes (novatos) no suelen reconocer las condiciones pertinentes para un uso adecuado de sus modelos mentales, por lo cual usan múltiples modelos de manera incompatible en el tratamiento de problemas *conceptualmente semejantes*; a diferencia de los expertos, que primero reconocen que, a pesar de las diferencias en las situaciones, todos ellos responden a un proceso físico equivalente y, en consecuencia, corresponden a una misma representación o modelo mental.

En otro estudio también representativo, Lagreca y Moreira (1999) exploran y caracterizan en mayor profundidad las representaciones mentales de un grupo de estudiantes cuando resuelven problemas de mecánica introductoria de ingeniería. A través de las representaciones externas infirieron características de sus representaciones internas, en términos de *modelos mentales*. A partir del *análisis de los mapas conceptuales* realizados por los estudiantes encontraron que un grupo de alumnos usaban *proposiciones aisladas*, sin llegar a conformar un modelo mental de la situación presentada; es decir, si bien conocían las ecuaciones a aplicar, no lograban relacionarlas ni comprender la estructura conceptual de la teoría y de los fenómenos asociados a la misma. Sus mapas eran meras asociaciones entre conceptos estudiados, sin una relación física entre ellos. En otro grupo reconocieron la construcción de *modelos mentales básicamente proposicionales*, que no coincidían con los científicamente aceptados, pero les permitían resolver e interpretar situaciones diferentes. Aún cuando las relaciones entre los conceptos estaban enunciadas

mediante ecuaciones, estos alumnos conseguían establecer vínculos entre los conceptos al realizar sus mapas conceptuales. El tercer grupo manejaba *modelos mentales básicamente imaginísticos*, ya que usaban muchas imágenes. Resolvían bien los problemas, parecían tener una comprensión previa de la situación y analizaban los resultados obtenidos. Sus mapas conceptuales eran más elaborados que los de los grupos antes mencionados, estableciendo relaciones no meramente formales entre los conceptos. Además, conseguían explicar y predecir correctamente las situaciones presentadas. Por otra parte, también utilizaron entrevistas para analizar *los núcleos conceptuales* detectados en sus discursos, lo cual les permitió inferir algunos modelos mentales estables del concepto de fuerza y energía. En su estudio identificaron cuatro tipos de representaciones mentales. Un primer grupo estaba conformado por alumnos que daban muestras de la elaboración de un modelo mental en el que el concepto de *fuerza* se relacionaba directamente al de *movimiento*. Otro grupo daba pautas de tener un modelo mental ligado a la tríada: *velocidad constante – aceleración nula – fuerza nula*, que les permitía resolver cuestiones a partir del 2º principio de Newton y hacer inferencias a partir de él. Un tercer grupo parecía tener un modelo mental de fuerza más cercano al científicamente aceptado, ya que tenía en cuenta el carácter de *interacción* de la misma. Finalmente, un cuarto grupo parecía tener un modelo mental más *completo*, ya que incluían el concepto de energía.

En el área de Química, Bodner y Domin (2000), a partir de una caracterización de los estudiantes como *exitosos* o no *exitosos* en su desempeño al resolver problemas, señalan que los que tienen éxito elaboran un mayor número de modelos mentales que los que no lo tienen. Detectaron, además, que ambos grupos de estudiantes difieren en la naturaleza de sus representaciones externas: los exitosos las desarrollan sobre la base de fórmulas y ecuaciones, mientras que en las de los no exitosos predominan los enunciados verbales (expresiones descriptivas, explicativas, etc.).

En el ámbito de la Física, Coleoni, Otero J., Gangoso y Hamity (2001) desarrollaron un estudio exploratorio con alumnos de nivel medio, en el cual analizan las resoluciones escritas de un problema de física correspondiente a un líquido que recibe energía y, en un proceso dinámico, modifica su temperatura desde un estado inicial a otro final. Los autores presentan una tipificación de algunos errores encontrados, vinculándolos a *fallos* en diferentes niveles del *proceso de representación*. Uno de los errores está vinculado con la formación de la *base de texto*, presentes en las resoluciones de los estudiantes que no tienen en cuenta parte de la información dada en el enunciado. Sostienen que, debido a esta falla en la incorporación de la información, construyen una base de texto defectuosa, que limita la posibilidad de desarrollar a partir de ella una representación en la cual esté presente este rasgo. Otra posibilidad es que en el proceso de generación de un modelo a partir de la base de texto, esta característica haya sido omitida; en este caso, se trataría de una falla de naturaleza metacognitiva. También señalan a la recuperación o la utilización significativa de esquemas de resolución como otra fuente de errores, detectada en las resoluciones en las que no se logra formalizar matemáticamente ciertas características cualitativas de la situación.

En un estudio sobre *modelos mentales* en el ámbito de la propagación del sonido, Hrepic (2002), identificó tres tipos de modelos en las actuaciones de los estudiantes: uno que se corresponde con el científicamente consensado, otro que coincide con el modelo alternativo dominante y un tercer modelo conformado por la fusión de ambos, denominado *modelo híbrido*, y que aparece como producto de sucesivas reformulaciones de un modelo inicial. Destaca, además, que los estudiantes se esfuerzan por desarrollar un modelo auto-consistente que les permita justificar las situaciones presentadas en los problemas. Coincidiendo con Chi (2000), sostiene que esa "auto-explicación" corresponde al proceso de revisión recursiva de su modelo mental. De acuerdo con este punto de vista, cada estudiante puede tener un modelo ingenuo

personal y único, en desacuerdo con Bao (1999), quien sostiene que el conjunto de modelos posibles es limitado. En entrevistas posteriores a la resolución de los problemas. Hrepic comprueba que, en el caso del sonido, los estudiantes no necesitan tener el modelo correcto de onda para una obtener una puntuación perfecta, e inversamente, la obtención de una puntuación perfecta no necesariamente significa que hayan construido el modelo científicamente aceptado. Señala, además, que, teniendo en cuenta que el sonido es uno de los fenómenos más comunes de la vida cotidiana, los estudiantes no parecen haber conformado un modelo mental del fenómeno a menos que se vean "obligados" a explicar una situación. Para mostrar el sentido del *modelo híbrido* en otro tema de Física, Hrepic reinterpreta una investigación en mecánica elemental de Rebello e Itza-Ortiz, (citados en Hrepic, 2002). Estos autores encontraron que algunos estudiantes afirman que el cuerpo se mueve con *velocidad constante* si una *fuerza aplicada* sobre ellos es *constante*, lo cual corresponde a un modelo aristotélico que relaciona la fuerza con la velocidad. Pero estos mismos alumnos consideran que si la *fuerza se duplica* de pronto, el cuerpo se acelera con una *aceleración constante* hasta que alcanza el doble de la velocidad original. Rebello e Itza-Ortiz consideran que estos estudiantes asocian fuerza con aceleración, de acuerdo con el modelo newtoniano. Hrepic interpreta que el modelo desarrollado por estos estudiantes corresponde al *modelo híbrido*, ya que es una mezcla del modelo alternativo dominante (aristotélico) y el modelo científicamente aceptado (newtoniano). En esta línea, Itza-Ortiz, Rebello y Zollman (2004) investigaron el uso de la segunda ley de Newton en el contexto de la mecánica y el electromagnetismo, entrevistando a los estudiantes de un curso de física basado en el cálculo. Ellos también reconocieron la presencia del modelo de Newton, el de Aristóteles, y un modelo híbrido, señalando que tales modelos, que aparecían en primer lugar en mecánica, fueron trasladados por los estudiantes al ámbito del electromagnetismo.

Solaz-Portolés y Sanjosé (2006 y 2007) también han desarrollado trabajos referidos a la resolución de problemas en Física, usando a los *modelos mentales* como formato representacional. En el primero de ellos confirman la existencia de una relación inversa entre el número de modelos mentales implicados en la resolución del problema y el porcentaje de alumnos que lo resuelve correctamente, tal y como predice la teoría de los modelos mentales de Johnson-Laird. Además, verifican que los sujetos con mayor conocimiento previo no siempre resuelven significativamente mejor los problemas. En el siguiente estudio, señalan que la formación de una *base de texto* tiene un efecto significativo en la conformación de los modelos mentales para resolver correctamente los problemas conceptuales de Física.

Cabe destacar que en todos los trabajos citados, el paradigma *experto – novato* está presente, aún en los que no lo mencionan, ya que en ellos se estudia la actuación de estudiantes (novatos) en la resolución de problemas de ciencias. La fase empírica de esta tesis, que se presenta en los próximos capítulos, también está atravesada por ese paradigma, ya que en ella se estudia el desempeño de estudiantes en la resolución de problemas de un tema específico de Física, en búsqueda de indicadores que permitan actuar para facilitar su evolución hacia la pericia.

CAPÍTULO 4

ESTUDIO I: INDAGACIÓN EXPLORATORIA

Como ya anticipamos en la Introducción, comienza aquí la Parte Empírica de esta tesis que se extiende también a los capítulos 5 y 6. En el Estudio I desarrollado en este capítulo se presenta un *estudio exploratorio* realizado sobre una muestra de 51 estudiantes universitarios del primer curso de Física de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. Este estudio estuvo orientado a la búsqueda de indicadores para el diseño de un protocolo que permitiera estudiar los modelos mentales que los individuos construyen a partir de la comprensión del enunciado de un problema. En el Capítulo 5 se presenta el Estudio II que tiene el propósito de investigar el efecto de la forma del enunciado en la resolución de problemas en Física. De esta manera, se estudiará la actuación individual en la resolución de problemas con distintos formatos, para lo cual tomaremos como variables independientes el tipo de enunciado (*concreto con y sin gráfica, y abstracto con y sin gráfica*). El uso de estas dos variables dio lugar a ocho tipos de problemas distintos, material que se aplicó a una muestra de 40 estudiantes en el Estudio II. En esa investigación, a partir de las resoluciones escritas, se obtuvo información acerca de los procesos de resolución desarrollados, lo cual permitió analizar los modelos mentales manipulados y su relación con los diferentes tipos de enunciados. A través de métodos factoriales, se hallaron relaciones entre las variables por análisis de correspondencias múltiples y una tipología de los modos de comprensión y resolución de los problemas.

En el Capítulo 6 se presenta el denominado *Estudio III* o *Estudio de casos*, realizado sobre 16 resoluciones de los dos problemas, pero ahora bajo ocho formatos diferentes, ya que se combinaron, además de las variables mencionadas, otra asociada al tipo de datos: numéricos o sólo literales. Se

utilizó la técnica del pensamiento en voz alta, de manera que se obtuvieron dos tipos de registros: la resolución escrita y la grabación en audio de sus expresiones mientras resolvían los problemas. Esta técnica permitió indagar en profundidad el proceso de resolución, interpretando las actuaciones de los estudiantes a la luz de las perspectivas psicológicas adoptadas, identificando los distintos modelos mentales que estos estudiantes elaboran durante la resolución y los operadores que aplican.

4.1 INTRODUCCIÓN

Como se ha señalado, el objetivo de este estudio es obtener indicadores efectivos para el diseño del protocolo a aplicar en la investigación central. Para ello se caracterizan los modelos mentales desarrollados por los estudiantes cuando analizan situaciones que involucran cuerpos en contacto que realizan diferentes tipos de movimiento. Las direcciones y sentidos del movimiento pueden analizarse a través de la utilización correcta de las leyes de Newton, pero su aplicación depende de una instancia previa de fundamental importancia: la identificación de las fuerzas que actúan y la realización del diagrama de cuerpo libre (DCL), que autores como Newburgh (1994) enfatizan como una instancia fundamental. Se asume que el DCL es una representación externa que los sujetos realizan y que brinda información acerca del modelo mental en curso de quien resuelve. En dicho diagrama se pondrá de manifiesto los cuerpos que el sujeto considera relevantes (que constituirán los “tokens” de su modelo) y las fuerzas que considera que actúan sobre cada uno (que se identificarán como relaciones entre los “tokens” así como entre los “tokens” y algún elemento del medio ambiente. Algunas de estas interacciones resultan evidentes en función de la forma en que el agente ejecuta la misma. Por ejemplo, expresiones tales como “*empujar*” una mesa, “*remolcar*” un móvil o “*tirar*” de una cuerda definen situaciones en que las direcciones y sentidos de las interacciones se expresan explícitamente. En otros casos, son las

posiciones relativas de los sujetos actuando sobre un sistema las que proveen información sobre las direcciones y sentidos de las interacciones involucradas. Esto sucede en situaciones experimentales o que se presentan a través de dibujos figurativos como muestra la Figura 4.1.

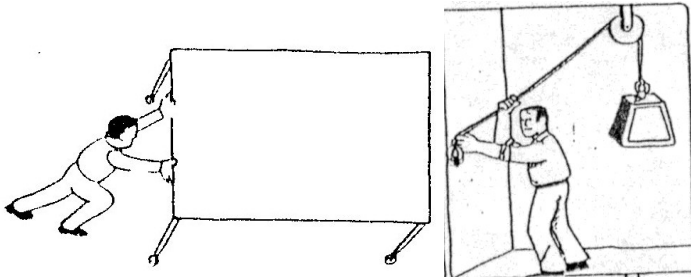


Figura 4.1. Efectos de sujetos actuando sobre diferentes objetos.

El rozamiento, en cambio, es la situación que se da a través de la superficie de contacto entre cuerpos, y por lo tanto no está relacionada con un acto intencional del sujeto. La fuerza de roce constituye una interacción cuyo sentido no resulta evidente en forma inmediata al observador, actuando en lo que podemos denominar una forma aparentemente oculta. Cuando el estudiante conforma la representación de una situación que involucra dicha fuerza, antes de determinar en qué cuerpos está aplicada, así como en qué dirección y sentido opera, debe ser capaz de prever el posible estado de movimiento del sistema. La determinación de la fuerza de roce pues, no es trivial ni inmediata. Saltiel (1994) advierte sobre las pocas investigaciones específicas alrededor de las ideas asociadas al concepto de rozamiento, marcando un área de interés para investigar los factores que obstaculizan la identificación de esta interacción y, fundamentalmente el sentido en que actúa (Islas y Guridi, 1996, Cunha y Caldas, 2000). Asimismo, se observa un déficit similar en la explicitación de una teoría que dé cuenta de las causas que provocan las dificultades para identificar esa interacción. De esta manera, el

rozamiento deviene en un problema conceptual inevitable asociado al movimiento de los cuerpos, pero, a su vez, el reconocimiento de esta fuerza de contacto brinda rica información acerca del modo en que un estudiante concibe los distintos tipos de movimientos, ya que obliga quien resuelve debe analizar en detalle el sentido que le asignará en función del tipo de movimiento.

A partir de estas consideraciones se decidió que los problemas de este estudio contemplarían situaciones de cuerpos en contacto (uno encima de otro) que sólo pueden interpretarse a través de la adecuada identificación de la fuerza de roce entre ellos. Desde esta perspectiva, la hipótesis de este estudio sostiene que *la conformación de un modelo mental adecuado que permita una interpretación físicamente correcta del estado de movimiento de dos cuerpos en contacto, depende del tipo de movimiento que los mismos realizan. En este sentido, se asume que los obstáculos en tal modelización son debidos prioritariamente a errores en la fuerza de rozamiento, cuya identificación se verá afectada, además, si se aplica una fuerza externa F sólo sobre uno de los cuerpos.*

Para poner a prueba esta hipótesis y derivar criterios para el diseño de los problemas del instrumento a aplicar en la investigación central, los problemas incluirán a los cuerpos en diferentes situaciones de movimiento (reposo con respecto a la Tierra, reposo relativo y movimiento relativo). A partir de las resoluciones de los alumnos se analizará la modelización de las situaciones presentadas, estudiando particularmente el sentido asignado a la fuerza de roce, los criterios que utilizan los estudiantes para determinarlo, su relación con la interpretación de los diferentes tipos de movimientos propuestos y el modo en que trasladan el efecto de la fuerza externa sobre el cuerpo en el cual no está aplicada.

4.2 MÉTODO

4.2.1. Participantes

En este estudio participaron voluntariamente 51 estudiantes de un primer curso universitario de Física de carreras de Ingeniería (Civil, Mecánica, Industrial, Eléctrica, Electrónica y Agrimensura) de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario (Argentina) en el que se abordan los contenidos de Mecánica. Todos acreditaban el cursado de Álgebra I y Análisis Matemático I. Sus edades estaban comprendidas entre 18 y 22 años, y acababan de rendir el examen parcial teórico práctico correspondiente al tema Dinámica de la Partícula. Se seleccionaron estudiantes con calificaciones comprendidas entre 5 y 6 (en una escala de calificación del 1 al 10) en el mencionado examen parcial que tuvieran, además, un rendimiento semejante en Álgebra I y Análisis Matemático I. El supuesto de base de la selección de estudiantes de rendimiento medio es que un alumno de alto rendimiento resolverá los problemas presentados rápidamente, por lo que es probable que no ofrezca información sobre las dificultades a lo largo de la resolución. Por otro lado, para un estudiante de muy bajo rendimiento la tarea puede convertirse en un obstáculo, interrumpiéndole el proceso de resolución. Se comunicó a los estudiantes que sus protocolos se utilizarían para una investigación vinculada con una tesis doctoral.

4.2.2 Materiales

Se diseñó un instrumento con tres situaciones problemáticas. La caracterización esquemática de los problemas puede verse en la Tabla 4.1. y los problemas concretos en la Figura. 4.2. Cada uno de los problemas ilustra un caso de dos superficies en contacto bajo diferentes condiciones de movimiento. Para la resolución de los tres tipos de problemas hay que utilizar la 2ª y 3ª ley de Newton, pero varían los tipos de fuerza y su orientación y el movimiento de los cuerpos.

Los tres problemas, si bien involucran objetos diferentes, presentan situaciones que guardan cierto isomorfismo, pues:

1. involucran siempre dos objetos y un tercer elemento que queda representado sólo a través de una de sus superficies y que sirve de apoyo al conjunto anterior,
2. los objetos guardan una relación espacial arriba-abajo idéntica (“apilados”),
3. la acción externa que se explicita actúa siempre sobre el cuerpo inferior (el que está sobre la superficie de apoyo), indicando su dirección y sentido, sin aclarar el agente que la ejerce,
4. esta acción tiende siempre a desplazar el cuerpo inferior, respecto al otro cuerpo y a la superficie de apoyo en un mismo sentido (hacia la derecha),
5. las superficies de contacto pueden ser tanto lisas como rugosas, ya que no se mencionan explícitamente sus características.

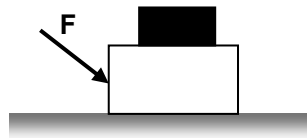
Como se ha mencionado, en todos los problemas se incluyó una fuerza externa F para analizar el modo en que los estudiantes trasladan su efecto al cuerpo superior. En la modelización de las tres situaciones, el reconocimiento de la fuerza de rozamiento entre los cuerpos (correspondiente a una relación entre los dos elementos relevantes del modelo) es fundamental, ya que es a través de esta fuerza que el cuerpo superior siente el efecto de la fuerza F aplicada al cuerpo inferior.

1- Un paquete se encuentra apoyado en la mitad de un trineo de longitud L . El trineo se puede desplazar sobre la superficie de un lago helado. Se aplica al trineo una fuerza horizontal observándose que al cabo de un cierto Δt el paquete se cae del trineo.

- indique hacia donde caerá el paquete.
- Dibuje el diagrama de cuerpo libre indicando las características de cada una de las fuerzas actuantes.



2- Realizar el diagrama de cuerpo libre marcando pares de acción y reacción para el sistema de cuerpos mostrado en la figura. Los cuerpos se encuentran en reposo.



3- Un bloque se encuentra apoyado sobre una mesa. Sobre la misma se ejerce una fuerza F que la desplaza. Analizar las fuerzas que actúan sobre el bloque y realizar el diagrama de cuerpo libre del mismo. Considere dos situaciones:

- el bloque permanece siempre a la misma distancia de los bordes de la mesa.
- la distancia de los bordes al bloque cambia.

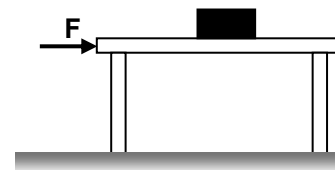


Figura 4.2. Problemas propuestos a los estudiantes en el estudio exploratorio.

Problema	Formato	Alternativas posibles a considerar en relación a las fuerzas de roce	Conocimientos implicados
1	Texto+gráfica bidimensional figurativa	<u>Existencia de roce entre el trineo y el paquete con movimiento relativo</u> entre ambos <u>Ausencia de roce entre el trineo y el paquete con movimiento relativo</u> entre ambos	-Tipos de fuerzas. -Orientación de la fuerza de roce.
2	Texto+gráfica bidimensional esquemática	Existencia de roce sólo entre el cuerpo inferior y la <u>superficie de apoyo</u> como única alternativa que puede explicar el reposo de ambos cuerpos Quedan excluidas las siguientes alternativas por no explicar el reposo del cuerpo superior: <u>Existencia de roce sólo entre los dos cuerpos</u> <u>Existencia de roce en todas las superficies en contacto</u>	-2ª y 3ª Ley de Newton.
3	Texto+gráfica bidimensional figurativa	Para el reposo relativo : (a ₁) <u>Existencia de roce sólo entre el bloque y la mesa</u> (a ₂) <u>Existencia de roce entre todas las superficies de contacto</u> Para el movimiento relativo : (b ₁₁) <u>Existencia de roce sólo entre el bloque y la mesa</u> (b ₁₂) <u>Existencia de roce dinámico en todas las superficies de contacto</u> (b ₂₁) <u>Ausencia de roce en todas las superficies de contacto</u> (b ₂₂) <u>Existencia de roce sólo entre la mesa y el piso</u>	

Tabla 4.1. Caracterización de los enunciados, sus alternativas de solución y los conocimientos físicos requeridos.

Problema 1

Involucra a un sistema de dos cuerpos en movimiento relativo uno respecto del otro. Se indica, con un vector o segmento orientado, una de las fuerzas actuantes (otorgando y extendiendo el sentido a la expresión del enunciado: “*se aplica al trineo una fuerza horizontal*”) y las características de una de las superficies en forma indirecta (lago helado).

En este enunciado se acompaña el texto con la gráfica para orientar la comprensión de la situación. El gráfico es bidimensional y de tipo figurativo. La única inclusión simbólica está asociada con la indicación de un vector (flecha o

segmento orientado). Si bien la forma impersonal del enunciado “...se aplica una fuerza” denota la existencia de algún elemento del medio ambiente. Desde el punto de vista de la comprensión lectora, el estudiante debe inferir la existencia de ese agente externo. Todas las demás interacciones deben ser identificadas por el estudiante, procesando términos a los que se le otorga sentido desde el marco de la teoría newtoniana. Es decir, existen datos “ocultos” que deben ser desvelados por los estudiantes desde sus conocimientos físicos:

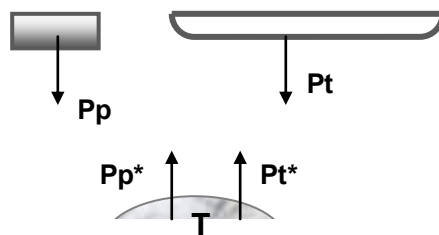


Figura 4.3. Representación de pares de acción y reacción de la interacción gravitatoria.

- el término “paquete” hace referencia a un cuerpo al que deben asociarse atributos de un objeto concreto, es decir, extensión espacial (volumen) y consistencia material (masa). La existencia de una interacción gravitatoria deberá ser inferida a partir de esta última propiedad y del hecho de que la situación acontece en un lago helado, obviamente, ubicado sobre la Tierra. Una inferencia semejante deberá efectuarse cuando se encuentra la palabra “trineo”. La interacción gravitatoria puede verse representada esquemáticamente en la Figura 4.3. Los vectores correspondientes a los pesos del paquete y el trineo se indican como P_p y P_t respectivamente. Sus pares de acción y reacción, indicados con un asterisco (P_p^* y P_t^*) se han dibujado en una representación esquemática de la tierra (T).
- la palabra “apoyado” provee información del contacto entre el paquete y el trineo. Tal contacto requiere interpretarse como un mecanismo de interacción que cumple dos efectos: sostener el cuerpo para que no caiga

(fuerza normal N) y otro que, eventualmente, podrá hacer que el paquete acompañe el movimiento del trineo (fuerza de roce f_r),

- la expresión “*superficie del lago helado*” sugiere una superficie lisa, implicando la ausencia de rozamiento entre el trineo y el lago,
- la expresión “*el trineo se puede desplazar*” puede interpretarse en términos de interacciones, una entre el trineo y el lago helado y otra entre el trineo y el paquete que sostiene. Sin embargo, esta expresión induce, en una primera instancia, a pensar en el movimiento del trineo *respecto al lago* (el hecho de estar “helado” supone que sólo se desplazará el trineo). Se requiere un análisis más profundo para considerar qué acontece con el paquete: ¿se desplazará junto con el trineo?, ¿se desplazará en el mismo sentido que el trineo, pero más lentamente?, ¿no se desplazará junto con el trineo, permaneciendo en la misma posición original respecto a la Tierra?, ¿se desplazará hacia atrás con respecto a la posición original respecto a la Tierra?

Es posible considerar dos posibilidades:

1. **No hay rozamiento entre el trineo y el paquete:** esto implicaría que sobre el paquete no existe ninguna fuerza en dirección horizontal, por lo que se mantendría en la misma posición respecto a un sistema de referencia fijo al lago helado. Como sobre el trineo se aplica la fuerza externa F , se moverá hacia delante respecto al mismo sistema de referencia. La conclusión sería que el paquete se caerá por la parte de atrás del trineo, que es una respuesta adecuada a la situación planteada

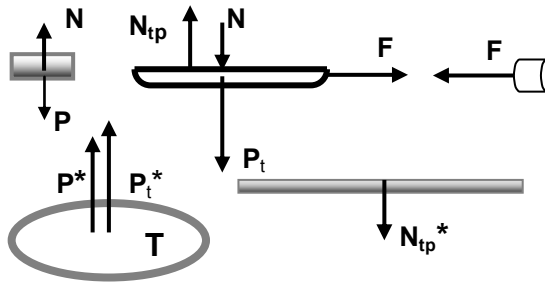


Figura 4.4. DCL completo para la primera alternativa.

Pero, a partir de sus conocimientos específicos y su modelo de la situación, para resolver estas cuestiones, el estudiante podrá apelar a la interacción de contacto horizontal entre superficies, es decir, a la fuerza de rozamiento. La determinación de tal fuerza requiere analizar el movimiento relativo entre las superficies en contacto. Esta situación corresponde a otra alternativa de solución que se presenta a continuación.

2. Hay rozamiento entre el trineo y el paquete: la fuerza externa horizontal F sugiere el sentido de desplazamiento del trineo: hacia la derecha. En consecuencia, la fuerza de rozamiento sobre el trineo actuará hacia la izquierda, oponiéndose al sentido del movimiento. Su par de acción y reacción actuará sobre el paquete. Esto debería representarse en un diagrama como el siguiente:

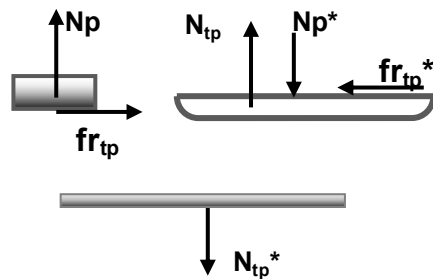


Figura 4.5. Representación de pares de acción y reacción de las interacciones de contacto entre las superficies.

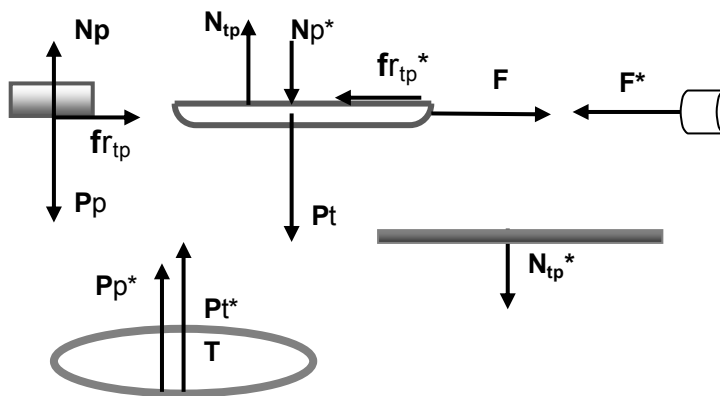


Figura 4.6. Representación de los diagramas de cuerpo libre completos.

Para determinar efectivamente el movimiento es necesario tener en cuenta la totalidad de las interacciones, es decir, proceder a realizar el DCL completo:

La representación de las fuerzas de contacto entre superficies representada en la Fig. 4.5 corresponde a una disposición de las fuerzas coherente con la situación. El análisis de todas las fuerzas en la dirección del movimiento (horizontal) permite afirmar que:

- el diagrama del paquete indica que, al incluirse una fuerza hacia la derecha (fr_{tp}), dicho cuerpo tendrá una aceleración a_p en ese sentido respecto al lago,
- el diagrama del trineo indica que tendrá una aceleración a_t hacia la derecha por el efecto de F y fr_{tp}^* (fr_{tp}^* reduce el efecto de F pues está en sentido opuesto).

Esta última alternativa permite considerar diferentes opciones de acuerdo a la relación entre las aceleraciones del paquete y el trineo.

2.1. Aceleración del paquete mayor que la aceleración del trineo ($a_t > a_p$). Si bien *ambos se mueven hacia la derecha* respecto al lago helado, el trineo

se moverá más rápidamente, por lo cual el paquete finalmente caerá del trineo por la parte trasera del mismo.

2.2. Aceleración del trineo mayor que la aceleración del paquete ($a_t < a_p$). Si bien *ambos se mueven hacia la derecha* respecto al lago helado, el trineo se moverá más lentamente, por lo cual el paquete finalmente caerá del trineo por la parte de adelante del mismo.

2.3. Igual aceleración del trineo y del paquete ($a_t = a_p$). *Ambos se mueven juntos y en reposo relativo hacia la derecha* respecto al lago helado, por lo cual el paquete no caerá del trineo.

En la Tabla 4.2. se sintetizan las diferentes soluciones posibles para el problema 1 teniendo en cuenta el dato “oculto” que debe inferirse del enunciado: *lago helado* implica ausencia de roce entre el trineo y el lago.

Alternativas rozamiento trineo-paquete	Análisis de las fuerzas en el sentido de movimiento	Alternativas en la relación entre las aceleraciones de ambos cuerpos	Justificación del movimiento relativo del sistema paquete-trineo
ausencia de roce (1)	paquete: $f_{r_{ip}} = 0$ \Rightarrow resultante nula \Rightarrow $a_p = 0$ trineo: resultante hacia la derecha \Rightarrow $a_t \neq 0$	Para cualquier relación entre las masas se cumple: $a_t > a_p$	El paquete permanece en reposo respecto al lago, mientras que el trineo se mueve con una aceleración a_t hacia la derecha, por lo cual el paquete caerá por la parte trasera del trineo una vez que éste haya avanzado una distancia igual a la que inicialmente existía entre el paquete y la parte posterior del trineo.
existe roce (2)	paquete: $f_{r_{ip}}$ hacia la derecha \Rightarrow resultante hacia la derecha \Rightarrow $a_p \neq 0$ trineo: resultante hacia la derecha \Rightarrow $a_t \neq 0$	$a_t > a_p$ (2.1)	El trineo se moverá más rápidamente que el paquete, por lo cual el paquete caerá por la parte trasera del trineo.
		$a_t < a_p$, (2.2)	El trineo se moverá más lentamente que el paquete, por lo cual el paquete caerá por la parte delantera del trineo.
		$a_t = a_p$ (2.3)	El trineo y el paquete se moverán juntos, por lo cual el paquete se mantiene en la misma posición relativa al trineo.

Tabla 4.2. Condiciones de las interpretaciones alternativas correspondientes al problema 1.

Problema 2

Comprende un sistema de dos cuerpos, ambos en reposo, indicando una de las fuerzas actuantes en una situación semejante a la del problema anterior. En el dibujo se indica, con un vector o segmento orientado, una de las fuerzas actuantes, sin indicar el agente que la ejerce y sin proveer información acerca de las superficies en contacto

Este enunciado es fundamentalmente gráfico. El único dato literal es que ambos cuerpos están en el estado de *reposo*. Han de tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- El término “*cuerpos*” tiene la misma connotación que “*paquete*” o “*trineo*” en el problema anterior en cuanto al hecho de asociarles los atributos de volumen y masa, requiriendo la inferencia de la existencia de la interacción gravitatoria. Esquemáticamente, la representación de los pares de acción-reacción de la interacción gravitatoria puede verse en la Figura 4.7 donde la representación de la Tierra (T) y los vectores P_1^* y P_2^* indican el efecto recíproco de dicha interacción (Tercera Ley de Newton).

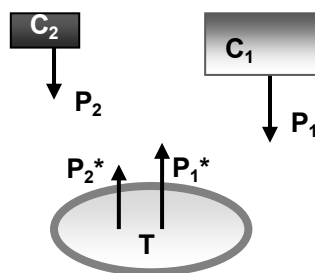


Figura 4.7. Representación de pares de acción y reacción de la interacción gravitatoria entre los cuerpos C_1 y C_2 y la tierra.

- Prácticamente, el dibujo actúa como la única información disponible, demandando el procesamiento de información gráfica, registrando a través del diseño el apoyo de los cuerpos sobre superficies planas y horizontales.

Así, la interacción vertical entre los cuerpos y entre el cuerpo inferior y la superficie de apoyo podrá representarse:

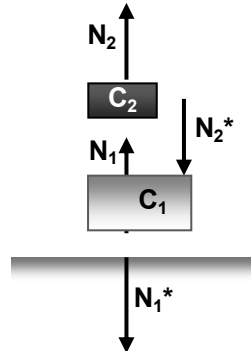


Figura 4.8. Representación de pares de acción y reacción de las interacciones de contacto entre las superficies.

- La fuerza externa está aplicada al cuerpo inferior con una inclinación. En su procesamiento, el estudiante deberá analizar su acción, apelando a la descomposición de la misma en sus componentes horizontal y vertical:

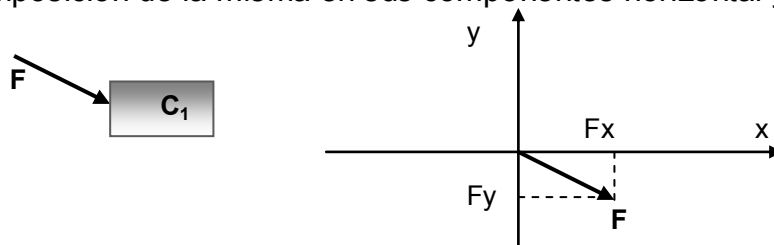


Figura 4.9. Descomposición de la fuerza externa aplicada en dos direcciones perpendiculares.

Reconocidas las interacciones anteriores, el estudiante deberá detectar la contradicción entre el efecto resultante de las mismas (la componente horizontal de F determinará el desplazamiento hacia la derecha) y la información del enunciado “*los cuerpos se encuentran en reposo*”. Tal contradicción deberá resolverse reconociendo la necesidad de analizar la existencia de fuerzas de rozamiento entre las superficies de contacto de los cuerpos y el cuerpo inferior y la superficie de apoyo.

Específicamente, es posible considerar diferentes posibilidades que deberán ser analizadas a fin de seleccionar la opción adecuada:

1. **Hay rozamiento sólo entre los dos cuerpos:** esto implicaría la existencia de una fuerza de roce (fr^*) sobre C_2 (en su cara superior) hacia la izquierda, para justificar el reposo de ese bloque. Pero, dado que la reacción a esa fuerza de roce (fr) estaría ubicada en el cuerpo C_1 y dirigida hacia la derecha, se llegaría a la conclusión que dicho cuerpo no cumple con la condición de estado de reposo. En consecuencia, la opción (1) debe descartarse, reconociéndose que las superficies en contacto de C_1 y C_2 deben ser completamente lisas.

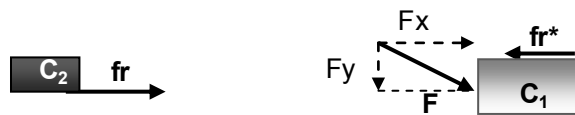


Figura 4.10. Representación de la fuerza externa F y las fuerzas de rozamiento que puede justificar el reposo de C_2 pero no el del cuerpo C_1 que se aceleraría hacia la derecha por efecto de la fuerza fr indicada.

2. La segunda alternativa: **Existencia de rozamiento tanto entre los cuerpos como entre C_2 y la superficie inferior**, queda eliminada, pues incluye el caso (1) que ha sido descartado, es decir, no puede justificarse el reposo del cuerpo C_1 .

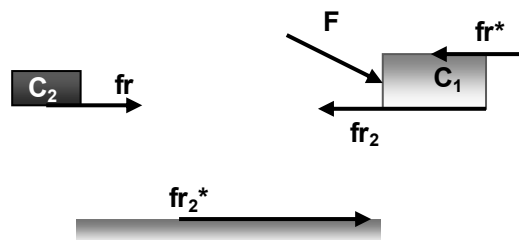


Figura 4.11. Representación de la fuerza externa F y las fuerzas de rozamiento que puede justificar el reposo de C_2 pero no el del cuerpo C_1 que se aceleraría hacia la derecha por efecto de la fuerza fr indicada.

3. **Hay rozamiento sólo entre C_2 y la superficie de apoyo:** Analizando esta situación en forma equivalente, sobre la superficie inferior de C_2 actúa una fuerza de roce hacia la izquierda (con su reacción, fr^* , sobre la superficie y

hacia la derecha) que permite justificar el reposo del cuerpo C_2 , al contrarrestar el efecto de la componente horizontal de F :

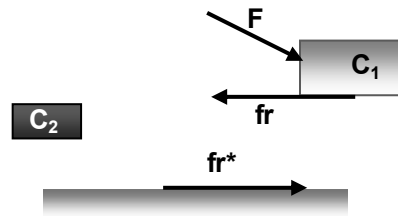


Figura 4.12. Representación de la fuerza externa F y las fuerzas de rozamiento que puede justificar el reposo de ambos cuerpos.

En conclusión, para justificar el estado de reposo, el DCL solicitado bajo las anteriores consideraciones, deberá responder al siguiente esquema:

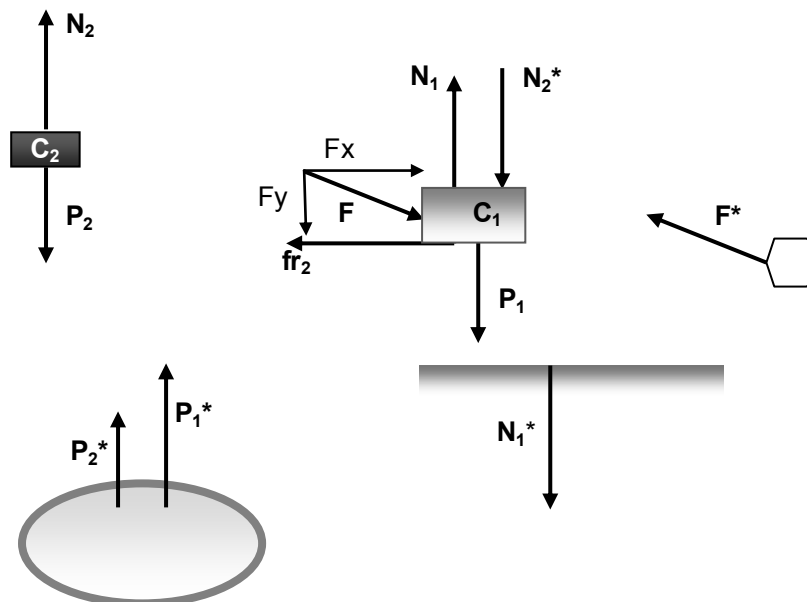


Figura 4.13. DCL completo con la representación de todas las interacciones.

La representación de las fuerzas de contacto entre superficies representada en la Fig. 4.12 corresponde a una disposición de las fuerzas coherente con la situación presentada. El análisis de todas las fuerzas en la dirección horizontal permite afirmar que:

- la ausencia de fuerzas en esa dirección en el diagrama del cuerpo C_1 indica que el mismo se mantendrá en reposo con respecto a la Tierra,
- puede justificarse también el reposo del cuerpo C_2 postulando que la componente horizontal de F (F_x) se equilibra con la fuerza de roce con el piso f_r2 .

De este modo, la alternativa 3 corresponde a la única solución correcta de la situación planteada, donde se cumple la condición de reposo impuesta por el enunciado.

Problema 3

Corresponde a un sistema de dos cuerpos en dos condiciones diferentes: en reposo y en movimiento relativos, indicando una de las fuerzas aplicadas, sin incluir información acerca de las superficies en contacto.

Este enunciado, al igual que el del Problema 1 se presenta un texto acompañado con una gráfica bidimensional y figurativa que orientará la comprensión de la situación. La expresión “*se ejerce una fuerza*”, como en el Problema 1, requiere que el estudiante reconozca la existencia de algún elemento del medio ambiente que la produce. Todas las demás interacciones deben ser identificadas por el estudiante. Nuevamente, la palabra “*apoyado*” está indicando la existencia de una interacción de contacto con una componente normal y una eventual componente horizontal, si existiera roce, entre el bloque y la mesa. El término “*desplaza*”, por su parte, implica el movimiento de la mesa.

Las consignas requieren considerar dos situaciones diferentes, es decir, será necesario identificar las interacciones actuantes en cada una de ellas.

Para abordar la consigna (a), el término “*desplaza*” del enunciado deberá procesarse combinado con la expresión “*permanece siempre a la misma distancia de los bordes de la mesa*”. Es decir, el bloque debe moverse con la

misma velocidad que la mesa. Esto sólo puede darse si se infiere la existencia de rozamiento entre la mesa y el bloque y, dado que no va a haber desplazamiento relativo entre las dos superficies, dicha fuerza deberá ser necesariamente una fuerza de roce estática. Si no se cumpliera esta condición, el DCL correspondiente al paquete y a la mesa sería el siguiente:

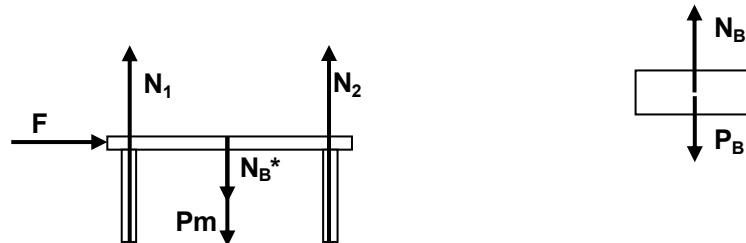


Figura 4.14. DCL de la mesa y el bloque en ausencia de roce entre ambos.

Este diagrama muestra que, en ausencia de roce entre el bloque y la mesa, es imposible que el bloque acompañe a la mesa en su desplazamiento, ya que sobre ésta actúa la fuerza F que lo pone en movimiento, mientras que no existe ninguna fuerza en la dirección horizontal que mueva al bloque. Es decir, desde un sistema de referencia fijo al piso, la mesa se acelerará y el bloque permanecerá en la misma posición. De este modo, a medida que la mesa avance, el bloque no lo hará, por lo que no se cumplirá la condición impuesta por la consigna (a): *“el cuerpo permanece siempre a la misma distancia de los bordes de la mesa”*.

Por otro lado, la presencia de roce entre el bloque y la mesa puede combinarse, generando dos alternativas diferentes en el contacto mesa-piso.

a₁) **Superficie de contacto mesa-piso lisa**, es decir, **no existe rozamiento entre la mesa y el piso**.

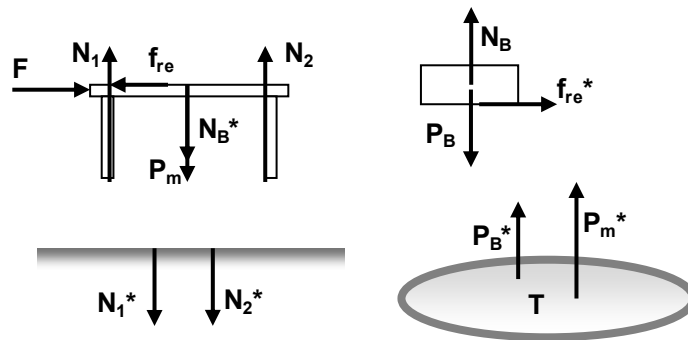


Figura 4.15. DCL completo con la representación de todas las interacciones suponiendo que no existe roce entre la mesa y el piso.

2) **Superficie de contacto mesa-piso rugosa**, es decir, **existe rozamiento dinámico entre la mesa y el piso.**

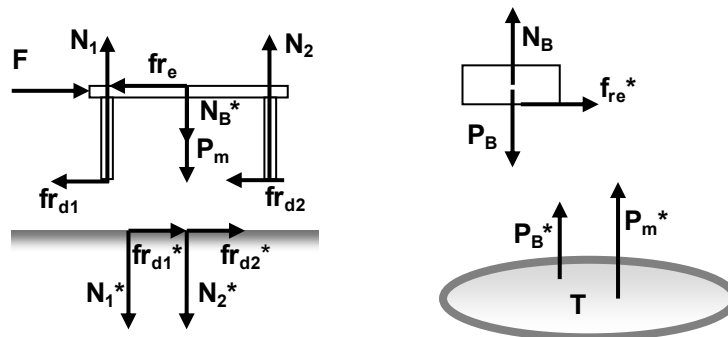


Figura 4.16. DCL completo con la representación de todas las interacciones suponiendo roce dinámico entre la mesa y el piso.

En ambos casos (a_1) y (a_2) la *resultante* de las fuerzas en el sentido horizontal es *no nula* en ambos cuerpos. Por lo tanto, es posible considerar que tales resultantes produzcan la misma aceleración sobre la mesa y el bloque, permitiendo así que ambos se muevan juntos. Con esto se cumple la condición del ítem a: “... el cuerpo permanece siempre a la misma distancia de los bordes de la mesa”.

Para abordar la consigna (b), el término “*desplaza*” del enunciado debe procesarse en conjunción con la expresión “*la distancia de los bordes de la mesa al cuerpo cambia*”. Es decir, debe reconocerse el desplazamiento relativo

entre el bloque y la mesa. Esto involucra la existencia de una fuerza de roce dinámica, o bien la ausencia de rozamiento. Analizando estas dos posibilidades:

b₁₁) **Con roce dinámico entre el bloque y la mesa:** El esquema incluirá una fuerza de roce dinámica f_{rd} , combinado con las dos alternativas de la presencia o ausencia de roce entre la mesa y el piso identificados como (b₁₁) y (b₁₂) respectivamente.

b₁₁) **con roce mesa-piso**

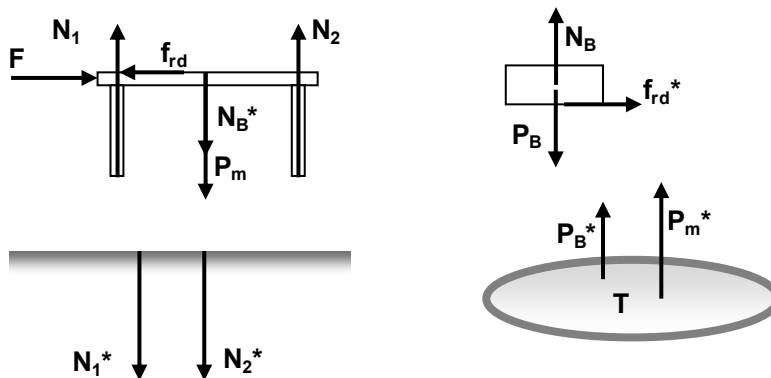


Figura 4.17. DCL completo con la representación de todas las interacciones suponiendo que existe roce dinámico entre el bloque y la mesa y ausencia de roce entre la mesa y el piso.

b₁₂) **sin roce mesa-piso**

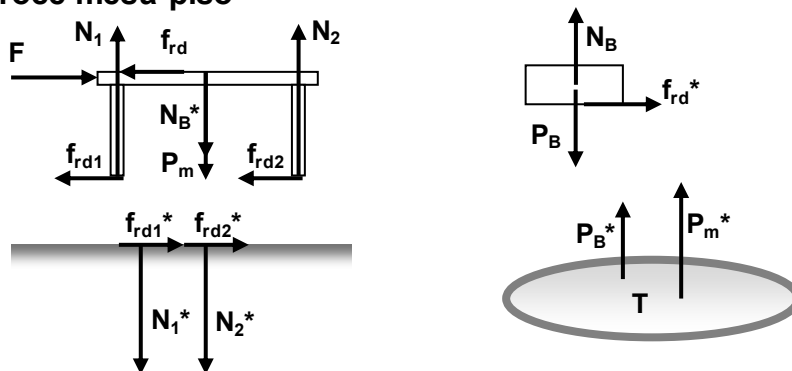


Figura 4.18. DCL completo con la representación de todas las interacciones suponiendo roce dinámico entre la mesa y el bloque y la mesa y el piso.

El análisis de las fuerzas en la dirección del movimiento (Fig. 4.16) permite afirmar que:

- el diagrama del bloque indica que, al incluirse una fuerza hacia la derecha (fr_d^*), dicho cuerpo se moverá con una aceleración a_b en ese sentido respecto al piso,
- el diagrama de la mesa indica que la misma se moverá con una aceleración a_m hacia la derecha por el efecto combinado de F y fr_d (fr_d reduce el efecto de F pues está en sentido opuesto).

El análisis de todas las fuerzas de la Fig. 4.17 en la dirección del movimiento (horizontal) permite afirmar que:

- el diagrama del bloque indica que, al incluirse una fuerza hacia la derecha (fr_d), dicho cuerpo se moverá con una aceleración a_b en ese sentido respecto al piso,
- el diagrama de la mesa indica que la misma se moverá con una aceleración a_m hacia la derecha por el efecto combinado de F , fr_{d1} , fr_{d2} y fr_d (las fuerzas de roce reducen el efecto de F pues está en sentido opuesto).

Las dos alternativas presentadas en las Figs. 4.17 y 4.18 admiten opciones diferentes de acuerdo a la relación entre las aceleraciones de los cuerpos considerados:

1. Si $a_t > a_p$, *ambos se mueven hacia la derecha* respecto al piso, pero la mesa se moverá más rápidamente, por lo cual la distancia del bloque a los bordes de la mesa cambiará. Por lo tanto, esta posibilidad corresponde a una disposición de las fuerzas coherente con la situación.
2. Si $a_t > a_p$, si bien *ambos se mueven hacia la derecha* respecto al piso, la mesa se moverá más lentamente, por lo cual la distancia del bloque a los bordes de la mesa cambiará. Por lo tanto, esta posibilidad corresponde a otra disposición de las fuerzas coherente con la situación.

La opción correspondiente a aceleraciones iguales no responde a la condición establecida en el ítem (b), ya que implica que ambos cuerpos se mueven juntos sin cambiar sus posiciones relativas.

b₂) **Ausencia de roce entre el bloque y la mesa:** Este esquema permite también la combinación con las dos alternativas presentadas en (a₁) y (a₂):

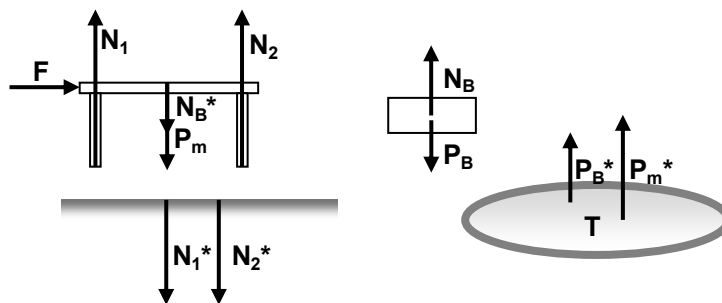


Figura 4.19. DCL completo con la representación de todas las interacciones suponiendo ausencia de roce entre las superficies en contacto.

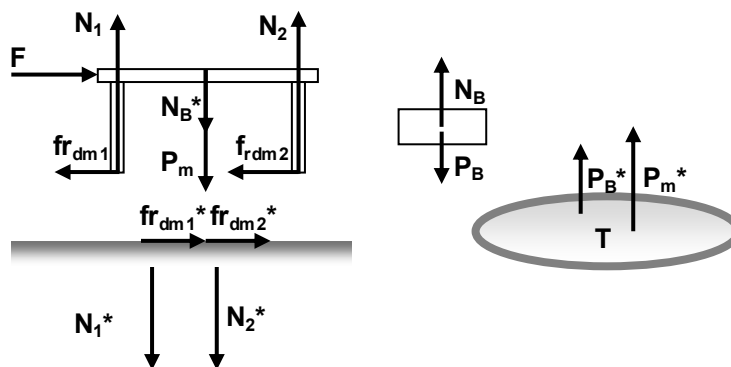


Figura 4.20. DCL completo con la representación de todas las interacciones suponiendo existencia de roce entre la mesa y el piso y ausencia de roce entre el bloque y la mesa.

El análisis de todas las fuerzas de la Fig. 4.18 en la dirección del movimiento (horizontal) permite afirmar que:

- el diagrama del bloque indica que, al no existir fuerzas en la dirección horizontal, permanecerá en reposo respecto al piso,

- el diagrama de la mesa indica que la misma se moverá con una aceleración a_m hacia la derecha por el efecto de la fuerza F .

De este modo, la mesa se desplaza aceleradamente mientras que el bloque permanece en la misma posición respecto al piso. Por lo tanto, hay movimiento relativo entre ambos, cumpliéndose la condición “la distancia de los bordes de la mesa al cuerpo cambian”.

El análisis de todas las fuerzas de la Fig. 4.19 en la dirección del movimiento (horizontal) permite afirmar que:

- el diagrama del bloque indica que, al no existir fuerzas en la dirección horizontal, permanecerá en reposo respecto al piso,
- el diagrama de la mesa indica que la misma se moverá con una aceleración a_m hacia la derecha por el efecto combinado de F , $frd1$ y $frd2$.

Al igual que en caso anterior, la mesa se desplaza aceleradamente mientras que el bloque permanece en la misma posición respecto al piso. Por lo tanto, hay movimiento relativo entre ambos, cumpliéndose la condición “*la distancia de los bordes de la mesa al cuerpo cambian*”.

En la Tabla 4.3 se sintetizan las diferentes soluciones posibles para las dos consignas del problema 3 antes analizadas.

Ítem a:

Alternativas rozamiento mesa-bloque	Alternativas rozamiento mesa-piso	Análisis de las fuerzas en el sentido de movimiento	Alternativas en la relación entre las aceleraciones de ambos cuerpos	Justificación de la condición impuesta en el ítem (a)
roce estático	roce nulo (a ₁)	bloque: Resultante hacia la derecha ⇒ a _b ≠ 0 mesa: resultante hacia la derecha ⇒ a _m ≠ 0	Sólo es posible si las aceleraciones de la mesa y el bloque son iguales a_b = a_m	Mesa y bloque se mueven simultáneamente sin movimiento relativo.
	roce dinámico (a ₂)	bloque: Resultante hacia la derecha ⇒ a _b ≠ 0 mesa: Resultante hacia la derecha ⇒ a _m ≠ 0		

Tabla 4.3. Condiciones de las interpretaciones alternativas correspondientes al ítem (a) del problema 3.

Ítem b:

Alternativas rozamiento mesa-bloque	Análisis de las fuerzas en el sentido de movimiento	Alternativas rozamiento mesa-piso	Alternativas en la relación entre las aceleraciones de ambos cuerpos	Justificación de la condición impuesta en el ítem (b) del enunciado
existe roce dinámico (b ₁)	bloque: Resultante hacia la derecha ⇒ a _b ≠ 0 mesa: Resultante hacia la derecha ⇒ a _m ≠ 0	roce nulo Fig. 1 (con fr dinámica) b₁₁	a _m > a _b (b₁₁-1)	La mesa se moverá más rápidamente que el bloque.
			a _m < a _b (b₁₁-2)	La mesa se moverá más lentamente que el bloque.
		roce dinám. Fig. 2 (con fr dinámica) b₁₂	a _m > a _b (b₁₂-1)	La mesa se moverá más rápidamente que el bloque.
			a _m < a _b (b₁₂-2)	La mesa se moverá más lentamente que el bloque.
ausencia de roce (b ₂)	bloque: Resultante nula ⇒ a _b = 0 mesa: Resultante hacia la derecha ⇒ a _m ≠ 0	roce nulo Fig. 3 b₂₁	Para cualquier relación entre las masas se cumple: a_m > a_b	El bloque permanece en reposo respecto al piso, mientras que la mesa se mueve con una aceleración a _m hacia la derecha.
		roce dinám. Fig. 4 b₂₂		

Tabla 4.4. Condiciones de las interpretaciones alternativas correspondientes al ítem (b) del problema 3.

Existen, pues, seis soluciones correctas posibles para el ítem b correspondientes a modelos diferentes de la situación que son coherentes con la misma.

4.2.3 Procedimiento

Para resolver la tarea solicitada los participantes tenían que efectuar el reconocimiento de las fuerzas actuantes sobre los cuerpos y explicar el movimiento de los mismos en cada uno de los casos propuestos. Específicamente se requirió la realización del diagrama de cuerpo libre (DCL) incluyendo, en algunos casos, la explicitación de los pares de acción y reacción. Cabe reiterar que en ningún caso las consignas hacían alusión al tipo de superficies en contacto, ni requerían específicamente la aplicación de la 2ª ley de Newton como criterio para sustentar las respuestas. Todos los estudiantes recibieron el instrumento con los tres enunciados en el orden en que se presentan en la Fig. 4.2. No se consideró necesario aleatorizar la presentación de los mismos por cuanto los tres problemas responden a un mismo modelo conceptual físico. Los alumnos dispusieron de un tiempo aproximado de 1 hora para responder por escrito a las consignas planteadas. Se les indicó que explicaran y fundamentaran con detalle los pasos seguidos. En los casos en que las producciones escritas no fueron suficientemente explícitas, se complementó con una entrevista individual.

4.3 RESULTADOS

Como se ha mencionado anteriormente, el objetivo de este estudio es fundamentalmente exploratorio. Por ello, el análisis de los resultados que aquí se presenta, si bien es meramente descriptivo, nos permitirá tomar decisiones sobre las variables a incluir en los estudios subsiguientes. Este análisis descriptivo de los resultados se realizó a dos niveles diferentes. En primer lugar, se llevó a cabo un análisis de las ejecuciones de los participantes en

cada uno de los problemas a fin de determinar las dificultades experimentadas en el análisis de las interacciones en relación con en el movimiento/reposo de los cuerpos. Este análisis nos ha permitido la caracterización de los modelos mentales utilizados para cada uno de los problemas. Posteriormente, se realizó un análisis global de las actuaciones de los participantes con el objetivo de determinar grupos de alumnos que siguen patrones semejantes de resolución de problemas. Este análisis ha permitido la identificación de tres patrones de resolución de problemas prototípicos a los que se adscriben de manera diferencial los alumnos participantes en el estudio.

4.3.1 Análisis de las actuaciones de los estudiantes en cada problema

Para analizar las actuaciones de los participantes, se realizó un análisis del sentido asignado a la fuerza de roce y su relación con el tipo de movimiento planteado a fin de determinar la forma en que estos estudiantes organizan su modelo mental relacionando cada movimiento con la inclusión de dicha fuerza. También se analiza el modo en que los estudiantes consideran el efecto de la fuerza F sobre el cuerpo en el que no está aplicada y su relación con el estado de movimiento. No se mencionarán las fuerzas peso y de contacto normal, ya que ambas fueron identificadas correctamente en todos los casos.

Problema1

Si bien en este problema se pide, en general, “... *realizar el DCL...*”, sin especificar a qué cuerpos se refiere, todos realizan el DCL del paquete y el 82% realiza además el DCL del trineo. Sin embargo, en general, este último no es considerado para un posterior análisis. Esto está indicando la conformación de un modelo mental donde el *paquete* constituye el elemento relevante debido a una posible incidencia de la primera consigna centrada en el paquete.

Todos los estudiantes optaron por la alternativa (2) mencionada en la Tabla 4.2 de este capítulo, es decir, consideraron la presencia de roce entre el

trineo y el paquete. El hecho de la selección de una única alternativa entre las varias descritas como posibles en el apartado 4.3.1, da indicios de la ausencia de revisión de los modelos en curso.

En la Tabla 4.5 se sintetizan, en las columnas blancas, los resultados encontrados al analizar la relación entre el *sentido de la fuerza de roce* y el *sentido de movimiento* del paquete. En las columnas sombreadas, se analiza la exactitud de las respuestas desde el punto de vista físico y la coherencia de las respuestas en función del modelo mental que puede interpretarse utiliza el estudiante. Desde este punto de vista es posible considerar respuestas físicamente incorrectas pero que resultan coherentes para los estudiantes en el marco del modelo mental construido. Las resoluciones se han agrupado de acuerdo al sentido asignado a la fuerza de roce entre el paquete y el trineo y a las razones de la selección. El denominado tipo A1 se caracteriza por haber dado un sentido erróneo a esa fuerza de rozamiento, mientras que los tipos B1 y C1 le asignan el sentido correcto. La diferencia entre estos últimos reside en las razones por las que han elegido tal sentido. En esta descripción de los resultados, los modelos inferidos se han calificado como *sesgados*, pues no se corresponden con el modelo científicamente consensuado. Los mismos se describirán más adelante, en el análisis de cada grupo.

Categorización y Porcentaje y frecuencia absoluta de participantes que dan este tipo de respuesta	Sentido de la fuerza de roce sobre el paquete establecido por el estudiante	Sentido del movimiento del paquete asumido por el estudiante	Consideraciones sobre el sentido de las fuerzas de roce	Modelo inferido
A1 40% (20)	hacia atrás	hacia atrás	Sentido erróneo	Modelo sesgado “por análisis parcial”: La fuerza de roce se ubica en el paquete para encontrar una justificación coherente al movimiento supuesto: <i>si se mueve hacia atrás, entonces la fuerza de roce es la única interacción identificada que puede generar ese movimiento.</i> No se detecta que en estas condiciones el paquete estaría ayudando a acelerar al trineo hacia adelante.
B1 50% (25)			Sentido correcto, pero sin detectar la contradicción con el movimiento incipiente establecido para el paquete.	Modelo sesgado por “fijación en una definición incompleta”: La fuerza de roce se ubica a partir de una definición sesgada: <i>se opone siempre al movimiento.</i>
C1 10% (6)	hacia adelante		Sentido correcto, pero sin detectar el error conceptual de incluir la reacción a la fuerza F en el paquete.	Modelo sesgado por “fuerza extendida”: La fuerza de roce se ubica tomando como referencia la oposición al movimiento del paquete producido por la reacción a la fuerza F. Existe coherencia entre el sentido de la fuerza de roce y el movimiento supuesto, pero sustentado en un error conceptual.

Tabla 4.5. Análisis de las respuestas relacionadas con el estado de movimiento de los cuerpos en el Problema 1.

Se ha denominado tipo A1 a un grupo de resoluciones que constituye el 40% de la muestra, que establecen erróneamente que la fuerza de roce sobre el paquete se ejerce hacia atrás. Sin embargo, si bien estos alumnos llegan a una solución incorrecta desde el punto de vista físico, dan indicios de un modelo mental que, si bien es conceptualmente errado, les resulta coherente con la 2ª Ley de Newton, ya que les permite afirmar que *si el cuerpo se mueve hacia atrás, entonces la fuerza de roce* (que es la única que actúa en la

dirección del movimiento sobre el paquete) es la responsable de ese movimiento. Este modelo, sesgado conceptualmente, se ha caracterizado como *Modelo sesgado por análisis parcial*, ya que estos estudiantes construyen este modelo a partir de la respuesta al primer ítem: “se cae hacia atrás”⁶, a partir de lo cual definen el sentido de la fuerza de roce. No se da una revisión del modelo que permitiría detectar, analizando el DCL del trineo, que esto implica que el paquete “ayudaría” a mover el trineo hacia delante, por efecto de la reacción a la fuerza de roce ubicada sobre el paquete (ver Fig. 4.21; nótese que el modelado difiere del presentado en la Fig. 4.5 sólo en el sentido asignado a la fuerza de roce sobre ambos cuerpos).

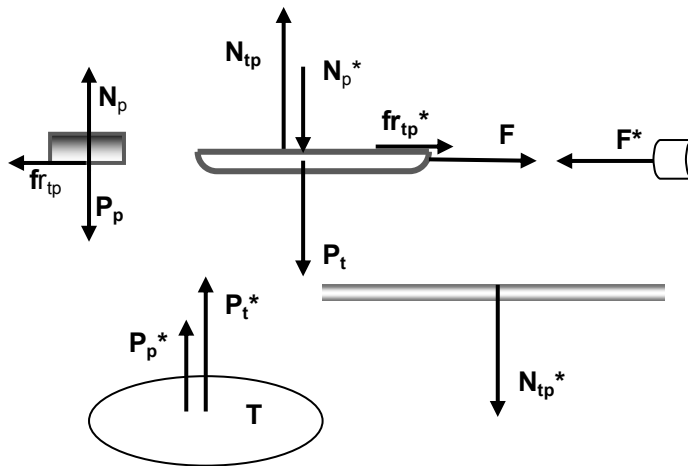


Figura 4.21. DCL que caracteriza la resolución realizada por los estudiantes del caso A1.

El 60% restante (correspondiente a los tipos B1 y C1), determina correctamente el sentido de la fuerza de roce, pero a partir de errores conceptuales. Los estudiantes que se agrupan en el denominado caso B1 - constituido por el 50% de la muestra - consideran que el paquete inicia su movimiento hacia atrás. Como aplican mecánicamente una definición

⁶ La experiencia cotidiana de cualquier sujeto que está sentado o parado en un autobús es la de irse “hacia atrás” cuando el vehículo arranca. Por el principio de inercia, el sujeto tiende a permanecer en reposo si inicialmente así lo está. En realidad, él se queda en su lugar, mientras que es el autobús (piso o asiento) el que se mueve hacia delante. Lo que se registra es un efecto de movimiento relativo que conforma esa idea espontánea de movimiento “hacia atrás”.

incompleta “*la fuerza de roce se opone al movimiento*”, piensan que dicha fuerza debe actuar sobre el paquete hacia adelante. Pero en entrevistas posteriores no fueron capaces de explicar la aparente contradicción, al aplicar la 2ª Ley de Newton, entre el sentido de la fuerza de roce “hacia adelante” y el movimiento supuesto del paquete “hacia atrás”. Ninguno de ellos adujo que esa situación era posible ya que el paquete podría acelerarse hacia adelante con una aceleración menor que la del trineo. De este modo, conforman un *modelo sesgado por fijación* en una definición incompleta de la fuerza de roce: “*la fuerza de roce se opone siempre al sentido de movimiento*”, en lugar de “*la fuerza de roce se opone siempre al sentido de movimiento relativo*”. Esto se debe a que el esquema se adecua a su suposición inicial (el cuerpo se mueve hacia atrás) pero no es coherente con un razonamiento conceptual sustentado en la 2ª ley de Newton, a la cual estos estudiantes no recurren porque interrumpen el modelado ante una interpretación que consideran plausible. De este modo, no utilizan la 2ª ley como criterio de corroboración y eventual revisión del modelo. Se destaca la importancia de este caso por corresponder a las actuaciones de la mitad de los estudiantes que constituían la muestra.

Por su parte, las ejecuciones categorizadas como C1 (10%) se caracterizan por estudiantes que parten de un error conceptual significativo: aplican la reacción de la fuerza F sobre el paquete. Al no mencionarse explícitamente en el enunciado el agente que ejerce la fuerza F sobre el trineo, estos alumnos infieren que la misma es ejercida por el otro elemento visible del sistema: el paquete. Este modelo se ha denominado *Modelo sesgado por “fuerza extendida”*, ya que aplican sobre el paquete una fuerza F^* que en realidad está actuando sobre un agente externo al sistema. Este modelo conceptualmente sesgado cumple con su carácter de funcional para estos estudiantes ya que les permite explicar la situación de movimiento hacia atrás, pero sin detectar la contradicción con la 2ª ley de Newton.

Problema 2

En este problema, la totalidad de los estudiantes organiza su modelo conservando para la fuerza F las características brindadas por el dato gráfico del enunciado, es decir, la consideran aplicada al cuerpo inferior. Sin embargo, el 40% no la interpreta en su carácter general de interacción, por cuanto no incluye ni especifica al agente que la ejerce. Es más, sólo el 30% analiza el efecto de esa interacción sobre el cuerpo en que actúa efectuando la descomposición de la fuerza para tener una información más amplia de la situación. Podría decirse que este último grupo recurre a una estrategia que le permite revisar su modelo para ajustarlo a otro efectivamente dinámico.

El 70% incluye una *fuerza de roce* entre los cuerpos, y un 80% considera además rozamiento entre el cuerpo inferior y el piso. La mayoría de los que incluyen alguna fuerza de roce no indican el carácter estático o dinámico de la misma.

En relación con el análisis del estado de *reposo* del sistema resulta importante vincular el sentido dado a la fuerza de roce con el reconocimiento del reposo planteado como condición en el enunciado de este problema. Al igual que en problema anterior, en la Tabla 4.6 se presenta un análisis de las características asignadas a las fuerzas de roce y de su relación con el estado de reposo. En la columna sombreada se presenta un análisis de la coherencia de las respuestas en relación con el modelo construido y su correspondencia con la validez de lo establecido, desde el punto de vista de la Física. En este problema, las resoluciones se han agrupado teniendo en cuenta si los estudiantes consideraban existencia o ausencia de roce entre las superficies en contacto, tanto entre los cuerpos como entre el cuerpo inferior y el piso, analizando además si las fuerzas de roce aplicadas justificaban el estado de reposo de los cuerpos. Así, el denominado tipo A2 se caracteriza por asumir que no había roce entre los cuerpos pero sí lo había con el piso, el tipo B2 corresponde a estudiantes que incluyeron ambas fuerzas de roce, el C2 agrupa

a quienes asumen la presencia de roce entre los cuerpos pero no con el piso y el tipo D1 considera la ausencia de roce entre todas las superficies en contacto. Nuevamente, en la última columna se caracterizan los modelos inferidos.

Categorización, porcentaje y (frec. absoluta)	Caracterización de las superficies en contacto	Consideraciones sobre el sentido de las fuerzas de roce y el reposo	Modelo inferido
A2 20% (10)	sin roce entre los cuerpos ($f_{r12} \neq 0$) con roce con el piso ($f_{rp} \neq 0$)	Se justifica el reposo de ambos cuerpos , sin aclarar el tipo de rozamiento entre el cuerpo inferior y el piso.	Modelo coherente: Se reconoce implícitamente que, si existiese roce entre los cuerpos, se podría explicar el reposo del último pero no el del cuerpo superior. Se detecta una consideración global del sistema de cuerpos.
B2 50% (25)	con roce entre los cuerpos ($f_{r12} \neq 0$) con roce con el piso ($f_{rp} \neq 0$)	Se justifica el reposo sólo del cuerpo inferior . El 90% no explicita el tipo de las fuerzas de roce que incluye en su diagrama.	Modelo sesgado “por análisis parcial complejo”: No se detecta que la presencia de la fuerza de roce en el cuerpo superior implica que es imposible que se mantenga en reposo. Se infiere que, frente a una fuerza externa aplicada, el reposo sólo es posible si existe fuerza de roce, y esto lo extienden a ambos cuerpos.
C2 10% (6)	con roce entre los cuerpos ($f_{r12} \neq 0$) sin roce con el piso ($f_{rp} = 0$)	Se justifica el reposo sólo del cuerpo inferior . No se explicita el tipo de la fuerza de roce.	Modelo sesgado “por análisis parcial simple”: Ídem al Modelo sesgado por análisis parcial complejo pero suponiendo roce nulo entre el cuerpo inferior y el piso.
D2 20% (10)	sin roce entre los cuerpos ($f_{r12} = 0$) sin roce con el piso ($f_{rp} = 0$)	No se justifica el estado de reposo sólo del cuerpo superior .	Modelo sesgado “por análisis parcial simple”: No se detecta que la ausencia de la fuerza de roce en el cuerpo inferior implica que se acelerará por efecto de la componente x de la fuerza externa F. Análisis del reposo centrado en el cuerpo superior.

Tabla 4.6. Análisis de las respuestas relacionadas con el estado de reposo en el Problema 2.

Como se puede observar en esta Tabla, sólo un 20% de los estudiantes justifican adecuadamente el reposo de ambos cuerpos (caso A2). Su razonamiento implica una consideración global del sistema de cuerpos involucrados, dando evidencia que en su modelo mental están representados adecuadamente los dos cuerpos del sistema y las interacciones. Es por esto que el modelo correspondiente se ha denominado *Modelo “reposo global”*. Los diagramas elaborados por estos estudiantes se corresponden con los presentados en la Fig. 4.12.

El 60% de los estudiantes (tipos B2 y C2) relaciona el *reposo* con la presencia de alguna fuerza de roce entre los cuerpos, deteniendo el análisis una vez que han justificado el reposo de uno de ellos, sin considerar globalmente el sistema. Estos estudiantes también justifican el estado de reposo sólo del cuerpo inferior, sin detectar la incongruencia entre el *reposo* del cuerpo superior y la existencia de una fuerza neta (la fuerza de roce) aplicada sobre él. La comprensión del enunciado queda focalizada sobre el reposo del cuerpo inferior, organizando un modelo cuyo “token” relevante es la representación de ese cuerpo, complementado por un sesgo de creencia: *el sistema sólo puede estar en reposo si existe rozamiento*. Estos estudiantes no detectan la contradicción de reposo para el cuerpo superior en función de su modelo parcial organizado en torno al cuerpo inferior. Los modelos de estos estudiantes se han calificado como de *análisis parcial* pues justifican el reposo solo del cuerpo inferior, ignorando al superior. La diferencia entre B2 y C2 radica en que el modelo *complejo* corresponde a casos en que se incluyó una fuerza de roce con el piso (B2), no considerada en el caso del modelo de reposo parcial que se ha denominado *simple* (C2).

El caso D2 corresponde a un 20% de los estudiantes, quienes no consideran ningún tipo de rozamiento entre las superficies en contacto. De este modo sólo justifican el reposo del cuerpo superior. Estos estudiantes no detectan la contradicción de reposo para el cuerpo inferior en función de su modelo sesgado *parcial*, organizado sólo en torno al cuerpo superior. Estas características, llevan a denominar a este modelo como *Modelo sesgado “por análisis parcial simple”*, al igual que en los casos B2 y C2, pero esta vez por centrarse en las fuerzas actuantes sobre el cuerpo superior, sin tener en cuenta el DCL del cuerpo inferior.

Los resultados muestran que el modelado del problema queda limitado, para la mayoría de los estudiantes (80%), a uno de los cuerpos, priorizándolo

en detrimento del otro, sin detectarlas las contradicciones que se generan y, en consecuencia, por lo cual no revisan el modelo inicial.

Problema 3

En relación con el análisis de las *interacciones* se observa que un 30% de estudiantes que no incluyen la reacción de la fuerza normal entre la mesa y el piso, que corresponde a quienes no efectúan el DCL de la mesa, considerándola como parte del medio ambiente. De hecho, las consignas se refieren explícitamente a la situación del bloque, por lo cual el mismo pasa a ser el “token” relevante del modelo mental desde el cual resuelven.

El 90% organiza su modelo manteniendo la fuerza F en la mesa, respetando el dato del enunciado. De este modo, sólo el 10% aplica esa fuerza no sólo a la mesa sino además al bloque, dando cuenta de un sesgo de *economía cognitiva*, ya que esta elección es menos costosa cognitivamente que analizar un efecto indirecto a través del roce entre la mesa y el bloque. Es importante señalar que la mitad de los estudiantes, aunque no incluye esta F en el DCL del bloque, considera que la misma determina el sentido de movimiento de la mesa y del bloque, por lo cual asignan el sentido erróneo a la fuerza de roce. Este hecho se comentará en la descripción de los resultados agrupados en la Tabla 4.7.

El 95% indica la existencia de la fuerza de roce entre el bloque y la mesa, tanto en el caso de reposo relativo como en el de movimiento relativo entre ambos. El 60% considera la existencia de roce dinámico entre las patas de la mesa y el piso. En relación con el estado del sistema se vincula el sentido dado a la fuerza de roce con el reconocimiento del sentido de movimiento asignado al sistema.

En relación con el análisis del *estado de movimiento* del sistema, al igual que en los problemas 1 y 2, en la Tabla 4.7 se presenta un análisis de las características asignadas a las fuerzas de roce y de su relación con los estados

de reposo relativo y de movimiento relativo que deben ser modelados para responder a las dos consignas del problema. A semejanza de las tablas anteriores, en la columna sombreada se presenta un análisis de la coherencia de las respuestas en relación con el modelo construido y su correspondencia con la validez de lo establecido, desde el punto de vista de la Física, caracterizándose los modelos inferidos en cada caso.

En este caso, las resoluciones se han agrupado teniendo en cuenta tanto la consideración de la *existencia* o la *ausencia de roce* entre las superficies en contacto como el *sentido asignado a la fuerza de roce* aplicada en el bloque (en los casos que la incluían), analizando de qué modo tales condiciones justificaban el estado movimiento de los cuerpos. Los casos A3 a E3 corresponden a las respuestas al ítem a, de reposo relativo y los restantes a las respuestas al ítem b de movimiento relativo.

En las respuestas correspondientes al reposo relativo, los tipos A3 y B3 se caracterizan por asumir ausencia de roce entre la mesa y el piso y la presencia de roce *estático* entre la mesa y el bloque, diferenciándose en el sentido asignado a esa fuerza de roce (hacia atrás en A3 y hacia adelante en B3). Los tipos C3 y D3, por su parte, asumen que existe roce *estático* entre la mesa y el bloque pero no entre la mesa y el piso, diferenciándose en el sentido asignado a esa fuerza de roce (hacia atrás en C3 y hacia adelante en D3). Los pocos estudiantes agrupados en el caso E3 (5% de la muestra) son los únicos que suponen que no hay roce entre la mesa y el bloque.

Los denominados casos F3 y G3, correspondientes al movimiento relativo planteado en el ítem b, son semejantes a los casos A3 y B3 de reposo relativo, ya que se caracterizan por asumir ausencia de roce entre la mesa y el bloque y la presencia de roce entre la mesa y el piso, considerando que tal roce es *dinámico*. Ambos casos se diferencian en el sentido asignado a esa fuerza de roce (hacia atrás en F3 y hacia adelante en G3). Por último, los casos H3 y J3, al igual que C3 y D3, corresponden a estudiantes que asumen la existencia

de rozamiento (dinámico) en ambas superficies de contacto. La diferencia estriba en que en H3 la fuerza de roce se orienta hacia atrás y en J3 hacia adelante.

Aquí también, en la última columna se caracterizan los modelos inferidos, tanto en los casos de reposo relativo como en los de movimiento relativo.

Categorización, porcentaje y frecuencia absoluta	Roce en superficies de contacto	Sentido del roce en el bloque	Consideraciones sobre el sentido del roce	Modelo inferido
Ítem a: reposo relativo				
A3 46% (23)	con roce estático entre los cuerpos (fre12 ≠ 0) sin roce con el piso (frp = 0) (a1)	fuerza de roce estático hacia atrás (a11)	No se justifica el reposo relativo . El DCL del bloque incluye una fuerza neta hacia atrás, implicando su movimiento en ese sentido.	Modelo sesgado por "fuerza extendida simple" : Se considera que la fuerza F determina el sentido de movimiento tanto de la mesa como del bloque. Utilizando una opción de mínima complejidad, se resuelve activando un esquema: <i>la fuerza de roce se opone al movimiento</i> . No se detecta que la presencia de la fuerza de roce hacia la izquierda en el bloque es incompatible con el movimiento inicial de la mesa hacia la derecha. El sentido de la fuerza de roce en el bloque se determina en oposición a la fuerza F aplicada a la mesa.
B3 24% (12)		fuerza de roce estático hacia adelante 24% (12) (a12)	Se justifica el estado de reposo relativo del sistema bloque.- mesa.	Modelo "coherente simple" : Se considera que la mesa y el bloque se mueven hacia la derecha y que no existe roce entre la mesa y el piso. Así, se infiere que mesa y bloque se mueven con movimiento rectilíneo y uniforme. Constituye la alternativa más simple.
C3 9% (5)	con roce estático entre los cuerpos (fre12 ≠ 0)	fuerza de roce estática hacia atrás (a21)	No justifican el reposo relativo	Modelo sesgado por " fuerza extendida complejo" : Ídem caso (a11), considerando que existe roce dinámico con el piso.
D3 16% (8)	con roce dinámico con el piso (frdp ≠ 0) (a2)	fuerza de roce estática hacia adelante (a22)	Se justifica el estado de reposo relativo del sistema.	Modelo "coherente complejo" : Se considera que la mesa y el bloque se mueven juntos hacia la derecha con una aceleración a , ya que la sumatoria de fuerzas en el bloque es igual a la fr.
E3 5% (3)	sin roce entre los cuerpos (fre12 = 0) con roce dinámico con el piso (frdp ≠ 0).	fuerza de roce ausente	No se justifica el reposo relativo .	Modelo sesgado por "reposo absoluto" ⁷ : Confusión entre reposo relativo del bloque y reposo con respecto a la Tierra respecto a Tierra.

⁷ El reposo absoluto se refiere a reposo respecto a la Tierra.

Ítem b: movimiento relativo				
F3 25% (13)	con roce dinámico entre los cuerpos ($frd_{12} \neq 0$)	fuerza de roce dinámica hacia atrás	No se justifica el estado de movimiento del sistema.	Modelo sesgado por "fuerza extendida simple": Se traslada el efecto de la fuerza al bloque, y a partir de allí se infiere que el mismo se moverá hacia adelante, por lo que se asigna a la fuerza de roce el sentido contrario. No se "lee" el DCL del bloque. Se justifica el movimiento de la mesa y se supone que no existe roce mesa-piso.
G3 25% 13)	sin roce con el piso ($frp = 0$) (b11)	fuerza de roce dinámica hacia adelante	Se justifica el movimiento del sistema.	Modelo "coherente simple": Se considera que el bloque se mueve hacia la derecha con una aceleración diferente a la mesa. Se justifica así el movimiento de ambos cuerpos, de acuerdo a las condiciones impuestas en el enunciado.
H3 30% (15)	con roce dinámico entre los cuerpos ($frd_{12} \neq 0$) con roce con el piso ($frdp \neq 0$) (b12)	fuerza de roce dinámica hacia atrás	No se justifica el estado de movimiento del sistema	Modelo sesgado por "fuerza extendida complejo": Se traslada el efecto de la fuerza al bloque, y a partir de allí se supone que se moverá hacia adelante, por lo que asignan a la fuerza de roce el sentido contrario. Se justifica el movimiento de la mesa y se supone que existe roce dinámico entre ella y el piso.
J3 20% (10)		fuerza de roce dinámica hacia adelante	Se justifica el movimiento del sistema.	Modelo coherente complejo Ídem (b12).

Tabla 4.7. Análisis de las respuestas relacionadas con el estado de movimiento de los cuerpos en el Problema 3: los casos A3 a E3 corresponden al reposo relativo y los casos F3 a J3 al movimiento relativo.

Como puede observarse en la Tabla 4.7, un 40% de los estudiantes (casos B3 y D3) construyen modelos mentales que justifican el estado de *reposo relativo* de los cuerpos. De este porcentaje, un 24% (B3) identifican correctamente el sentido de la fuerza de roce entre la mesa y el bloque en la situación de movimiento conjunto con *reposo relativo* entre ambos. El modelo construido se ha caracterizado como *Modelo "coherente simple"*: *coherente* porque justifica el reposo relativo y *simple* porque asume que no existe roce entre la mesa y el piso, que es la alternativa más simple. Un comportamiento similar evidencian los estudiantes definidos como caso D3 (16%) pero elaboran un modelo que asume la existencia de roce dinámico entre mesa y piso, por lo cual se lo ha denominado *Modelo "coherente complejo"*: *coherente* porque justifica el reposo relativo y *complejo* porque supone la existencia de roce entre la mesa y el piso. En síntesis, se han podido identificar en un 40% de la muestra de estudiantes dos tipos de modelos coherentes con la situación

planteada quienes logran justificar el estado de reposo relativo de los cuerpos involucrados.

Los estudiantes que conforman los casos A3 y C3 (55%) resuelven la situación extendiendo el efecto de la fuerza F al bloque, determinando su movimiento hacia adelante. Activan luego una definición sesgada de la fuerza de rozamiento según la cual “*la fr se opone siempre al movimiento*”, en un proceso de comprensión arriba-abajo. En función de esto, el modelo subyacente de los estudiantes de A3 y C3 corresponde al denominado *Modelo sesgado por “fuerza extendida”*, ya que trasladan directamente el efecto de F al bloque (sobre el que no está aplicada). Este modelo es *simple* para A3 porque consideran que no existe roce entre la mesa y el piso y *complejo* para el caso C3, ya que estos estudiantes han supuesto la existencia de este roce. Como se ha mencionado, la designación de *fuerza extendida* hace referencia a la idea de los estudiantes que la fuerza F también actúa sobre el bloque, como si éste estuviera rígidamente unido a la mesa. Este modelo lleva a un DCL inadecuado y estos estudiantes no recurren a la 2ª ley de Newton como criterio para corroborar la validez del modelo: interrumpen el modelado al considerar la coherencia de su interpretación con el movimiento global supuesto. Se destaca la importancia de este caso por corresponder a las actuaciones de la mitad de los estudiantes.

Finalmente, los estudiantes del caso E3 (5%), al considerar que no existe roce entre la mesa y el bloque, no logran resolver satisfactoriamente la situación al confundir reposo relativo con reposo respecto a tierra, correspondiéndoles el denominado *Modelo sesgado por “reposo absoluto”*.

En cuanto a las respuestas a la situación planteada en el *ítem b* (en la cual “*la distancia de los bordes de la mesa al bloque cambia*”), todos los alumnos eligieron la alternativa b_1 . Es decir, para justificar el *movimiento relativo* entre los cuerpos supusieron la existencia de roce entre el bloque y la mesa. Recordemos que la alternativa b_2 , también correcta, correspondía a la

ausencia de roce entre el bloque y la mesa. Los casos F3 y H3 corresponden al 55% de los estudiantes, a los que se les asocian los modelos identificados en los casos A3 y C3: *Modelo sesgado por “fuerza extendida simple”* para el caso F3 y por *“fuerza extendida complejo”* para el caso H3. Como se ha mencionado, se los denomina *de fuerza extendida* porque estos estudiantes trasladan directamente el efecto de la fuerza F al bloque, mientras que *simple* o *complejo* se refiere la ausencia o presencia, respectivamente, de rozamiento entre la mesa y el piso. Estos estudiantes consideran que el elemento relevante es el bloque, único cuerpo que se menciona en las consignas. La comprensión de las mismas, pues, determina la configuración del modelo de la situación. A partir de esto, suponen que el bloque se moverá hacia adelante y, aplicando la definición, dibujan la fuerza de roce hacia atrás. Incluyen su par de acción y reacción sobre la mesa hacia adelante, lo cual implica que el bloque “ayuda” a la mesa en su desplazamiento. Al no detectar esta contradicción, dan muestras de no revisar el modelo inicial, el cual presenta sesgos conceptuales.

EL 25% de los alumnos (caso G3), dan una respuesta coherente de la situación en relación al sentido de la fuerza de roce mesa - bloque. Al igual que en los casos de reposo relativo, el modelo construido puede considerarse *Modelo “coherente simple”*: *coherente* porque justifica el reposo relativo y *simple* porque supone que no existe roce entre la mesa y el piso. El caso J3 corresponde al 20% de los estudiantes, quienes dan también una respuesta correcta, pero consideran la existencia de roce dinámico mesa - piso, por lo cual se les asocia el denominado *Modelo “coherente complejo”* (ver Fig. 4.17). En síntesis, el 45% de los estudiantes ubicaron correctamente las fuerzas de roce correspondientes al *movimiento relativo* de los cuerpos involucrados utilizando dos alternativas válidas para interpretar la situación presentada.

La alternativa b_2 , correspondiente a la *ausencia de roce entre el bloque y la mesa*, no fue detectada en ninguno de los protocolos de los estudiantes. Esto no resulta extraño ya que corresponde a la modelización de una situación

menos familiar: en la mayoría de los movimientos reales existe rozamiento y, en los casos donde éste se reduce significativamente, la percepción del sujeto corresponde al de un cuerpo “*que se va hacia atrás*” y no al de un cuerpo “*que se queda en el mismo lugar*” mientras que la superficie que lo sostiene se desplaza hacia delante. Este modelado tiene una fuerte connotación intuitiva que lo limita. Es de destacar que ningún estudiante analizó las posibilidades correspondientes a las distintas relaciones entre las fuerzas que determinan diferentes relaciones entre las aceleraciones de los cuerpos, dando cuenta de la ausencia de un análisis en profundidad.

Para sintetizar, se analizan las características de los modelos inferidos para cada tipo de movimiento. Comenzando con los casos *movimiento relativo*, en la Tabla 4.8 se sintetizan los resultados hallados en las resoluciones del problema 1. Se observa que ninguno de los estudiantes efectuó una comprensión completa y adecuada de la situación, ya que aún los que asignaron el sentido correcto a la fuerza de roce, lo hicieron suponiendo un sentido de *movimiento no coherente* con esa fuerza.

Sentido del movimiento del paquete	Sentido de la fuerza de roce sobre el paquete (porcentaje)	Modelo inferido
hacia atrás	hacia atrás (40%) (sentido erróneo) A1	Modelo sesgado por “análisis parcial”, incorrecto pero coherente si se analiza sólo el paquete , ya que el sentido de la fuerza de roce permite justificar su movimiento. Esto genera inconsistencias no detectadas en el DCL del trineo.
	hacia adelante (60%) (sentido correcto , pero a partir de errores conceptuales) B1 y C1	Modelos sesgados por “fijación en una definición incompleta” o por efecto de una “ fuerza extendida ”, ambos incoherentes , ya que implican que la fuerza de roce (hacia adelante) produce una aceleración hacia atrás.

Tabla 4.8. Síntesis de los resultados del análisis de las resoluciones del Problema 1 correspondiente a dos cuerpos en movimiento relativo.

En la otra situación de *movimiento relativo* (problema 3, ítem b), el rendimiento fue superior, ya que, como muestra la Tabla 4.9, algo menos de la

mitad de los alumnos (45%) asignó correctamente el sentido a la fuerza de roce, pero utilizando sólo una de las alternativas de resolución válidas.

Sentido de la fuerza de roce en el bloque	Modelo inferido
hacia atrás (sentido erróneo) 55% F3 y H3	Modelo sesgado por efecto de una “fuerza extendida”, incoherente , ya que implica que el bloque “ayuda” a la mesa a desplazarse hacia adelante.
hacia adelante (sentido correcto) 45% G3 y J3	Modelo coherente , en el que se considera que el bloque se mueve hacia la derecha con una aceleración diferente a la mesa.

Tabla 4.9. Síntesis de los resultados del análisis de las resoluciones del Problema 3b correspondiente a dos cuerpos en movimiento relativo.

La situación de *reposo* con respecto a la Tierra (problema 2) se resume en la Tabla 4.10, donde se observa que la gran mayoría de los alumnos fracasa en la ubicación de las fuerzas de roce en ambos cuerpos para justificar el movimiento.

Caracterización de las superficies en contacto	Justificación del estado de reposo	Modelo inferido
-sin roce entre los cuerpos -con roce con el piso 20% A2	Se justifica el reposo de ambos cuerpos ,	Modelo coherente , centrado en los dos cuerpos
-con roce entre los cuerpos -con/sin roce con el piso 60% B2 y C2	Se justifica el reposo sólo del cuerpo inferior .	Modelo sesgado por “análisis parcial” , centrado sólo en el cuerpo inferior.
-sin roce entre los cuerpos -sin roce con el piso 20% D2	Se justifica el reposo sólo del cuerpo superior .	Modelo sesgado por “análisis parcial” , centrado sólo en el cuerpo superior.

Tabla 4.10. Síntesis de los resultados del análisis de las resoluciones del Problema 2, correspondiente a dos cuerpos en reposo.

Finalmente, en el caso de *reposo relativo* (problema 3a), como puede observarse en la Tabla 4.11., el 40% de los participantes ubicó correctamente la fuerza de roce. De este modo justifican el estado de movimiento conjunto de los cuerpos, registrándose las dos opciones posibles: movimiento con velocidad constante y movimiento acelerado,

Sentido de la fuerza de roce en el bloque	Justificación del estado de reposo relativo	Modelo inferido
fuerza de roce estático hacia atrás (55%) A3 y C3	No se justifica el reposo relativo .	<i>Modelo sesgado por efecto de “fuerza extendida” incoherente</i> , ya que implica que el bloque se acelera hacia atrás y la mesa hacia adelante.
fuerza de roce estático hacia adelante (40%) B3 y D3	Se justifica el estado de reposo relativo	<i>Modelo coherente que considera que</i> el bloque se mueve junto con la mesa.
fuerza de roce ausente (5%) E3	No se justifica el reposo relativo .	<i>Modelo sesgado por “reposo absoluto” incoherente, ya que implica que el bloque queda en la misma posición y la mesa se mueve.</i>

Tabla 4.11. Síntesis de los resultados del análisis de las resoluciones del Problema 3a, correspondiente a dos cuerpos en reposo relativo.

Este análisis pormenorizado de la ejecución en cada uno de los problemas ha permitido caracterizar los modelos mentales desde los cuales los alumnos desarrollan las resoluciones. Como se ha visto, estos diferentes modelos se han determinado, fundamentalmente, a partir del sentido asignado a la fuerza de roce y el movimiento subsecuente del sistema.

A continuación se estudiará la actuación de los estudiantes en forma global a fin de obtener una clasificación en función de las características comunes a cada una de las clases. En función de tales rasgos comunes, este análisis permitirá responder a cuestiones tales como: ¿existe alguna relación entre el desempeño en la situación de reposo con respecto a la Tierra y reposo relativo?, ¿y entre el reposo relativo y el movimiento relativo? o ¿los estudiantes que resolvieron correctamente la situación de reposo relativo, también lo hicieron en las de movimiento relativo?

4.3.2. Análisis global de las actuaciones de los estudiantes

A fin de estudiar las actuaciones de los estudiantes en forma global, a continuación se aplicará un método factorial de clasificación mixta (análisis multidimensional). Este método nos permitirá identificar clases o grupos de

individuos o categorías que presentan características comunes en sus estilos o formas de resolución de los problemas, pero que a su vez se diferencian significativamente de las características o estilos de resolución de los otros grupos (Gil Flores, 1994; Lebart, Morineau y Fénelon, 1985; Lebart, Morineau y Piron, 1995; Lebart y Morineau, 2000).

El Análisis Multidimensional de Datos (AMD) permite estudiar la estructura de la información a partir de una matriz de datos donde las filas representan a los individuos y las columnas a las modalidades o valores que toman las diferentes variables. El AMD conserva la perspectiva del análisis de los datos como un proceso consistente en manipulaciones, transformaciones, operaciones, en el cual se aíslan unidades fundamentales o dominios, se explora la estructura interna de tales dominios para conformar categorías operativamente manejables y se buscan las relaciones entre tales categorías y de éstas con el todo (Gil Flores, 1994; Goetz y Le Compte, 1988; Miles y Huberman, 1984b). En este análisis, las *unidades de análisis* son los individuos que, en el caso de este estudio corresponden a los protocolos de resolución de los estudiantes. Las *variables* manipuladas adoptan diferentes *modalidades* o valores mutuamente excluyentes, de manera tal que cada individuo queda caracterizado por una modalidad de cada una de las variables. Al conjunto de valores de las variables relativas a un individuo se denomina *perfil* del individuo. Si dos individuos tienen perfiles parecidos, ambos se representarán como dos puntos cercanos en el espacio de las variables.

Para poder analizar y comparar las resoluciones elaboradas por los alumnos para cada uno de los problemas se definieron las variables a partir de cuatro dimensiones de análisis o criterios: *Comprensión de la información*, *Reconocimiento de la fuerza de roce*, *Organización del diagrama de cuerpo libre* y *Coherencia argumentativa*. Las modalidades de cada variable, que para aplicar el AMD deben ser mutuamente excluyentes, se establecieron durante el análisis de los protocolos en función de las actuaciones de los estudiantes.

En la Tabla 4.12 pueden verse resumidas las dimensiones de análisis (criterios), las variables y las modalidades de cada una de las variables.

CRITERIOS	VARIABLES	MODALIDADES
<i>Comprensión de la información:</i> interesa identificar los elementos que el estudiante prioriza para conformar el DCL e individualizar las características complementarias que incorpora.	A) Identificación del punto de aplicación de la fuerza F provista como dato.	<ul style="list-style-type: none"> • posiciona correctamente • traslada al bloque superior • omite la fuerza F • no realiza el DCL
	A) Interpretación de la información textual implícita asociada con el tipo de superficie	<ul style="list-style-type: none"> • correcto • parcialmente correcto • nunca considera roce • no realiza el DCL
<i>Reconocimiento de la fuerza de roce:</i> interesa indagar sobre el razonamiento seguido por el estudiante para “descubrirla”.	C) Reconocimiento del sentido sobre cada cuerpo.	<ul style="list-style-type: none"> • identificación completa y correcta • identificación con inversión de sentidos • identificación correcta parcial • omite la fuerza de roce o la incluye donde no hay roce • no realiza el DCL
	D) Caracterización del tipo de fuerza en función del estado de movimiento relativo de las superficies en contacto.	<ul style="list-style-type: none"> • asocia correctamente el carácter de estático o dinámico • no asocia el carácter correcto • omite el carácter • no realiza el DCL
<i>Organización del diagrama de cuerpo libre:</i> interesa identificar las magnitudes incluidas para la interpretación dinámica del movimiento.	E) Caracterización de las magnitudes componentes.	<ul style="list-style-type: none"> • incluye sólo fuerzas • incluye tanto fuerzas como otras magnitudes vectoriales • incluye pares de acción y reacción • no realiza el DCL
	F) Identificación de las acciones.	<ul style="list-style-type: none"> • señala correctamente direcciones y sentidos • señala sólo parcial y correctamente direcciones y sentidos • no realiza el DCL
<i>Coherencia argumentativa:</i> interesa investigar las relaciones que se establecen entre los criterios teóricos utilizados en las justificaciones y el DCL efectuado.	G) Relaciones con el movimiento del cuerpo.	<ul style="list-style-type: none"> • explicación completa coherente • explicación incompleta/coherente • explicación incompleta/incoherente • explicación desde el sentido común • no explica • no realiza el DCL
	H) Utilización de la 2ª ley de Newton como recurso de justificación.	<ul style="list-style-type: none"> • la utiliza correctamente • la utiliza incorrectamente • no la utiliza

Tabla 4.12. Criterios utilizados en el análisis de las respuestas de los estudiantes.

Comprensión de la información: Se centra en la identificación de las fuerzas que el estudiante incluye en su DCL a partir de la información presentada en el enunciado.

Las variables seleccionadas para analizar la comprensión intentan responder a las siguientes cuestiones:

A. ¿En qué cuerpo aplican la fuerza externa F cuando hacen el DCL de los dos cuerpos que interactúan? Esto corresponde al identificador A: *Identificación del punto de aplicación de la fuerza provista como dato.*

Las distintas respuestas a esta cuestión se agruparon en 4 modalidades:

- “posiciona correctamente”, cuando ubica la fuerza F en el DCL del cuerpo en que aparece efectivamente aplicada en el dibujo del enunciado.
- “traslada al bloque superior”, cuando la ubica en el DCL del cuerpo donde no está aplicada en el dibujo del enunciado.
- “omite”, cuando F no aparece en el DCL de ninguno de los dos cuerpos.
- “no realiza el DCL”, cuando no dibuja el DCL.

B. ¿Son capaces de inferir los datos implícitos en el enunciado referidos al rozamiento? Esto corresponde a la variable B: *Interpretación de la información textual implícita asociada con el tipo de superficie.*

Las distintas respuestas a esta cuestión se agruparon en 4 modalidades:

- “correcto”, si incluye la fuerza de roce correctamente en sus DCL
- “parcialmente correcto”, cuando considera la existencia de roce entre los dos cuerpos, pero no tiene en cuenta la superficie de apoyo, o la incluye en el DCL de uno de los cuerpos y no en el otro.
- “omite”, cuando la fuerza de roce no aparece en el DCL de ninguno de los dos cuerpos.
- “no realiza el DCL”, cuando no dibuja el DCL.

Reconocimiento de la fuerza de rozamiento: Se focaliza en las características de la fuerza de roce que el estudiante tiene en cuenta al responder las consignas del enunciado. Las variables seleccionadas para analizar dicho reconocimiento intentan responder a las siguientes cuestiones:

C. ¿Qué sentido le asignan a la fuerza de rozamiento en el DCL de cada cuerpo? Esto corresponde al identificador C: *Reconocimiento del sentido de la fuerza de roce sobre cada cuerpo.*

Las distintas respuestas a esta cuestión se agruparon en 5 modalidades:

- “identifica en forma completa y correcta”, si la fuerza de roce aparece en el DCL con el sentido correcto.
- “identifica con inversión de sentido”, cuando ubica la fuerza de roce en el DCL de ambos cuerpos, pero con el sentido incorrecto.
- “identifica en forma correcta, pero parcial”, si ubica la fuerza de roce en el DCL de ambos cuerpos, pero con el sentido incorrecto en alguno de ellos.
- “omite o agrega”, cuando no aparece la fuerza de roce en ningún DCL, o la incluye donde no hay rozamiento (“*superficie del lago helado*”).
- “no realiza el DCL”, si no dibuja el DCL.

D. ¿Son capaces de identificar tanto la fuerza de roce estático como la fuerza de roce dinámico a partir de la información relativa al movimiento de los cuerpos explicitado en el enunciado? Esto corresponde a la variable D: *Carácter de la fuerza de roce en función del estado de movimiento relativo de las superficies en contacto.*

Las distintas respuestas a esta cuestión se agruparon en 4 modalidades:

- “asocia correctamente el carácter estático o dinámico”, cuando caracteriza correctamente a la fuerza de roce indicando si es estática o dinámica.
- “no asocia el carácter correcto”, cuando confunde los tipos de fuerza de roce.
- “omite”, cuando no aclara qué tipo de fuerza de roce está actuando.
- “no realiza el DCL”, si no dibuja el DCL.

Organización del diagrama del cuerpo libre: Se centra en la identificación de las magnitudes que los estudiantes incluyen en sus representaciones externas que les permitirán interpretar el movimiento desde la Dinámica.

Las variables seleccionadas para analizar dicho reconocimiento intentan responder a las siguientes cuestiones:

E. ¿Qué magnitudes incluyen en el DCL? ¿Aparecen, además de las interacciones, otras variables del movimiento, como la velocidad o la aceleración? Esto corresponde al identificador E: *Caracterización de las magnitudes componentes*

Las distintas respuestas a esta cuestión se agruparon en 4 modalidades:

- “incluye sólo fuerzas”, si únicamente aparecen las interacciones.
- “incluye tanto fuerzas como otras magnitudes vectoriales (\mathbf{v} y \mathbf{a})”, cuando atribuye importancia a la representación vectorial, sin discernir el concepto representado.
- “incluye pares de acción y reacción”, cuando identifica los elementos del medio ambiente que actúan sobre cada cuerpo, dibujando en ellos las “reacciones”
- “no realiza el DCL”, si no dibuja el DCL.

F. ¿Están dibujadas correctamente todas las fuerzas ejercidas por el medio ambiente (“acciones”) en los DCL de los cuerpos, en cuanto a dirección y sentido? Esto corresponde a la variable F: *Identificación de las acciones*.

Las distintas respuestas a esta cuestión se agruparon en 3 modalidades:

- “señala correctamente dirección y sentido”, es decir, en el DCL aparecen todas las fuerzas actuantes.
- “señala sólo parcial y correctamente dirección y sentido”, cuando dibuja algunas de forma correcta y otras incorrectamente.

- “no realiza el DCL”, si no dibuja el DCL.

Coherencia argumentativa: Se focaliza en los criterios teóricos con los que el estudiante explica y fundamenta sus argumentaciones. Las variables seleccionadas para analizar dicho reconocimiento intentan responder a las siguientes cuestiones:

G. ¿Qué relación existe entre las justificaciones o explicaciones acerca del movimiento del cuerpo y las fuerzas que incluye en el DCL? Esto corresponde a la variable G: *Relaciones con el movimiento del cuerpo.*

Las distintas respuestas a esta cuestión se agruparon en 6 modalidades:

- “explicación completa coherente con el DCL”, cuando utiliza conceptos y relaciones que denotan dominio conceptual.
- “explicación incompleta pero coherente”, cuando utiliza conceptos y relaciones que denotan dominio conceptual pero omite algunas fuerzas o cuando incluye explicaciones parciales.
- “explicación incompleta e incoherente”, cuando explica parcialmente el movimiento de los cuerpos pero su explicación contradice el efecto de las fuerzas que incluyó en el DCL, sin notarlo.
- “explicación sustentada en el sentido común”, si explica desde el sentido común, sin tener en cuenta el efecto de las fuerzas que incluyó en el DCL.
- “no explica”.
- “no realiza el DCL”, es decir, no incluye el DCL.

H. ¿Se basan en la Teoría Newtoniana para desarrollar sus explicaciones del estado de los cuerpos? Esto corresponde a la variable H: *Utilización de la 2ª Ley de Newton como recurso de justificación.*

Las distintas respuestas a esta cuestión se agruparon en 3 modalidades:

- “la utiliza correctamente”, es decir, sus explicaciones se basan en esa Ley.
- “la utiliza incorrectamente”, utiliza la 2ª Ley de Newton en su argumentación, pero la aplica erróneamente en la situación planteada.
- “no la utiliza”, es decir, no la incluye en sus explicaciones.

Como se ha mencionado, el procesamiento de la información se realizó a través de los métodos exploratorios multidimensionales que se inscriben en la corriente francesa del análisis de datos (Benzécri, 1976; Lebart, Morineau y Piron, 1995). Se utilizó el programa estadístico SPAD-N (CISIA, 1998) para obtener, a través de *métodos factoriales de clasificación*, agrupamientos de individuos con características semejantes. Cada clase se compone de un conjunto de individuos cuyo patrón de resolución de problemas es común, es decir, un conjunto de individuos que adoptan las mismas *modalidades en las variables* estudiadas⁸. Por ejemplo, a partir del análisis de las relaciones entre modalidades se puede llegar a determinar un grupo de individuos que se caracterizan por un patrón de resolución común: se equivocan el sentido de la fuerza de roce, utilizan incorrectamente la 2ª Ley de Newton en su argumentación y obtienen una *solución incompleta*. Es decir, el programa estadístico SPAD-N primero halla las relaciones entre las modalidades de variables y, a partir de esto, “proyecta” a los individuos en el espacio de las variables, asociándolos por similitudes en las modalidades que asumen.

En la Fig. 4.22 se muestran los resultados del análisis multidimensional. A partir de las ejecuciones de los participantes en los tres problemas se obtuvieron tres tipologías de resolución diferentes que se corresponden a patrones de ejecución prototípicos.

En el recuadro inferior de la Figura se indica el número de integrantes de cada clase, correspondiendo el 39% a la CLASE 1, el 20% a la CLASE 2 y el

⁸ Una modalidad de una variable es considerada característica de una clase si su abundancia en la clase es significativamente superior a lo que puede esperarse teniendo en cuenta su presencia en la población.

41% a la CLASE 3. Los integrantes de cada grupo se identifican con el número correspondiente a la clase. El símbolo (♦) representa el valor medio de la clase y los trazos que parten del mismo, indican a los sujetos o parangones que se aproximan a dicho valor medio y que pueden ser considerados como representantes de la clase. A continuación se detalla una caracterización de cada clase con las modalidades de las variables, provistas por el citado programa, que más pesan en su conformación en función de los valores test.

Eje factorial 2

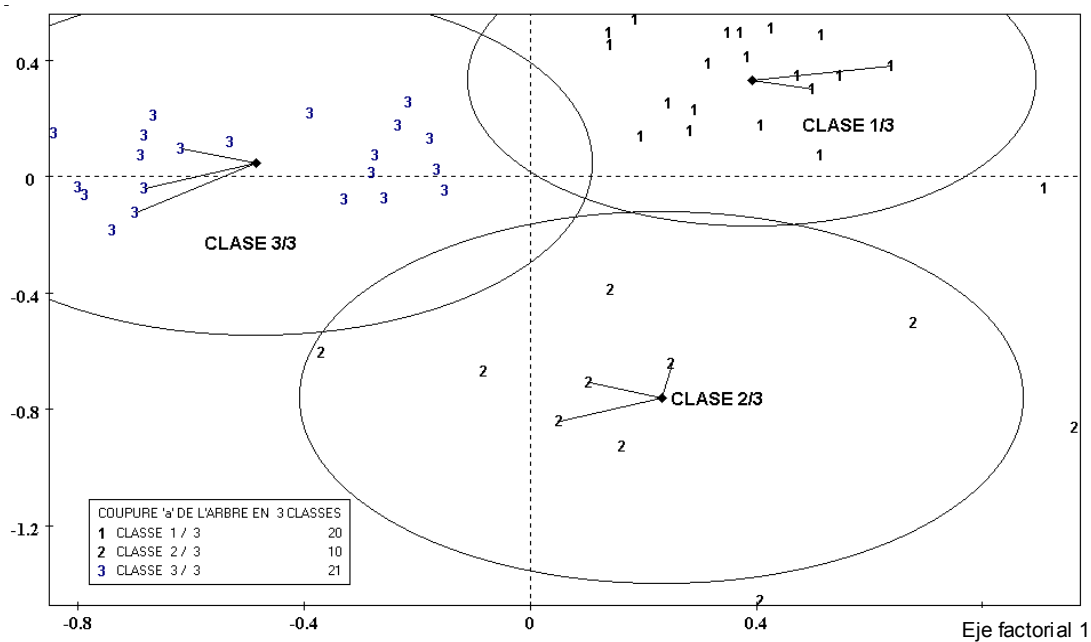


Figura 4.22. Caracterización tipológica de los modos de reconocimiento de la fuerza de roce (en el recuadro se detallan la cantidad de integrantes de cada clase).

Clase 1 (formada por el 39% de la muestra): Corresponde a 20 estudiantes que en todos los casos incluyen una fuerza de roce entre las superficies en contacto. Se detectan dificultades de comprensión de las condiciones impuestas en los enunciados, ya que existe un “divorcio” entre esas condiciones y su modelo mental de la situación inferido de sus diagramas de cuerpo libre y sus justificaciones.

En las situaciones correspondientes a dos superficies en *movimiento relativo*, (problemas 1 y 3 b) equivocan el sentido adjudicado a la fuerza de roce. En el problema 1 dan cuenta de un *Modelo sesgado por análisis parcial* centrado en el paquete, que puede considerarse como de “*efecto-causa*”, pues al asignar el sentido de esa fuerza, de modo que justifique la respuesta inicial de que el paquete se moverá hacia atrás del trineo, están ajustando la “causa” al efecto supuesto con anterioridad. Es decir, para los integrantes de esta clase, la fuerza de roce es la que determina el movimiento hacia atrás del paquete. Este modelo, que en el análisis de las resoluciones por problemas se dio en el tipo A1, es considerado parcial porque no se da una revisión del modelo para ampliarlo. Efectivamente, si se incorporara el trineo, en su DCL quedaría claro que el paquete “ayudaría” a mover el trineo hacia delante, por efecto de la reacción a la fuerza de roce sobre el paquete. En el problema 3 (b), estos estudiantes consideran que la fuerza F determina el sentido del movimiento tanto de la mesa como del bloque. A partir de allí, dibujan la fuerza de roce sobre el bloque en sentido contrario a F , respondiendo a un *Modelo sesgado por efecto de una “fuerza extendida”*, ya que “*extienden*” directamente el efecto de esa fuerza (que está aplicada a la mesa) al bloque apoyado en ella. Este modelo corresponde a los tipos F3 y H3 de las resoluciones del problema 3 en el análisis anterior.

Ante la situación de dos superficies en contacto que se hallan en *reposo* (problema 2), agregan incorrectamente una fuerza de rozamiento estático en las superficies en contacto, sin reparar en el hecho que tal fuerza provocaría la aceleración del cuerpo superior, en contradicción con el enunciado del problema. De este modo, justifican sólo el reposo del cuerpo inferior dando cuenta de un *Modelo sesgado por un análisis parcial de la situación*, el mismo que se reconoció en las resoluciones del problema 2 categorizadas como B2 y C2.

Se observa que, para cada problema, estos estudiantes construyen un modelo mental que les es funcional a cada situación, no detectando los rasgos isomórficos de los tres. De este modo, adaptan la orientación de la fuerza de roce a cada situación, elaborando *modelos sesgados por análisis parcial* o por efecto de *una fuerza extendida*, en situaciones para las cuales un mismo modelo mental, sustentado en las leyes de Newton, proveería una efectiva economía cognitiva. Por otro lado, como se ha mencionado, el hecho de no detectar las contradicciones vinculadas con sus modelos en un enfoque general ofrece evidencias de la ausencia de revisión de los modelos asumidos.

Clase 2 (20%): Caracterizada por 10 estudiantes que encaran correctamente la situación correspondiente a dos superficies en *reposo relativo* y a la vez en reposo respecto de un sistema de referencia inercial (problema 2). Elaboran, pues, *Modelos coherentes*, es decir, que coinciden con los *científicamente correctos*, cuando los cuerpos están en *reposo respecto a la Tierra* o en *reposo relativo*, ofreciendo distintos modelos correctos e incorrectos en situaciones de movimiento relativo. En relación con los restantes problemas, los enfoques asumidos no ofrecen similitudes que permitan identificar características comunes.

Clase 3 (41%): Corresponde a 21 estudiantes que encaran correctamente las situaciones de dos superficies tanto en *movimiento relativo* como en *reposo relativo* (problemas 1 y 3). Sin embargo, en la modelización del problema 2 restringen la situación de reposo al cuerpo inferior. Es decir, dan muestra de *Modelos físicamente coherentes* en los casos de *movimiento y reposo relativo* al interpretar los problemas 1 y 3, y de un *Modelo sesgado “por análisis parcial”* para el caso del problema 2. Se observa que, si bien avanzan en la coherencia del modelado adecuándolo a los rasgos isomórficos cuando se dan situaciones de reposo o de movimiento relativos, la posible sencillez considerada para el caso de reposo, los lleva a un modelado que no se valida analizando los efectos de la fuerza de roce considerada sobre el sistema global.

En síntesis, puede establecerse a partir de este análisis global que:

- Los estudiantes de la Clase 1 muestran dificultades en la comprensión de las condiciones establecidas en el enunciado: la palabra “*apoyado*” es interpretada sólo por su efecto de sostener al cuerpo para que no caiga, como se infiere de la adecuada ubicación de la fuerza normal en todas las situaciones. Sin embargo, en relación con su efecto de contacto horizontal (individualizado por la fuerza de roce) se observa una *caracterización del sentido fuertemente dependiente del sentido de movimiento* asumido desde lo intuitivo o por el dato brindado. Las actuaciones de estos alumnos muestran que elaboran modelos que pueden considerarse *dinámicos o relacionales* (tal como los define Johnson-Laird, 1983), pero afectados de diferentes sesgos, en función de las características de la tarea.
- Los alumnos que conforman la Clase 2 construyen un *modelo relacional* que es *coherente* desde el punto de vista de la Física, en las situaciones de *reposo respecto a Tierra* con una identificación correcta de la fuerza de roce como interacción que restringe el efecto de acciones externas, como la fuerza F dada como dato. Sin embargo, en las situaciones de *movimiento relativo* entre las dos superficies este grupo de alumnos tiene actuaciones diferentes, no siempre coherentes con las condiciones físicas establecidas.
- En cuanto a los estudiantes de la Clase 3, siguiendo la clasificación presentada por Johnson-Laird (1983), los mismos construyen un modelo *dinámico o relacional* físicamente coherente en las *situaciones que implican movimiento*. En la situación de reposo, en cambio, construyen un modelo sesgado, ya que evidencia dificultades en compatibilizar la fuerza externa F con el estado de reposo a través de la determinación de las fuerzas de roce actuantes.

En general, se ha podido también reconocer que los estudiantes, en su mayoría, realizan un análisis de las interacciones siguiendo un procedimiento

de arriba-abajo, es decir, hacen primero el DCL del cuerpo superior. Por ejemplo, en caso del problema 1 ubican incorrectamente la fuerza de roce en el paquete según dos líneas de razonamiento:

- suponen que el movimiento es provocado por la acción de la fuerza dato F , aplican la definición de fuerza de roce opuesta al movimiento y la dibujan hacia la izquierda como se muestra en la Fig. 4.22 (a),
- suponen que el movimiento es hacia atrás, en función de una evidencia empírica de movimiento relativo no conceptualizado y consideran que la fuerza de roce es la causa de tal movimiento, en cuyo caso también la dibujan hacia la izquierda con un esquema que coincide con el de la Fig. 4.22 (a).

Luego analizan el cuerpo ubicado debajo, dibujando la reacción a la fuerza de roce hacia la derecha.

Desde el punto de vista conceptual, resulta más sencillo comenzar con un razonamiento abajo-arriba, dado que la acción del agente externo (fuerza F) se ejerce sobre el cuerpo que está abajo. De este modo, es evidente que el movimiento incipiente de este cuerpo es hacia la derecha, luego, la fuerza de roce en la superficie superior es hacia la izquierda (f_{r12}). Su reacción, actuando sobre el paquete, es hacia la derecha. Esta situación se representa en la Fig. 4.22 (b). De allí surge que el paquete se mueve hacia la derecha, pudiendo registrarse tres situaciones:

- que se mueva en cada instante con la misma velocidad que el cuerpo inferior, en cuyo caso el paquete se encontrará en reposo relativo respecto a éste,
- que adquiera una velocidad que en cada instante sea menor que la del cuerpo inferior. En este caso el paquete avanzará hacia la derecha más lentamente que el cuerpo inferior (que también se mueve hacia la derecha), dando lugar a un movimiento relativo respecto al cuerpo hacia atrás,

- que adquiriera una velocidad que en cada instante sea mayor que la del cuerpo inferior. En este caso el paquete avanzará hacia la derecha más rápidamente que el cuerpo inferior (que también se mueve hacia la derecha), dando lugar a un movimiento relativo respecto al cuerpo hacia adelante.

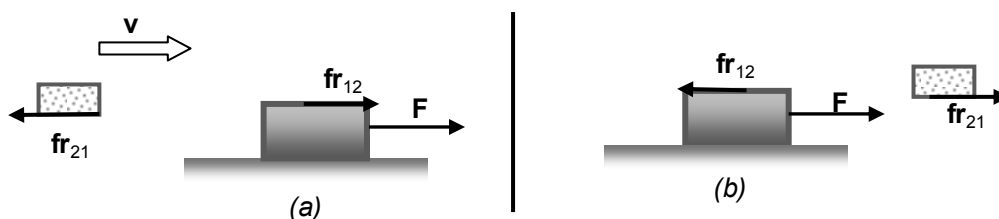


Figura 4.23. (a) Esquema erróneo utilizado por algunos alumnos y (b) esquema de razonamiento sugerido.

Como se ha señalado en el análisis, la mayoría de los estudiantes no detectan que las interacciones de rozamiento tal como se indican en la Fig. 4.22 (a) estarían indicando que el cuerpo superior “ayuda” al inferior a desplazarse. De este modo, evidencian la elaboración de un modelo, que si bien puede considerarse *dinámico*, está sesgado por una interpretación física errada. Este esquema de razonamiento, que el alumno asume como ordenado y coherente con las definiciones, según se registró en entrevistas posteriores con alumnos de la clase 1, constituye el factor determinante de estas actuaciones fallidas.

4.4. CONCLUSIONES

Como queda demostrado en los resultados presentados en el análisis de las actuaciones de los estudiantes en cada problema, la situación de *reposo* es la que ha resultado más difícil. En su resolución, la mayoría de los estudiantes dieron muestras de modelos sesgados por un análisis parcial de la situación, justificando el reposo de sólo uno de los cuerpos del sistema. Por otro lado, la clasificación obtenida en el análisis global de las resoluciones muestra que,

algunos de los estudiantes que se caracterizan por fracasar en la resolución de las situaciones de reposo con respecto a la Tierra y de movimiento relativo, resolvieron bien la situación de reposo relativo (clase 1). Esto, sumado al hecho que los individuos de la clase 2 y 3 también resolvieron favorablemente la situación de reposo relativo, permite afirmar que este estado de movimiento facilita en alguna medida la resolución. Con respecto al *movimiento relativo*, los estudiantes dieron cuenta de modelos mentales con diversos sesgos que dificultaron su resolución, especialmente cuando debían comenzar prediciendo el sentido de movimiento de uno de los cuerpos. En este caso, se esforzaban por desarrollar un modelo auto-consistente que les permitiera justificar su predicción (Hrepic, 2002), pero en sus explicaciones daban cuenta de errores conceptuales. En este sentido, y de acuerdo con Chi (2000), puede considerarse que esa "auto-explicación" corresponde al proceso de revisión recursiva de sus modelos mentales. Si bien se acuerda con esta investigadora en que cada estudiante desarrolla un modelo personal y único de cada situación, se han hallado modelos con ciertas características comunes que permitió su categorización. Siguiendo a Hrepic (2002), los modelos sesgados que se han identificado en este estudio pueden calificarse como *híbridos*, ya que constituyen una fusión entre el científicamente consensuado y un modelo alternativo personal que les permite justificar de un modo diferente, y siempre más sencillo, cada situación. En este sentido, el *modelo sesgado parcial*, que busca coherencia entre el DCL y el estado de movimiento sólo de un componente de su modelo, puede pensarse como una fusión entre el modelo científico y un modelo simplificado centrado en uno de los cuerpos, sin detenerse en el análisis de las fuerzas que actúan sobre el otro que podrían generar una discordancia. Aquí se reconoce un "cierre prematuro" de la resolución desde un modelo que les satisface y que no revisan recursivamente. El *modelo sesgado por efecto de una fuerza extendida* también puede considerarse *híbrido*, esta vez por fusión entre el científicamente aceptado y un modelo simplificado que extiende la acción de la fuerza externa F directamente

en el cuerpo sobre el que no está aplicada, permitiendo determinar en consecuencia el sentido de la fuerza de roce en ese cuerpo.

De este modo, se ha confirmado la hipótesis planteada, ya que se ha mostrado que los obstáculos en la conformación de un modelo mental adecuado de la situación se producen prioritariamente por errores en la identificación de la fuerza de rozamiento y en la consideración del efecto de una fuerza externa aplicada sólo a uno de los cuerpos. Además, se ha puesto de manifiesto que la correcta interpretación de las situaciones depende del tipo de movimiento relativo de los cuerpos en contacto, con un efecto facilitador para el *reposo relativo*.

4.5 DERIVACIONES PARA EL DISEÑO DEL NUEVO INSTRUMENTO

Como se ha mencionado en el Capítulo I, los resultados de este estudio exploratorio permiten derivar los criterios para la elaboración del instrumento a aplicar en el estudio en profundidad. A continuación se sintetizan los aspectos identificados y las consideraciones para el diseño del nuevo instrumento.

Se ha observado que los alumnos no presentaron dificultades con la identificación de la fuerza normal N en ninguno de los problemas, pero es de destacar que en todos los casos estaba asociada con el modelado de una interacción de contacto con una superficie horizontal. Interesará analizar si efectivamente los estudiantes han conceptualizado las características de esta interacción o si responden por recuperación de un esquema estereotipado⁹. En consecuencia, el nuevo instrumento incorporará situaciones donde se

⁹ Se consideran **esquemas estereotipados** a grandes síntesis que, si bien pueden tener su origen en una expresión matemática, pueden expresarse en lenguaje natural, lo que los transforma en un conocimiento de fácil aprehensión y rápida aplicación. Ej: “el trabajo de la fuerza normal es nulo”. Estos esquemas, cuando se aplican a la resolución de un problema, son muchas veces traducidos erróneamente por los estudiantes, que tratan los resultados obtenidos para una situación específica como si fuesen resultados generales, sin considerar sus limitaciones. De este modo, pierden su poder explicativo, produciendo respuestas incorrectas.

requieran identificar interacciones actuantes sobre superficies de contacto con diferentes orientaciones.

El dato provisto (fuerza F aplicada al cuerpo inferior) es, en general, conservado en las modelizaciones efectuadas, pero se evidencia que su efecto se generaliza, sin profundizar sobre los mecanismos que acontecen para justificar que la acción de la fuerza F pueda intervenir en el movimiento del cuerpo superior sobre el que *no actúa*. A partir de las dificultades identificadas en esta etapa, en el futuro instrumento se incluirán situaciones que involucren dos o más cuerpos en contacto y donde la fuerza F que realiza un agente externo actúe sobre uno de ellos, requiriéndose el análisis del movimiento consecuente de ambos.

Como se ha visto, el problema 3 ofrece una gran variedad de alternativas para analizar las situaciones planteadas. En particular, en la situación de reposo relativo se identificaron cinco alternativas diferentes. Esas distintas formas de encarar la situación dan una rica información respecto a las posibles interpretaciones de los estudiantes, ofreciendo interesantes oportunidades para estudiar los procesos mediante los cuales organizan, seleccionan, abandonan o amplían sus modelos mentales, siempre *funcionales* para quien resuelve porque les permite arribar a una solución, pero no necesariamente correctos desde el punto de vista de la Física. A partir de esto, y para indagar en profundidad este punto, en el futuro instrumento se incluirá situaciones que impliquen el reposo relativo de los cuerpos en contacto.

La alternativa correspondiente al estado de movimiento relativo entre los cuerpos en contacto no se contemplará en el futuro instrumento para prevenir el fuerte sesgo de creencia que, como se ha analizado, fue determinante en los errores detectados de todas las resoluciones del Problema 1. En cuanto al reposo con respecto a la Tierra, en la mayoría de los casos se ha constituido en un obstáculo. Por esto se considera que el reposo relativo es la situación de mayor riqueza interpretativa.

Se observa que una adecuada identificación de la fuerza de roce entre los cuerpos en contacto es determinante en la resolución de las cuestiones planteadas, constituyéndose en la causa de los fracasos, ya sea por un sesgo conceptual o de economía cognitiva que les lleva a aplicar una definición sin analizar a fondo la totalidad de las fuerzas actuantes y sus efectos en el sistema de cuerpos considerado. En consecuencia el futuro instrumento incorporará situaciones donde la fuerza de roce tenga un rol decisivo en las condiciones de movimiento que se presenten.

En general los estudiantes no mostraron dificultades en la interpretación del movimiento global, sin embargo, en algunos casos, no era una condición que se tenía en cuenta para producir una revisión del modelo en curso, dando lugar a modelos alternativos. Por tal motivo: en el futuro instrumento se incluirán situaciones en las cuales los objetos en reposo relativo se encuentren afectados de un movimiento general.

Aún con enunciados con un fuerte componente gráfico, como es el caso de esta prueba, una gran proporción de los estudiantes evidencia dificultades en la identificación de la fuerza de roce entre los cuerpos en contacto. A fin de profundizar sobre este proceso se considera adecuado que el futuro instrumento incluya situaciones que involucren dos o más cuerpos en contacto, algunas con enunciado sólo literal y otras incluyendo además un dibujo de la situación.

En las Tablas 4.14 y 4.15 se sintetizan los criterios surgidos a partir del estudio exploratorio I, que se tomaron como base para la elaboración del instrumento a aplicar en el estudio en profundidad.

Fuerza	Información emergente de las actuaciones de los estudiantes	Criterios derivados para el nuevo instrumento
Fuerza de roce (fr)	Se evidencian dificultades en su identificación. La componente gráfica incluida en los enunciados no favorece su caracterización	Inclusión de situaciones que involucren cuerpos en contacto, utilizando tanto enunciados sólo literales como otros acompañados por un dibujo de la situación.
Normal (N)	Sin dificultades en su identificación cuando la superficie de contacto es horizontal	Incorporación de situaciones con superficies de contacto con diferentes orientaciones.
Fuerza externa aplicada al cuerpo inferior (F)	Su efecto se generaliza, aplicándola además al cuerpo superior	Inclusión de situaciones que involucren una fuerza externa F actuando sobre uno de los cuerpos y análisis del movimiento consecuente de ambos.

Tabla 4.14. Criterios derivados del reconocimiento de las fuerzas.

Estado de movimiento	Información emergente de las actuaciones de los estudiantes	Criterios derivados para el nuevo instrumento
Reposo relativo	Existencia de diferentes alternativas de solución que permiten estudiar los procesos mediante los cuales organizan, seleccionan, abandonan o amplían sus modelos mentales	Inclusión de situaciones que impliquen el reposo relativo de los cuerpos en contacto
Movimiento relativo	El sesgo de creencia como determinante en los errores detectados en todas las resoluciones.	Exclusión de situaciones que impliquen el movimiento relativo de los cuerpos en contacto
Reposo con respecto a la Tierra	Se presenta como un obstáculo que impide el planteo adecuado de la situación	Exclusión de situaciones que impliquen el reposo con respecto a la Tierra de los cuerpos en contacto

Tabla 4.15. Criterios derivados del estado de movimiento.

CAPÍTULO 5

ESTUDIO II: ANÁLISIS DE LAS RESOLUCIONES PARA DIFERENTES FORMATOS DE ENUCIADOS

5.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo del presente experimento es analizar el efecto de la formulación del problema en su representación y en el proceso de resolución.

Las hipótesis de partida, presentadas en el Capítulo 1, son las siguientes:

H1: *Las representaciones internas que construye un sujeto cuando resuelve un problema dependen de la forma en que se enuncie, de modo que será posible identificar y caracterizar modos de resolución diferentes para el mismo problema con diferentes tipos de enunciados, dando cuenta de distintos modelos mentales.*

H2: Se supone que los obstáculos en el desarrollo de un modelo mental adecuado para la comprensión de la dinámica de la partícula se producen cuando no se reconocen las interacciones relevantes, prioritariamente por errores en el reconocimiento de las fuerzas de rozamiento. Se considera que un modelo mental es adecuado si permite arribar a una solución exitosa del problema.

H3: Las representaciones sustentadas en modelos mentales inadecuados pueden permitir algunos movimientos correctos, pero no llevan a una solución correcta. Es decir, los estudiantes pueden llegar a plantear las ecuaciones, trabajar en forma coherente con ellas y obtener así un resultado, pero si ese trabajo algebraico¹⁰ está sustentado por un modelo inconsistente con la situación presentada en el problema, los resultados obtenidos serán errados.

¹⁰ El término *algebraico* implica un trabajo con símbolos no numéricos, lo cual permite formular ecuaciones y expresar relaciones funcionales.

Para poner a prueba estas hipótesis se diseñó el material a aplicar en este experimento a partir de los criterios emanados del estudio exploratorio¹¹. Con el objetivo de analizar el efecto de la formulación del enunciado del problema en la construcción de las representaciones internas, se manipularon dos variables independientes:

1. Nivel de concreción del problema: Concreto, cuando alude a una situación de la vida cotidiana y abstracto, cuando corresponde a una situación con elementos modelados físicamente.
2. Presencia o no de un gráfico¹² en el enunciado: Texto acompañado de gráfica o texto sin gráfica.

Este material se aplicó a un grupo de estudiantes cuyos protocolos de resolución escrita se analizan en este capítulo a la luz de los referenciales teóricos adoptados. Se espera que, efectivamente, las actuaciones de los estudiantes en la resolución de las dos situaciones problemáticas sean diferentes para los distintos formatos de los enunciados. En particular, se asume que los enunciados *concretos* facilitarán la conformación de un modelo mental *físico*¹³ de la situación, ya que remiten a percepciones de la vida cotidiana. Pero en tal contexto, el razonamiento cotidiano podría interferir en la elaboración de un modelo mental que sea coherente con el científicamente correcto. En cuanto a la gráfica, se cree que su inclusión facilitará la conformación del modelo mental de la situación. Por lo tanto, se presume que los enunciados que facilitarán la conformación de un modelo mental adecuado serán los de contenido *concreto con gráfica*, seguidos en orden de dificultad creciente, por las versiones de contenido *concreto sin gráfica*, *abstracto con gráfica* y *abstracto sin gráfica*.

¹¹ Desarrollados en el Capítulo 4 (apartado 4.4).

¹² La gráfica se refiere a un dibujo de la situación descrita en el texto del enunciado.

¹³ Un modelo mental *físico* es aquel generado por la percepción y construido por entidades físicas. (Johnson-Laird, 1983)

5.2 MÉTODO

5.2.1 Participantes

La muestra estuvo constituida por 40 estudiantes de similares características a las descritas en el Estudio exploratorio, pero que no habían participado en dicha etapa ni en la prueba del material. Las diferentes versiones de cada uno de los problemas fueron resueltas por 10 estudiantes.

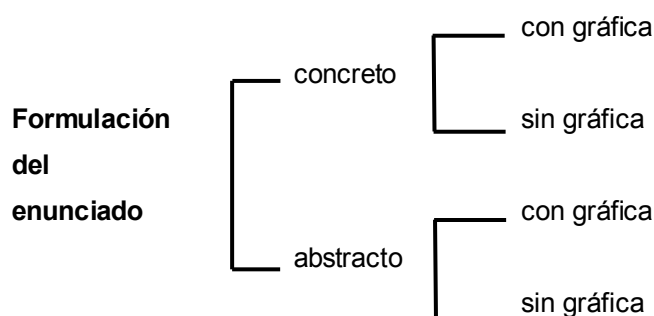
5.2.2 Materiales

A partir de los resultados del estudio exploratorio se seleccionaron dos tipos de situaciones problemáticas que implicaban los mismos tipos de conocimientos físicos: reconocimiento y descomposición de fuerzas, relación entre el DCL y la 2ª Ley de Newton y aplicación del principio de acción y reacción. Asimismo, las dos situaciones problemáticas implicaban escenarios en los que los cuerpos involucrados estaban en reposo relativo pero en movimiento general y en los que la fuerza de roce tiene un rol decisivo en las condiciones de movimiento que se presentan. Sin embargo, ambas situaciones diferían en cuanto a la orientación de la superficie de contacto (inclinada o vertical) y en lo relativo a la acción de la fuerza F ejercida por un agente externo. Otra diferencia es el número de soluciones alternativas que tienen ambas situaciones: la situación 1 tiene una solución simple y otra compleja, mientras que la situación 2 sólo tiene una solución compleja. En la Tabla 5.1 se muestra un resumen de las características de las situaciones problemáticas en relación con su contenido.

Situación problemática	Condición impuesta al movimiento	Soluciones alternativas	Tipos de conocimientos involucrados
SP1	Ausencia de movimiento relativo en la dirección del movimiento conjunto Dos cuerpos en contacto, apoyados sobre una superficie, con una fuerza externa actuando sobre el cuerpo inferior que tiende a producir el movimiento relativo de ambos cuerpos.	Simple: Se considera que ambos cuerpos tienen aceleración nula .	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocimiento y descomposición de fuerzas. • Relación entre el DCL y la 2da. Ley de Newton. • Aplicación del principio de Acción y Reacción.
		Compleja: Se considera que ambos cuerpos se mueven con la misma aceleración . Coherente.	
SP2	Ausencia de movimiento relativo en dirección perpendicular al movimiento conjunto La fuerza de roce estática entre las superficies de contacto de los cuerpos debe ser “descubierta” para satisfacer la condición de reposo relativo.	Compleja: Se considera que ambos cuerpos se mueven con la misma aceleración . Es la única solución posible, ya que en el enunciado se da como dato la aceleración del cuerpo mayor.	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocimiento y descomposición de fuerzas. • Relación entre el DCL y la 2da. Ley de Newton. • Aplicación del principio de Acción y Reacción.

Tabla 5.1. Condición impuesta al movimiento de los cuerpos, soluciones posibles y tipos de conocimientos involucrados en ambas situaciones problemáticas.

A partir de la combinación de estas variables en sus diferentes niveles se elaboraron, para cada una de las dos situaciones seleccionadas, los cuatro tipos de enunciados que se presentan en el Cuadro 5.1.



Cuadro 5.1. Diagrama de la organización de los cuatro formatos de los enunciados.

De acuerdo con este esquema, una misma situación problemática podrá presentarse bajo estos cuatro tipos diferentes de enunciados, los que podrían poseer diferentes eficacias representacionales, facilitando o inhibiendo la

interpretación de la información. Como se ha mencionado, se asume que la presencia de gráficas, el estilo del lenguaje, pueden condicionar la organización del espacio del problema a partir del cual el sujeto encara la resolución. En este contexto, es importante complementar con un análisis de los modos en que se organizan las representaciones en función de los recursos cognitivos que activa el estudiante para seleccionar la información relevante y organizar el modelado situacional. Se destaca que los distintos tipos de enunciados para cada situación problemática pueden considerarse isomórficos estructurales desde un punto de vista físico.

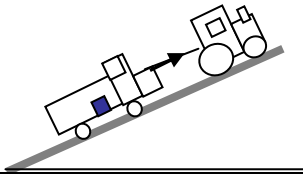
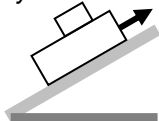
5.2.2.1. Caracterización de la situación problemática 1 (SP1)

Los cuatro tipos de enunciados de la SP1, presentados en el Cuadro 5.1, se consideran isomórficos estructurales desde un punto de vista físico, ya que en todas las versiones:

1. El sistema se conforma con 2 elementos relevantes: “camioneta – carga” en los enunciados concretos, “ $m_1 - m_2$ ” en los abstractos.
2. Ambos elementos se desplazan sobre una superficie inclinada respecto a la horizontal.
3. Ambos elementos guardan una idéntica relación espacial arriba-abajo.
4. La acción externa que se explicita se ejerce sobre el elemento que actúa como sostén (la camioneta en los enunciados concretos; la masa inferior en los abstractos), indicando su dirección y sentido.
5. La condición impuesta al movimiento de los cuerpos corresponde al estado de reposo relativo del cuerpo sostenido respecto al sostén¹⁴.
6. La superficie de contacto entre el cuerpo sostén y la superficie sobre la que se mueve puede ser tanto lisa como rugosa, ya que no se mencionan explícitamente sus características.

¹⁴ La carga no se desplaza respecto a la camioneta en los casos de contenido concreto, y la masa superior no se desplaza respecto a la masa inferior en los de contenido abstracto.

En el Cuadro 5.2 se presentan los enunciados elaborados para la SP1.

Situación problemática 1	
<p>Tipo 1.1: Contenido concreto – con gráfica</p> <p>Una camioneta debe entregar una carga en una casa situada en lo alto de una montaña. El camino que lo lleva, tiene una pendiente pronunciada respecto al llano. La camioneta no puede ascender esa cuesta por sí sola, por lo que es remolcada por un tractor, de manera que la cadena que los une hace una fuerza según se muestra en la figura. Esta tracción es la máxima posible para que la carga no deslice.</p> <p>a) Grafique las fuerzas que actúan sobre la camioneta y su carga (por separado) e identifique los elementos del medio ambiente que generan esas fuerzas.</p> <p>b) Determine el coeficiente de roce estático entre el piso de la camioneta y la carga que lleva.</p>	
<p>Tipo 1.2: Contenido concreto – sin gráfica</p> <p>Una camioneta debe entregar una carga en una casa situada en lo alto de una montaña. El camino que lo lleva, tiene una pendiente pronunciada respecto al llano. La camioneta no puede ascender esa cuesta por sí sola, por lo que es remolcada por un tractor, de manera que la cadena que los une hace una tracción paralela al camino. Esta tracción es la máxima posible para que la carga no deslice.</p> <p>a) Grafique las fuerzas que actúan sobre la camioneta y su carga (por separado) e identifique los elementos del medio ambiente que generan esas fuerzas.</p> <p>b) Determine el coeficiente de roce estático entre el piso de la caja de la camioneta y la carga.</p>	
<p>Tipo 1.3: Contenido abstracto – con gráfica</p> <p>Dos cuerpos de masas diferentes están dispuestos como indica la figura. El cuerpo inferior asciende por el plano inclinado cuando se lo tracciona como se muestra en la figura. Dicha tracción es la máxima para que el cuerpo superior no deslice sobre el inferior.</p> <p>a) Efectúe el diagrama de cuerpo libre de ambos cuerpos e indique pares de acción y reacción.</p> <p>b) Determine el coeficiente de roce estático entre ambos cuerpos.</p>	
<p>Tipo 1.4: Contenido abstracto – sin gráfica</p> <p>Un cuerpo de masa m está apoyado sobre otro de mayor masa, que a su vez está sobre un plano inclinado. La masa inferior asciende por el plano inclinado ya que es traccionada en dirección paralela al mismo. Dicha tracción es la máxima que puede aplicarse al cuerpo inferior de modo tal que el cuerpo que tiene encima no deslice sobre él.</p> <p>a) Efectúe el diagrama de cuerpo libre de ambos cuerpos e indique pares de acción y reacción.</p> <p>b) Determine el coeficiente de roce estático entre los cuerpos.</p>	

Cuadro 5.2. Tipos de enunciados correspondientes a la SP1.

A continuación se analizarán las características de los enunciados presentados y las inferencias necesarias que han de derivarse para la comprensión de la situación. También se hace una referencia a las consignas formuladas para la resolución.

Versión enunciado concreto

En la primera consigna se pide que los alumnos grafiquen “*las fuerzas que actúan sobre la camioneta y su carga (por separado)...*” y que identifiquen “*... los elementos del medio ambiente que generan esas fuerzas*”. Esto requiere un reconocimiento de las fuerzas y su representación mediante el diagrama de cuerpo libre (DCL), indicando los pares de acción y reacción. Este diagrama, como se ha mencionado, constituye una representación externa del modelo elaborado por los estudiantes al comenzar a resolver, que proveerá información acerca de los modelos mentales que han construido. La segunda consigna pide explícitamente la determinación del coeficiente de roce estático entre la caja de la camioneta y la carga que transporta. Esta consigna no sólo informa acerca de la existencia de roce entre la camioneta y su carga, sino que además explicita su carácter de roce estático, reforzando la condición física impuesta al movimiento conjunto: la carga no desliza respecto de la camioneta.

En este enunciado puede hablarse de *coherencia del discurso* ya que existen conexiones causales y temporales que siguen una estructura textual de tipo narrativo secuencial. Así, es posible identificar un estado inicial (*la camioneta con su carga*), un suceso intencional (*entregar la carga*), una primera condición (*la camioneta no puede ascender la cuesta por sí sola*), acciones encaminadas a una meta (*el tractor que tira de la camioneta para que suba la cuesta*) y una segunda condición (*la tracción es la máxima posible para que la carga no deslice*). Esta característica del texto del problema, junto con el hecho de que su contenido hace referencia a objetos concretos y cotidianos,

permiten la integración de estos conocimientos en el marco de un modelo mental.

Parte del enunciado	Inferencias
“Una camioneta debe entregar una carga en una casa situada en lo alto de una montaña”.	⇒ Camioneta y carga como objetos relevantes. Intención: llegar a la casa donde se ha de entregar la carga por un camino inclinado.
“El camino que lo lleva tiene una pendiente pronunciada respecto al llano”.	⇒ La posición relativa del móvil y el sentido de su movimiento.
La camioneta no puede ascender esa cuesta por sí sola, por lo que es remolcada por un tractor, de manera que la cadena que los une hace una tracción paralela al camino”.	⇒ Posición relativa del tractor respecto a la camioneta. El tractor ejerce una fuerza a la cadena que al ponerse tensa la transmite a la camioneta.
“Esta tracción es la máxima posible para que la carga no deslice”.	⇒ Estado de reposo relativo entre camioneta y carga. Existencia de una fuerza de roce estática entre ambas. La fuerza de roce estática será también máxima ($f_{re} = \mu_e \cdot N$).
Dado que no se menciona la existencia de roce entre la camioneta y el piso.	⇒ Se puede inferir fuerza de roce nula (caso de máxima simplicidad) o que existe rozamiento, en cuyo caso no encontrarán en el enunciado datos para determinarla.

Tabla 5.2. Inferencias requeridas para el procesamiento del enunciado concreto de la SP1.

Versión enunciado abstracto

La primera consigna de estas versiones se ha redactado utilizando el lenguaje específico de la Física. El estudiante debe reconocer dicha terminología para poder responderla, es decir debe saber qué significa un *diagrama de cuerpo libre* y qué son los *pares de acción y reacción*. La segunda consigna pide explícitamente, al igual que en las versiones concretas, la determinación del coeficiente de roce estático entre los cuerpos en contacto. De este modo, no sólo informa acerca de la existencia de roce entre ellos, sino que además explicita su carácter de roce estático, reforzando la condición física impuesta al movimiento conjunto “*que el cuerpo que tiene encima no deslice sobre él*”.

Parte del enunciado	Inferencias
“Un cuerpo de masa m está apoyado sobre otro de mayor masa, que a su vez está sobre un plano inclinado” \Rightarrow	Dos cuerpos con diferentes masa como objetos relevantes. La posición relativa de los cuerpos.
“El cuerpo mayor asciende por el plano inclinado...” \Rightarrow	Sentido de movimiento.
“... ya que es traccionada en dirección paralela al mismo” \Rightarrow	Se aplica una fuerza en la dirección del movimiento a la masa mayor por algún agente externo.
“Dicha tracción es la máxima que puede aplicarse al cuerpo inferior de modo tal que el cuerpo que tiene encima no deslice sobre él” \Rightarrow	Estado de reposo relativo entre los dos cuerpos de distinta masa. Existencia de una fuerza de roce estática entre ambas La fuerza de roce estática será también máxima ($f_{re} = \mu_e \cdot N$).
Dado que no se menciona la existencia de roce entre el cuerpo mayor y la superficie de apoyo \Rightarrow	Se puede inferir fuerza de roce nula (caso de máxima simplicidad) o que existe rozamiento, en cuyo caso no encontrarán en el enunciado datos para determinarla.

Tabla 5.3. Inferencias requeridas para el procesamiento del enunciado abstracto de la SP1.

En estos enunciados abstractos también puede hablarse de *coherencia del discurso*, pues existen conexiones causales, pero siguiendo una estructura textual de tipo descriptiva, organizada básicamente sobre la dimensión espacial. Efectivamente, el enunciado se desarrolla en torno a la descripción de propiedades (por ejemplo: *masa mayor, masa inferior*), partiendo de un estado inicial de carácter estático (“*Un cuerpo de masa m está apoyado sobre otro de mayor masa*”), un mecanismo explicativo (*asciende por el plano inclinado ya que es traccionada...*) y una condición (“*Dicha tracción es la máxima que puede aplicarse al cuerpo inferior de modo tal que el cuerpo que tiene encima no deslice sobre él*”). Estas características del texto, junto con el hecho de que su contenido hace referencia genéricamente a “cuerpos”, remiten a los estudiantes al contexto de la Física, lo cual es posible que dé lugar al desarrollo de modelos mentales con características diferentes a la de las situaciones que involucren objetos cotidianos. Tanto para la versión concreta como la abstracta, la inclusión de una gráfica o de datos numéricos en los enunciados no altera las características del texto.

Solución de la SP1

El DCL de los dos cuerpos involucrados, solicitado en la primera consigna, se muestra en la Fig. 5.1. El rectángulo menor (m_2) corresponde en el caso concreto a la carga y en el caso abstracto al cuerpo superior. El rectángulo mayor (m_1) representa a la camioneta en los enunciados concretos y al cuerpo inferior en los abstractos. Comparando la figura 5.1 con las Figs. 4.5 y 4.16 correspondientes a los problemas 1 y 3 (a) del Estudio exploratorio, se observa que sobre el cuerpo superior aparecen las mismas fuerzas, si bien la normal (\mathbf{N}) y la fuerza de roce entre los cuerpos (\mathbf{fre}_{12}) han modificado su dirección debido a la inclinación del plano.

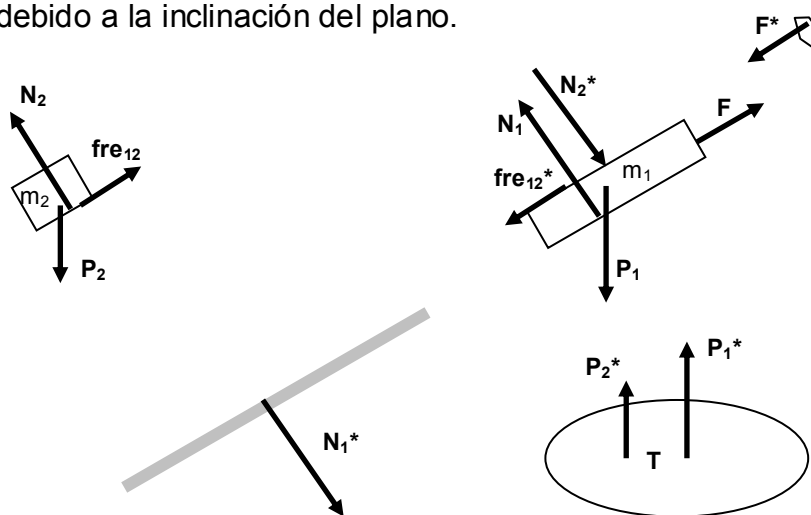


Figura 5.1. DCL completo con la representación de todas las interacciones suponiendo ausencia de roce entre el cuerpo inferior y la superficie de apoyo.

Lo mismo ocurre en el cuerpo inferior, donde la fuerza \mathbf{F} se ejerce en dirección paralela al plano de movimiento en ambos casos. Es de destacar además que la fuerza \mathbf{F} (ejercida por la cadena en el caso concreto y por un agente no determinado en el enunciado abstracto) determina el posible movimiento relativo y el sentido de la fuerza de roce entre los cuerpos en contacto. Esto también guarda características comunes con los problemas 1 y 3 (a) del estudio exploratorio, presentados en el apartado 4.3.2.

Para mayor simplicidad en el análisis del movimiento, en la Fig. 5.2 se indica el sistema de coordenadas de referencia elegido y sólo las fuerzas actuantes. Como puede observarse en el diagrama correspondiente al cuerpo inferior (m_1) de esa figura, en la dirección del movimiento se combinan los efectos de la fuerza F , la fuerza de roce $fr_{e_{12}}^*$ y la componente en esa dirección del peso P_{1x} . De este modo, la fuerza resultante en esa dirección será siempre menor que F , ya que $fr_{e_{12}}^*$ y P_{1x} están en dirección opuesta. En el caso más simple, esa fuerza resultante puede ser cero, en cuyo caso el cuerpo se moverá con velocidad constante.

El DCL del cuerpo superior (m_2) es compatible con el movimiento posible de m_1 , por el efecto resultante entre $fr_{e_{12}}$ y la componente sobre el eje x del peso (P_{2x}).

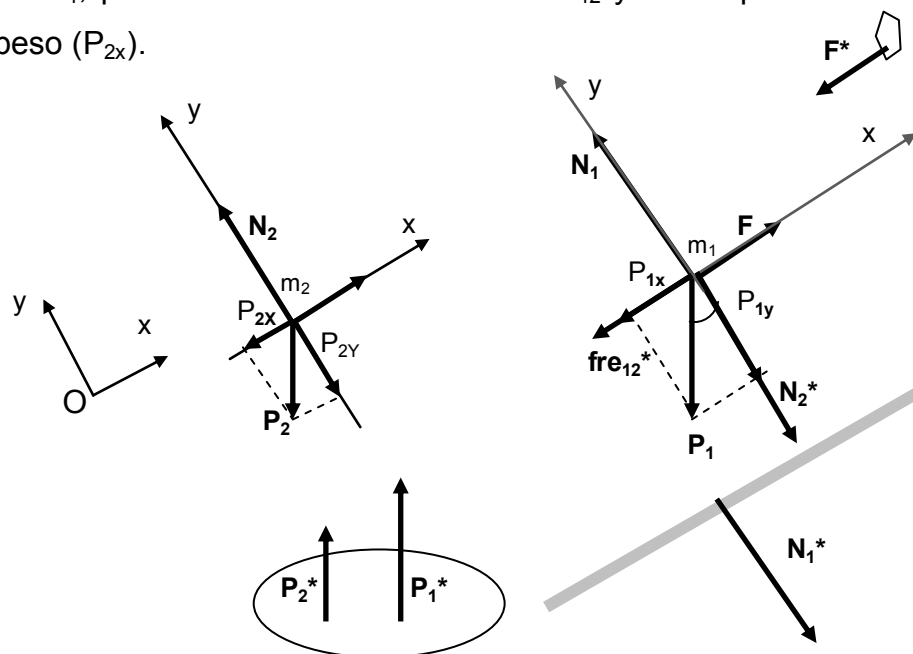


Figura 5.2. DCL completo con la representación de todas las interacciones explicitando el sistema de coordenadas.

Como ambos cuerpos deben cumplir la condición impuesta al movimiento en el enunciado: *el cuerpo superior no desliza sobre el inferior* (existencia de reposo relativo entre ambos cuerpos), la fuerza de roce debe ser estática y los dos cuerpos tener el mismo movimiento (nótese que es la misma

situación que la presentada en problema 1 y en el problema 3 a del estudio exploratorio I).

En la dirección perpendicular (y) se verifica que:

- En m_1 la normal \mathbf{N}_1 se compensa con la suma de P_{1y} y \mathbf{N}_2^* .
- En m_2 la normal \mathbf{N}_2 se compensa con P_{2y} .

de modo tal que es posible justificar que no se produce movimiento en esa dirección.

Una vez reconocidas las fuerzas, el proceso de resolución se completará con la aplicación de la 2ª ley de Newton que conlleva establecer una relación entre las interacciones, una propiedad de los cuerpos (su masa) y una variable cinemática (su aceleración). Esta ley permite derivar el movimiento de un cuerpo (determinado por las fuerzas aplicadas) si se conoce su velocidad y su posición en un instante (por ejemplo en el instante inicial).

Como se ha señalado en la Tabla 5.1, existen dos soluciones correctas posibles, de acuerdo al modelo elaborado durante la lectura de la expresión “*no desliza*”. Si se considera que la aceleración común a ambos es nula, los cuerpos se desplazarán en movimiento rectilíneo uniforme (velocidad constante), derivándose la solución simple. Si se considera que la aceleración no es nula, la solución es de mayor complejidad algebraica (solución compleja). A continuación se desarrollan ambas alternativas.

- a) **Solución simple:** En este tipo de solución se considera que ambos objetos se mueven con velocidad constante. Esta consideración permite, como se verá en la resolución, trabajar algebraicamente sólo con las ecuaciones correspondientes al cuerpo superior.

Para el cuerpo superior representado por m_2 , la 2ª Ley de Newton expresada por componentes¹⁵ adopta la forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = \text{fre}_{12\text{máx}} - P_{2x} = 0 \\ \Sigma F_y = N_2 - P_{2y} = m_2 \cdot a_{2y} = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\quad \quad \quad (2)$$

Dado que la fuerza de roce estática es máxima por las condiciones impuestas en los enunciados, su intensidad estará dada por la siguiente expresión:

$$\text{fre}_{12\text{máx}} = \mu_e N_2$$

P_{2x} y P_{2y} son las proyecciones de las fuerzas peso de m_2 en la dirección x e y respectivamente. Recordando que $P=m \cdot g$, resulta:

$$P_{2x} = P_2 \cdot \text{sen } \alpha = m_2 g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$P_{2y} = P_2 \cdot \text{cos } \alpha = m_2 g \cdot \text{cos } \alpha$$

Sustituyendo en las ecuaciones (1) y (2) resulta:

$$\mu_e N_2 - m_2 g \cdot \text{sen } \alpha = 0 \quad (3)$$

$$N_2 - m_2 g \cdot \text{cos } \alpha = 0 \quad (4)$$

de (4) se concluye que:

$$N_2 = m_2 g \cdot \text{cos } \alpha$$

reemplazando en (3):

$$\mu_e m_2 g \cdot \text{cos } \alpha - m_2 g \cdot \text{sen } \alpha = 0$$

$$\mu_e = \text{sen } \alpha / \text{cos } \alpha$$

Finalmente:

$\mu_e = \text{tg } \alpha$

¹⁵Debe recordarse que en estas ecuaciones por componentes son escalares, donde se incluyen los **módulos** de los vectores con sus signos correspondientes. Las componentes serán positivas cuando las proyecciones de los vectores están orientadas en el sentido asignado como positivo del eje x o y.

- b) **Solución compleja:** en esta solución se considera que ambos objetos se mueven con aceleración constante, lo cual implica la necesidad de trabajar algebraicamente con las ecuaciones correspondientes a ambos cuerpos.

Para m_1 :

$$\begin{cases} \Sigma F_x = F - f_{r12m\acute{a}x} - P_{1x} = m_1 \cdot a_{1x} \\ \Sigma F_y = N_1 - P_{1y} - N_2 = m_1 \cdot a_{1y} = 0 \end{cases}$$

Para m_2 :

$$\begin{cases} \Sigma F_x = f_{r12m\acute{a}x} - P_{2x} = m_2 \cdot a_{2x} \\ \Sigma F_y = N_2 - P_{2y} = m_2 \cdot a_{2y} = 0 \end{cases}$$

Recordando que:

$$f_{r12m\acute{a}x} = \mu_e N_2$$

$$f_{r12} = f_{r12}^* \quad (\text{por el principio de acción y reacción})$$

$$N_2 = N_2^*$$

Imponiendo la condición de aceleraciones iguales de ambos cuerpos:

$$a_{1x} = a_{2x} = a \quad \text{resulta, sustituyendo en las ecuaciones (3) y (4):}$$

Para m_1 :

$$\begin{cases} \Sigma F_x = F - \mu_e N_2 - m_1 g \cdot \text{sen } \alpha = m_1 \cdot a & (5) \\ \Sigma F_y = N_1 - m_1 g \cdot \text{cos } \alpha - N_2 = 0 & (6) \end{cases}$$

Para m_2 :

$$\begin{cases} \Sigma F_x = \mu_e N_2 - m_2 g \cdot \text{sen } \alpha = m_2 \cdot a & (7) \\ \Sigma F_y = N_2 - m_2 g \cdot \text{cos } \alpha = 0 & (8) \end{cases}$$

Dado que se dispone de un sistema de cuatro ecuaciones (5 a 8) con cuatro incógnitas (μ_e , N_2 , N_1 y a), es posible hallar una expresión para μ_e en función de los datos del enunciado:

$$\mu_e = F / g \cdot \cos \alpha (m_1 + m_2) \quad (9)$$

Cuando se dispone de datos numéricos se puede calcular el valor de μ_e específico para la situación dada, sustituyendo en la expresión (9).

5.2.2.2. Caracterización de la situación problemática 2 (SP2)

En este caso también los distintos tipos de enunciados, presentados en el Cuadro 5.3 se consideran isomórficos estructurales desde un punto de vista físico, ya que en todas las versiones:

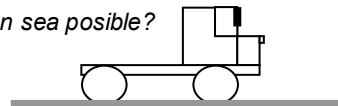
1. El sistema se conforma con 2 elementos relevantes: “camión – papel” en los enunciados concretos, “ $m_1 - m_2$ ” en los abstractos.
2. La superficie de contacto entre los elementos del sistema es vertical.
3. El elemento sostén está acelerado horizontalmente.
4. La condición impuesta al movimiento de los cuerpos corresponde al estado de reposo relativo del cuerpo sostenido respecto al sostén¹⁶.
5. La superficie de contacto entre el cuerpo sostén y la superficie sobre la cual se desplaza puede ser tanto lisa como rugosa, ya que no se mencionan explícitamente sus características.

¹⁶ El papel no se desplaza respecto al parabrisas del camión en los casos de contenido concreto, y la masa pequeña no se desplaza respecto a la masa mayor en los de contenido abstracto.

Situación problemática 2

Tipo 2. 1: Contenido concreto – con gráfica

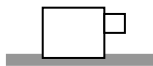
Un camión de masa M se desplaza con aceleración fija. En estas condiciones, un papel de masa m queda adherido en su parabrisas vertical como se indica en la figura, sin deslizar hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre el papel y el vidrio para que esta situación sea posible?



Tipo 2. 2: Contenido concreto – sin gráfica

Un camión de masa M se desplaza con una aceleración fija. En estas condiciones, un papel de masa m queda adherido en su parabrisas vertical sin deslizar hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre el papel y el vidrio para que esta situación sea posible?

Tipo 2.3: Contenido abstracto – con gráfica Un cuerpo cúbico de masa M se desplaza hacia la derecha con aceleración constante. En estas condiciones, otro cubo más pequeño de masa m se mantiene en la posición mostrada en la figura. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre las superficies en contacto de ambos cubos, para que esta situación sea posible?



Tipo 2.4: Contenido abstracto – sin gráfica

Un cuerpo cúbico se desplaza con aceleración constante. En estas condiciones, un pequeño cubo queda adherido en la parte superior de su cara frontal sin deslizarse hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre las superficies en contacto de ambos cubos, para que esta situación sea posible?

Cuadro 5.3. Tipos de enunciados correspondientes a la SP2.

Al igual que en la SP1, en las Tablas 5.4 y 5.5 se analizarán las características de esta situación en función del procesamiento requerido para la comprensión del enunciado, así como los procesos implicados en su resolución.

Versión enunciado concreto

La consigna: “¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre el papel y el vidrio si el papel no desliza hacia abajo?” contribuye a validar o reformular el modelo elaborado durante la lectura de la presentación de la situación. Si bien no se pide la realización del DCL de los cuerpos, el mismo constituye una estrategia necesaria para comenzar a resolver, brindando información acerca del modelo elaborado por los estudiantes, ya que en él se representan

gráficamente todas las fuerzas que el alumno ha reconocido en esa situación particular.

Parte del enunciado	Inferencias
“Un camión se desplaza con una aceleración fija” ⇒	Camión como objeto relevante. Situación de movimiento. Si está acelerado tiene que haber una fuerza aplicada en el sentido de la aceleración.
“En estas condiciones, un papel queda adherido en su parabrisas vertical sin deslizarse hacia abajo” ⇒	Incorporación de otro objeto relevante: el papel. Estado de movimiento del papel. Estado de reposo relativo entre papel y camión. Existencia de una fuerza de roce estática entre ambos que equilibre el peso del papel. La fuerza de contacto normal (N) determina el avance del papel junto al camión.
Dado que no se menciona la existencia de roce entre el camión y el piso ⇒	Se puede inferir fuerza de roce nula (caso de máxima simplicidad) o que existe rozamiento, en cuyo caso no encontrarán en el enunciado datos para determinarla.

Tabla 5.4. Inferencias requeridas para el procesamiento del enunciado concreto de la SP2.

En este enunciado puede hablarse de *coherencia del discurso* ya que hay una conexión semántica entre las frases que permiten que el estudiante, a partir de sus conocimientos previos, procese los contenidos del texto transformándolos en proposiciones con significado. Su estructura textual es de tipo narrativo secuencial, sin referencias causales explícitas. Así, es posible identificar un estado inicial dinámico (*un camión que se desplaza*), una característica del movimiento (*el camión tiene aceleración fija*), la incorporación de un nuevo elemento (*un papel*) y una condición (*el papel adherido al parabrisas no desliza hacia abajo*). Esta característica del texto del enunciado, junto con el hecho de que su contenido hace referencia a objetos concretos y cotidianos, permiten la integración de estos conocimientos en el marco de un modelo mental.

Versión enunciado abstracto

Al igual que en el enunciado concreto, la consigna: “¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre las superficies en contacto de ambos cubos, para que esta situación sea posible?” contribuye a validar o reformular el

modelo elaborado durante la lectura de la presentación de la situación. Se informa allí la existencia de roce estático entre los cubos, reforzando la condición física impuesta al movimiento conjunto (*que el cubo pequeño no deslice hacia abajo*).

Parte del enunciado	Inferencias
“Un cuerpo cúbico se desplaza con aceleración constante”.	⇒ Cuerpo como objeto relevante Situación de movimiento. Si está acelerado tiene que haber una fuerza aplicada en el sentido de la aceleración.
“En estas condiciones, un pequeño cubo queda adherido en la parte superior de su cara frontal sin deslizarse hacia abajo”	⇒ Incorporación de otro cuerpo relevante: el menor Estado de movimiento del nuevo cuerpo Estado de reposo relativo entre ambos cuerpos. Existencia de una fuerza de roce estática entre ambos que equilibre el peso del cuerpo menor La fuerza de contacto normal (N) determina el avance del cuerpo pequeño junto al mayor
Dado que no se menciona la existencia de roce entre el camión y el piso	⇒ Se puede inferir fuerza de roce nula (caso de máxima simplicidad) o que existe rozamiento, en cuyo caso no encontrarán en el enunciado datos para determinarla.

Tabla 5.5. Inferencias requeridas para el procesamiento del enunciado abstracto de la SP2.

En estos enunciados abstractos también puede hablarse de *coherencia del discurso*, siguiendo una estructura textual de tipo *descriptiva*, donde se informan las características de los objetos involucrados, y se organiza básicamente sobre la dimensión espacial. Efectivamente, el enunciado se desarrolla en torno a la descripción de propiedades (por ejemplo: *cúbico, masa*), partiendo de un estado inicial de carácter dinámico (*el cuerpo cúbico tiene aceleración fija*) y una caracterización de la situación sin referencia causal (*En estas condiciones, un pequeño cubo queda adherido en la parte superior de su cara frontal*). La condición bajo la cual ha de resolverse el problema (*sin deslizarse hacia abajo...*), se evidencia en el texto de la consigna. Estas características del texto, junto con el hecho de que su contenido hace referencia genéricamente a “cuerpos cúbicos” o “cubos”, es posible que dé lugar al desarrollo de modelos mentales con características diferentes a la de las situaciones que involucren objetos cotidianos.

Solución de la SP2

Para responder a la consigna y determinar el coeficiente de roce estático entre los cuerpos en contacto, es útil realizar el DCL de los cuerpos involucrados. Para mayor simplicidad, en la fig. 5.3 se dibujarán sólo las fuerzas actuantes, identificando como m_2 al papel o el cubo pequeño y con m_1 al camión o el cubo mayor.

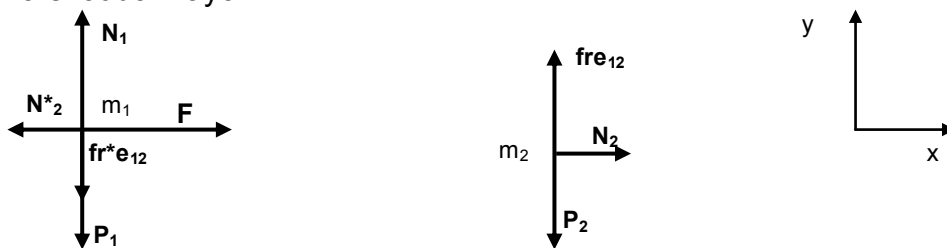


Figura 5.3. DCL completo con la representación de todas las interacciones explicitando el sistema de coordenadas.

Si esta figura se compara con las Figs. 4.5 y 4.16 correspondientes a los problemas 1 y 3 (a) del estudio exploratorio (apartado 4.3.2), nótese que sobre el cuerpo más pequeño adosado (representado por m_2) aparecen las mismas fuerzas. Aquí también se observa el efecto de haber incorporado un plano de contacto vertical, ya que la normal (\mathbf{N}_2) tiene ahora dirección horizontal (sigue siendo perpendicular a la superficie de contacto) y la fuerza de roce entre los cuerpos ($\mathbf{fr}_{e_{12}}$) toma la dirección vertical (correspondiente a la dirección del movimiento incipiente del cuerpo menor). La fuerza peso (\mathbf{P}_2) es la que determina el posible movimiento relativo de m_2 y, por lo tanto, el sentido de la fuerza de roce entre los cuerpos ($\mathbf{fr}_{e_{12}}$). Para que el cuerpo menor no deslice hacia abajo, la $\mathbf{fr}_{e_{12}}$ debe compensar el efecto del peso, con lo cual se cumple la condición impuesta de que no haya deslizamiento entre los cuerpos. Pero además, la presencia de la fuerza normal (\mathbf{N}_2) justifica que el papel tenga la misma aceleración que el camión, con lo cual se verificará su reposo relativo.

Nótese que es necesario incluir una fuerza \mathbf{F}^{17} en el diagrama del cuerpo mayor, para justificar la aceleración asignada en el enunciado.

Como se ha señalado en el apartado 5.2.2, una vez reconocidas las fuerzas, con su dirección y sentido, se procederá a resolver el problema aplicando la 2ª ley de Newton que relaciona las interacciones con una propiedad de los cuerpos (su masa) y la aceleración como variable cinemática.

Este problema no admite soluciones alternativas como el anterior, ya que en el enunciado se explicita que el camión (o el cuerpo superior) está acelerado. En consecuencia, para que se cumpla la condición de reposo relativo, el papel (o el cuerpo pequeño en los abstractos) debe tener la misma aceleración.

Si se comienza la resolución aplicando esta ley a m_2 , teniendo en cuenta que debe moverse junto con m_1 , es decir, que sus aceleraciones son iguales, se obtiene:

$$\sum F_x = N_2 = m_2 \cdot a \quad (10)$$

$$\sum F_y = f_{re12m\acute{a}x} - P_2 = 0 \quad (11)$$

Siendo: $f_{re12m\acute{a}x} = \mu_e \cdot N_2 \quad (12)$

Para poder determinar el coeficiente de roce μ_e es necesario inferir que se debe considerar que la fuerza de roce estática es máxima, ya que sólo en ese caso su módulo puede igualarse a $\mu_e N_2$. De este modo, se alcanza rápidamente la meta, a través de un proceso de resolución simple.

El coeficiente de roce queda expresado como:

$$\boxed{\mu_e = g/a} \quad (13)$$

¹⁷ \mathbf{F} corresponde a una fuerza aplicada por un agente externo sobre el camión (o el cuerpo mayor) para producir su avance. En el caso concreto corresponde a la fuerza de roce estática aplicada por el suelo a las ruedas del camión.

5.2.2.3 Prueba del material

El material se aplicó a un conjunto de 15 alumnos que no habían participado del Estudio exploratorio. La finalidad de esta prueba fue detectar posibles dificultades en la comprensión de los diferentes tipos de enunciados para ajustarlos en los casos que fuera necesario. Se pidió a los estudiantes que leyeran atentamente los enunciados varias veces y que formularan todas las preguntas que consideraran necesarias (referidas exclusivamente a la comprensión de los enunciados). Los participantes no manifestaron problemas en comprenderlos, y las pocas preguntas registradas se referían a cuestiones que no se habían explicitado ex-profeso, ya que debían dar lugar a inferencias por parte del lector. Las consignas y los dibujos también les resultaron claros. Un solo alumno, al referirse a la situación problemática 1, en su versión con enunciado abstracto sin gráfica preguntó si la fuerza F tiraba o empujaba del cuerpo inferior, detalle que no cambia la situación.

Dado que la prueba se desarrolló durante una clase de práctica de problemas de Física I a cargo del jefe de trabajos prácticos, los alumnos resolvieron posteriormente los problemas. La investigadora tomó registros de las preguntas de los estudiantes tanto durante la lectura como las dudas que emergieron en relación con el texto durante la resolución.

5.2.3 Diseño y Procedimiento

Se utilizó un diseño descriptivo y cuasi experimental. En esta etapa se utilizaron todas las versiones *sin datos numéricos*, a fin obtener información acerca de las características y evolución de sus modelos, independientemente del proceso de cálculo. Se trata de inducir a los alumnos a construir una representación del problema antes de abordar el cálculo de la meta.

Los problemas fueron distribuidos en forma aleatoria en cuatro grupos de 10 alumnos, de manera que cada estudiante resolvió dos problemas: una versión de la SP1 y otra versión diferente de la SP2. No se consideró necesario

aleatorizar la presentación de los mismos por cuanto ambos problemas responden a un mismo modelo conceptual físico. Los alumnos dispusieron de un tiempo aproximado de 40 minutos para resolver por escrito los problemas. Se les indicó que explicaran y fundamentaran con detalle los pasos seguidos. En los casos en que surgieron dudas en la interpretación de las producciones escritas, se realizaron entrevistas individuales.

5.3 RESULTADOS

El procesamiento y análisis de la información recogida se realizó a través de los métodos estadísticos multidimensionales que se inscriben en la corriente francesa del análisis de datos (Benzécri, 1976; Lebart, Morineau y Fénelon, 1985; Lebart, Morineau y Piron, 1995; Lebart y Morineau, 2000). Se trata de técnicas cuantitativas que permiten el análisis de la estructura de la información, analizando todas las variables en forma simultánea, en especial a través del recurso de representaciones gráficas en planos factoriales (Moscoloni, 2000, 2005). Esto es de particular interés en este estudio, ya que permitirá interpretar los datos con una doble lectura: desde los individuos y desde las variables, brindando información acerca de la relación entre las variables dependientes de los individuos que las sustentan (Etxeberria, Garcia Gil y Rodriguez, 1995; Moscoloni, 2000).

Se dispone, para los dos problemas, de una matriz de datos de 40 filas (correspondientes a las resoluciones objeto de investigación) por 11 columnas (cada una correspondiente a la modalidad de las variables identificada para cada individuo) en caso de la SP1 y 10 para la SP2. Como se recordará, las modalidades de las variables son mutuamente excluyentes, por lo cual cada individuo estará caracterizado por una determinada modalidad de cada una de las variables.

En particular, se aplicarán *métodos factoriales*, que transforman el conjunto de variables originales interrelacionadas en otro conjunto, menor en

número, de nuevas variables independientes o “factores”. De este modo, se reduce la dimensión de la tabla original de datos en base a las asociaciones existentes entre los individuos y las variables. La representación gráfica en planos factoriales de las diferentes modalidades de las variables que se obtiene de este modo, hace más sencilla la asimilación de la información y brinda una visión directa y global de los principales aspectos de la información a tener en cuenta.

Para el estudio de los protocolos se aplicaron dos técnicas del análisis factorial: el análisis de correspondencias múltiples (ACM), que permite descubrir posibles relaciones entre las variables, y la clasificación mixta que permite construir clases o grupos con características homogéneas dentro de cada clase y muy diferentes entre ellas (Gil Flores, 1994; Lebart, Morineau y Fénelon, 1985; Lebart, Morineau y Piron, 1995; Lebart y Morineau, 2000). Para el procesamiento se utilizó el paquete de programas SPAD¹⁸ (CISIA, 1998).

A fin de aplicar este programa y acceder a una visión global de la actuación de los participantes, se establecieron las siguientes dimensiones de análisis: *características del enunciado*, *modelo inicial* y *evolución del modelado*. Estas dimensiones permiten organizar la búsqueda de referencias externas acerca de los modelos mentales que construyen los alumnos al efectuar o interpretar dibujos, identificar las fuerzas actuantes e interpretar las condiciones de movimiento impuestas por los enunciados. De este modo, se obtuvo información no sólo del proceso de solución sino además de las inferencias derivadas de la comprensión de las situaciones, sintetizadas en las tablas 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5. Asociadas a cada dimensión se definieron las variables con sus respectivas modalidades cualitativas y mutuamente excluyentes. A través de la dimensión: *características del enunciado* se introdujo en el análisis la variable correspondiente al tipo de enunciado.

¹⁸ Si bien la muestra es reducida, la aplicación de este programa permite explorar las tendencias denotadas en el desempeño del grupo de estudiantes.

Algunas de las modalidades de las variables fueron establecidas a priori¹⁹, mientras que otras se incluyeron cuando se detectaron situaciones no previstas en las respuestas de los estudiantes. Se aplicó como criterio de trabajo la triangulación interjueces en la lectura y el análisis de la totalidad de los protocolos, requiriéndose la colaboración de otros dos investigadores especializados en el área. Se actuó en forma independiente a fin de confirmar la validez de los registros. En los casos de desacuerdo, se procedió a un análisis conjunto hasta arribar a un consenso.

Cabe aclarar que, en este análisis factorial, se eliminaron las variables correspondientes a la *fuerza peso* (en ambos problemas), la *fuerza externa*, la *fuerza de contacto que produce reposo en la dirección perpendicular al movimiento* en la SP1 y la *fuerza de contacto que produce reposo en la dirección perpendicular al movimiento* en la SP2, ya que prácticamente adoptaban una única modalidad. En efecto, casi todos los estudiantes caracterizaron correctamente la fuerza normal en la SP1 y la fuerza de roce en la SP2. Es necesario precisar, además, que, todos los estudiantes que dibujaron el DCL del cuerpo inferior en la SP1 o el cuerpo mayor en la SP2 incluyeron una fuerza de roce entre estos cuerpos y el piso. Por esta razón, en el análisis de las resoluciones la modalidad *fr_p ausente* (fuerza de roce con el piso ausente) estará indicando la ausencia del DCL de los cuerpos inferiores en la SP1 o mayores en la SP2.

En las Tablas 5.6a y 5.6b se caracterizan todas las dimensiones de análisis y se describen las variables y sus modalidades, algunas comunes para las dos situaciones y otras específicas de cada una de ellas.

¹⁹ En particular las modalidades de la variable tipo de enunciado corresponden a los diferentes enunciados de cada situación presentados en las tablas 5.2 y 5.3.

DIMENSIONES	VARIABLES		Modalidades Situación 1	Modalidades Situación 2
Características del enunciado	<p>Tipo enunciado: Se refiere a la forma en que se presenta el enunciado, combinando el carácter concreto y abstracto con la presencia y ausencia de dibujos de la situación.</p> <p>Dibujo de la situación: Indica la necesidad del sujeto de dibujar o reproducir la situación problemática a resolver</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Enunciado abstr. con gráfica • Enunciado abstr. sin gráfica • Enunciado concr. sin gráfica. • Enunciado concr. con gráfica 	<ul style="list-style-type: none"> • Enunciado abstracto con gráfica • Enunciado abstracto sin gráfica • Enunciado concreto sin gráfica • Enunciado concreto con gráfica
<p>Modelo inicial: busca referencias externas sobre los atributos del modelo que el sujeto construye al efectuar o interpretar dibujos y al organizar sus DCL</p>	<p>Fuerzas de contacto Indica las características que el estudiante asocia a las fuerzas de contacto en los DCL, teniendo en cuenta que en todos los casos los dos cuerpos se mueven juntos.</p>	<p>Dibujo para DCL: Sugiere el grado de modelización a partir del cual el estudiante comenzará a resolver utilizando información del enunciado en forma directa o indirecta.</p> <p>F que contribuye al movimiento: Fuerza de roce entre los cuerpos (f_{r12}) en la SP1 y fuerza normal (N) en la SP2.</p> <p>F que produce reposo en dirección perpendicular al movimiento: Corresponde a la N en la SP1 y a la fuerza de roce en SP2</p> <p>Fuerza de roce con el piso (frp) características que el estudiante le asocia teniendo en cuenta que el enunciado no la menciona</p>	<ul style="list-style-type: none"> • DCL partícula • DCL cuerpo extenso • DCL dibujo figurativo 	<ul style="list-style-type: none"> • Dibujo figurativo. • Dibujo esquemático • No dibuja.
			<ul style="list-style-type: none"> • f_{r12} estática bien • f_{r12} estática mal sentido • f_{r12} bien aplicada • f_{r12} sólo en el cuerpo superior • f_{r12} ausente 	<ul style="list-style-type: none"> • DCL partícula. • DCL cuerpo extenso • DCL dibujo figurativo
			<ul style="list-style-type: none"> • N_{12} bien en ambos cuerpos • N_{12} igual al peso del cuerpo sup. • N_{12} presente sólo en el sup. 	<ul style="list-style-type: none"> • N bien • N mal • N ausente
			<ul style="list-style-type: none"> • f_p dinámica. • f_p general • f_p ausente 	<ul style="list-style-type: none"> • fr estática bien • fr gral bien
			<ul style="list-style-type: none"> • F bien aplicada. • F en ambos cuerpos. • F ausente 	<ul style="list-style-type: none"> • f_p dinámica. • f_p estática • f_p general • f_p ausente
			<p>F externa al sistema en la dirección del movimiento: Indica si el estudiante la reconoce y las características que asocia a esta fuerza en el DCL</p>	<ul style="list-style-type: none"> • F empuje Mayor • F viento menor • F aux. ausente
			<p>Fuerzas auxiliares: Se consideran aquí las fuerzas que el estudiante incluye para justificar el movimiento de las cuales no se dan datos en el enunciado</p>	<ul style="list-style-type: none"> • F empuje Mayor • F viento menor • F aux. ausente
				<ul style="list-style-type: none"> • F empuje Mayor • F viento menor • F aux. ausente
				<ul style="list-style-type: none"> • F empuje Mayor • F viento menor • F aux. ausente
				<ul style="list-style-type: none"> • F empuje Mayor • F viento menor • F aux. ausente
				<ul style="list-style-type: none"> • F empuje Mayor • F viento menor • F aux. ausente

Tabla5.6a. Dimensiones de análisis, variables y modalidades (parte 1).

DIMENSIONES	VARIABLES	Modalidades SP1	Modalidades SP2
<i>Evolución del modelado</i>	<p>Etapas en la resolución Indica el modo y el orden en que el estudiante aplica la Segunda ley de Newton, dando idea del grado de modelización.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • cuerpo superior → detecta la aceleración como incógnita → cuerpo inferior → coeficiente de roce. (Ecuac: sup-inferior-mu) • cuerpo superior → cuerpo inferior → combina ecuac. → coeficiente de roce. (Ecuac: superior-inferior- mu) • cuerpo superior → coeficiente de roce. (Ecuac: sólo superior-mu) • no aplica la 2ª ley de Newton. (No aplica 2ª Ley de Newton) 	<ul style="list-style-type: none"> • cuerpo mayor. → busca datos → cuerpo menor → coeficiente de roce. (Ecuac: Mayor-datos-menor-mu) • cuerpo menor → cuerpo menor → coeficiente de roce. (Ecuac: Mayor-menor-mu) • cuerpo menor → coef de roce. (Ecuac: menor- mu) • cuerpo menor → no determina el coeficiente de roce. (Ecuac: menor- no mu)
	<p>Relación DCL-proceso de resolución: Da cuenta del grado de coherencia entre el DCL y el planteo algorítmico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • coherente • incompleta • incoherente • sólo en el cuerpo superior 	<ul style="list-style-type: none"> • coherente • compleja simplificada • incoherente • incoherente cuerpo mayor
	<p>Inferencias acerca de la aceleración de los cuerpos en contacto: Se refiere a la consideración de las aceleraciones en la resolución en reposo relativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • infiere aceleraciones iguales. • infiere $a=0$ para el cuerpo superior. • aceleración nula en ambos cuerpos. 	
	<p>Tipo de solución</p>	<ul style="list-style-type: none"> • simple mal • simple bien • compleja bien • compleja incompleta 	<ul style="list-style-type: none"> • Compleja bien • Compleja mal • Compleja incompleta • Simple mal

Tabla 5.6b. Dimensiones de análisis, variables y modalidades (parte 2).

Las resoluciones de las situaciones problemáticas planteadas se analizaron a dos niveles. En primer lugar, se identificaron las correspondencias entre variables, y a continuación se obtuvo una clasificación de los participantes en función del tipo de soluciones que realizaban.

En este análisis se identificarán diferentes modelos caracterizados a partir de dos criterios de clasificación. Uno de ellos tiene en cuenta el *número de elementos* que componen el MM, de modo que se considera *parcial* si se focaliza sólo en uno de los cuerpos del sistema ignorando al o los otros y *completo* en los casos en que los elementos relevantes correspondan a dos o más cuerpos. El segundo criterio de clasificación se basa en el tipo de interpretación del movimiento conjunto. Así, se reconocen modelos mentales *simples* cuando se asume que los dos cuerpos se mueven juntos con aceleración nula y *complejos* cuando se considera que se mueven con aceleración constante. Cabe aclarar que el modelo que hemos denominado *simple* es adecuado para la SP1 pues puede llevar a una solución correcta simple, pero en caso de la SP2 es inadecuado ya que conduce a una solución errónea, puesto que es imposible que el papel acompañe al camión, que está acelerado. En cuanto a los modelos *complejos*, si son adecuados, en la SP1 llevará a una solución compleja, y en la SP2 es la única opción posible para arribar a la solución, teniendo en cuenta que, como se ha mencionado, la aceleración del sistema (distinta de cero) es un dato explícito en el enunciado.

Es importante aclarar que hemos considerado que un modelo mental puede estar *sesgado* por razones diversas, que se describirán en cada uno de los casos, pero siempre ese *sesgo* tiene que ver con recortes interpretados desde la Física y que impedirán arribar a una solución correcta.

5.3.1 Análisis de las resoluciones de la SP1

5.3.1a Correspondencias múltiples entre variables

Para hallar la relación entre variables se aplicó el Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples (ACM). En este método, el denominado *valor test* indica si las correlaciones entre las variables son significativas, de modo que si efectivamente hay relación entre ellas este valor debe ser mayor que 2.

Como se ha mencionado, la representación gráfica en planos factoriales de las diferentes modalidades de las variables hace más sencilla la asimilación de la información. Los ejes factoriales se interpretan a partir de las modalidades de las variables que tiene una influencia mayor en su formación, es decir las de “*valores test*” más altos. La proyección una modalidad sobre un eje es la proyección del baricentro de los individuos que poseen esta modalidad.

Teniendo en cuenta que el porcentaje de *inercia* de cada eje factorial cuantifica la información que explica cada uno, en este estudio se registró la distribución de las modalidades de las variables sobre el plano definido por los dos primeros ejes factoriales, que acumulan la máxima inercia (92% de la información).

La interpretación de los gráficos factoriales permite expresar:

- *La proximidad entre modalidades de variables diferentes en términos de asociación*: la proximidad se debe a que están referidas a individuos parecidos. Por ejemplo, si en el gráfico factorial de las variables en el espacio de los individuos, la modalidad *enunciado concreto sin gráfica* está cerca de la modalidad *dibujo figurativo* de la situación significa que hay un grupo de individuos que resolvieron ese tipo de enunciado y realizaron un dibujo figurativo antes de resolver.
- *La proximidad entre dos modalidades de una misma variable en términos de semejanza*: teniendo en cuenta que las modalidades de una misma variable deben ser excluyentes, la proximidad de dos de ellas se interpreta en

términos de semejanza entre los grupo de individuos que las eligieron (Moscoloni, 2005). Por ejemplo, si en el espacio factorial de las variables, dos modalidades de la variable *Dibujo para el diagrama de cuerpo libre* están cercanas, supongamos *DCL esquemático* y *DCL partícula*, significa que hay un grupo de alumnos semejantes (en el sentido de que se caracterizan por las mismas modalidades de las variables), que sólo se diferencian en el tipo de DCL.

- *La proximidad entre individuos en términos de semejanzas*: dos individuos se parecen si han elegido las mismas modalidades de las variables. Es decir, en el gráfico correspondiente a los individuos en el espacio de las variables, la cercanía de dos individuos implica que se les han asignado las mismas modalidades de la mayoría de las variables. Por ejemplo, ambos han resuelto un problema con *enunciado abstracto con gráfica*, reconociendo una *fuerza de roce estática entre superficies*, obteniendo una *solución compleja correcta*.

Para facilitar la lectura, dado el número elevado de modalidades, en la Fig. 5.4a se muestran las modalidades de las variables correspondientes a las dimensiones: *“características del enunciado”* y *“modelo inicial”*, mientras que en la Fig. 5.4b se presenta la distribución de las modalidades de las dimensiones *“características del enunciado”* y *“evolución del modelado”*. Ya que un objetivo fundamental en esta tesis es reconocer posibles influencias del formato del enunciado sobre los procesos de modelización, se ha reiterado en ambas figuras la dimensión asociada con el enunciado.

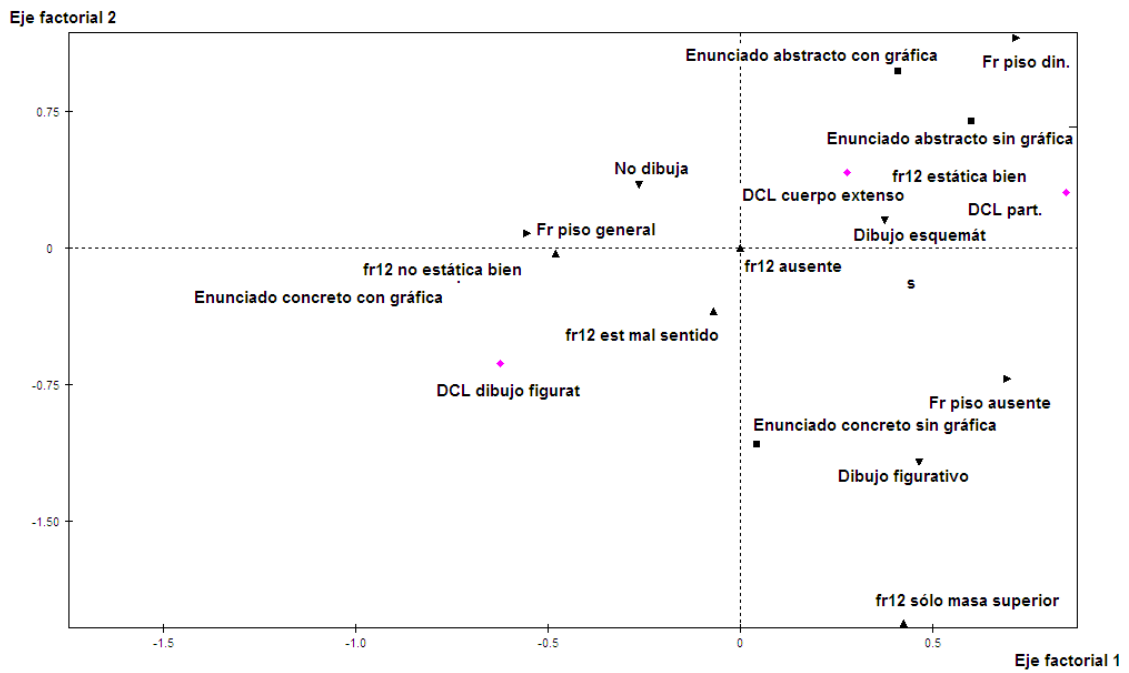


Figura 5.4a. Distribución de las modalidades de las variables activas asociadas a las dimensiones: características del enunciado y modelo inicial para la SP1

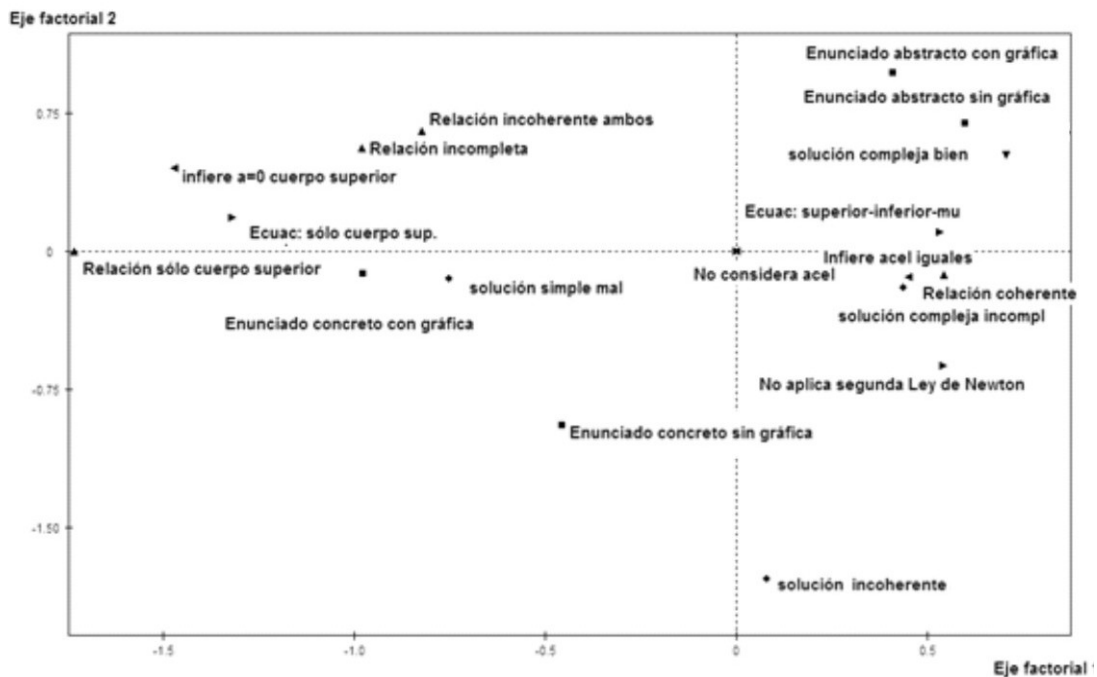


Figura 5.4b. Distribución de las modalidades de las variables activas asociadas a las dimensiones: características del enunciado y evolución del modelado para la SP1.

Como puede observarse en estas figuras, las características del enunciado se distribuyen de modo tal que, en el semiplano inferior figuran las modalidades de los enunciados de tipo *concreto* y en el superior las situaciones *abstractas*. Esto sugiere una primera línea de análisis para estudiar el efecto de la forma de los enunciados sobre las actuaciones de los estudiantes, ya que al estar en semiplanos diferentes implica que corresponden a grupos de individuos diferenciados en cuanto a la asignación de las modalidades de las variables.

Integrando la información provista por ambas figuras en el extremo izquierdo del eje factorial 1, la cercanía de las modalidades: *fuerza de roce entre los cuerpos con el sentido correcto* y *fuerza de roce general entre el cuerpo inferior y el piso* dan cuenta de un *modelo inicial* que incluye ambos cuerpos. En cuanto a las modalidades asociadas a la dimensión correspondiente a la *evolución del modelado*, la cercanía en esa zona de la consideración de la *aceleración del cuerpo superior nula* y un *trabajo algebraico centrado exclusivamente en el cuerpo superior* sugiere que este extremo del eje se relaciona con la conformación, durante la resolución, de un *modelo* que es *parcial*, centrado en el cuerpo superior, y *simple*, de acuerdo con la categorización presentada antes. En esta zona se ubica el *enunciado concreto con gráfica*, pudiendo inferirse que este tipo de enunciado se relacionaría con la elaboración de un *modelo inicial completo* con una fuerte carga perceptiva (*DCL sobre dibujos figurativos*), incluyendo como elementos (“tokens”) relevantes los correspondientes a la camioneta y su carga, que se transformaría, a lo largo del proceso de resolución, en un *modelo parcial simple* que es *sesgado*, como lo sugiere la modalidad *solución simple mal*, presente en esta zona.

En el extremo derecho del eje factorial 1 se observa que las modalidades de las variables del *modelo inicial* indican la asignación correcta de la dirección, sentido y carácter de la *fuerza de roce entre los cuerpos en*

contacto y la presencia de una fuerza de roce con el piso. Esto da cuenta de un *modelo inicial completo* ya que incluye a ambos cuerpos, donde la caracterización de la f_{r12} como estática pone de manifiesto una comprensión efectiva de la situación de reposo relativo. En cuanto a las variables correspondientes a la *evolución del modelado* en ese extremo, se observa que se encuentran cercanas las modalidades referidas a una *relación coherente entre los DCL y el trabajo algebraico posterior*²⁰ y la consideración de *aceleraciones iguales* para ambos cuerpos. Esta inferencia implica una interpretación más compleja de la expresión “*no desliza*” y por lo tanto, del reposo relativo entre los cuerpos, corroborando el modelo inicial. Se observa, además, en las cercanías, una solución *compleja correcta* y la obtención del coeficiente de roce a través de un *trabajo algebraico complejo* ya que se plantean las ecuaciones correspondientes a ambos cuerpos. En esta zona se ubican los *enunciados abstractos con y sin gráfica*, por lo cual puede inferirse que este tipo de enunciado se relaciona con la elaboración de un *modelo inicial completo*, ya que incluye como elementos relevantes del modelo los correspondientes a los dos cuerpos en contacto. Este modelo evoluciona, a lo largo del proceso de resolución, hacia un *modelo* que además de ser *completo* es *complejo*, pues supone que ambos cuerpos se mueven juntos aceleradamente, y es *adecuado* ya que permite arribar efectivamente a la meta. Es decir, los dos cuerpos son considerados relevantes desde el comienzo del proceso de comprensión y la condición central de la situación es interpretada correctamente a lo largo de los modelos desarrollados.

A partir de este análisis, el eje factorial 1 puede interpretarse como aquél que da cuenta del *tipo de evolución en el modelado* durante el proceso de resolución. Efectivamente, en el extremo izquierdo de este eje, las modalidades de las variables dan cuenta de un *modelo inicial completo* que evoluciona hacia

²⁰Como se señaló antes, el término *algebraico* implica un trabajo con símbolos no numéricos, lo cual permite formular ecuaciones y expresar relaciones funcionales.

un *modelo mental parcial*, centrado en el cuerpo menor. En el extremo derecho, por su parte, las modalidades indican que se desarrolla desde un principio un *modelo mental completo* que va evolucionando de un modo coherente hasta conformar un modelo final que es *completo y complejo* que resulta adecuado ya que permite hallar efectivamente la solución.

Es posible observar la relación entre el eje factorial 1 y la ubicación de las modalidades correspondientes al *tipo de DCL: figurativo, cuerpo extenso, partícula*, señalada por la trayectoria representada en la Fig. 5.4a. Esto permite interpretar, que el *enunciado concreto con gráfica* se asocia con diagramas de fuerzas sobre dibujos figurativos, mientras que en los *enunciados abstractos sin gráfica*, la mayoría de los DCL se efectúan considerando los cuerpos como partículas, mostrando una modelización de mayor nivel de abstracción al restringirse el estudio a movimientos de traslación.

En cuanto al segundo eje factorial, puede observarse que el extremo inferior del eje factorial 2 queda caracterizado por la presencia del *enunciado concreto sin gráfica* acompañado por actuaciones donde se apela al *dibujo figurativo de la situación y del DCL*. Se ubican en esta zona, además, como elementos del modelo inicial, la presencia de la *fuerza de roce estático aplicada sólo en la carga*, y la ausencia de la *fuerza de roce con el piso*. En cuanto a la dimensión *evolución del modelado*, la modalidad *no aplica la 2ª Ley de Newton* da cuenta de una resolución muy elemental sin manipulación de ecuaciones. En la zona superior de este eje se ubican las modalidades *enunciado abstracto con y sin gráfica* cercanas a la inclusión de una *fuerza de roce con el piso dinámica*, una *fuerza de roce estática entre los cuerpos* en el sentido correcto y ausencia del dibujo de la situación. Puede interpretarse que el eje factorial 2 queda determinado por el *modelo inicial* desde el cual se identifican las interacciones, oponiendo un *modelo mental inicial completo que es adecuado*, asociado a los enunciados abstractos con o sin gráfica a un *modelo inicial parcial sesgado* asociado a los *enunciados concretos sin gráfica*. Recordemos

que un modelo *parcial* centrado en el cuerpo menor podría ser *adecuado*, si es a su vez *simple*, es decir si considera que los dos cuerpos se mueven con *velocidad constante* ya que permitiría arribar a la solución más simple aplicando la 2ª ley de Newton. Pero en este caso, esa ley no se aplica y la solución obtenida es errónea.

5.3.1b Clasificación de los individuos por afinidades en su forma de resolver los problemas

El programa presenta varias posibles clasificaciones de las ejecuciones de los individuos. En este caso ofrecía la caracterización de 3, 5 o 7 clases. Dado que cada clase se compone por un conjunto de individuos, identificados por las modalidades de las variables más representativas que los caracterizan, en este caso se decidió adoptar la clasificación en 3 clases ya que los individuos de la clase 1 se caracterizan por haber resuelto la SP1 en su versión concreta con gráfica, los de la clase 2 la versión concreta sin gráfica, mientras que en la clase 3 se agrupa a los estudiantes que, en su mayoría, resolvieron a partir de enunciados abstractos. Esta clasificación permitió asociar en cada clase un tipo de enunciado con determinadas modalidades de las otras variables asociadas al modelo inicial y a la evolución de los modelos. Para seleccionar las modalidades más características de cada clase, se utilizan los valores test, que miden la desviación entre los valores relativos la clase y los valores globales (Lebart *et al.* 1995). Se obtuvieron así tres tipologías de resolución por patrones de ejecución prototípicos, mostradas en la Fig. 5.5. De este modo, cada clase se compone de un conjunto de individuos caracterizados por las *modalidades de las variables*²¹ comunes a todos ellos. En el recuadro inferior se indica el número de integrantes de cada clase²²

²¹ Una modalidad de una variable es considerada característica de una clase si su abundancia en la clase es significativamente superior a lo que puede esperarse teniendo en cuenta su presencia en la población.

²² Cabe aclarar que los números de cada clase pueden corresponder a uno o a varios individuos cuyas proyecciones en el plano factorial se superpongan. Por ejemplo, la Clase 3 se compone de 20 individuos

correspondiendo el 27.5% a la Clase 1, el 22.5% a la Clase 2 y el 50% a la Clase 3. Los integrantes de cada grupo se identifican con el número correspondiente a la clase. El símbolo (♦) representa el valor medio de la clase y los trazos que parten del mismo indican a los sujetos o parangones que se aproximan a dicho valor medio y que pueden ser considerados como más representativos de la clase. A continuación se detalla una caracterización de cada clase con las modalidades de las variables que más pesan en su conformación en función de los valores test²³.

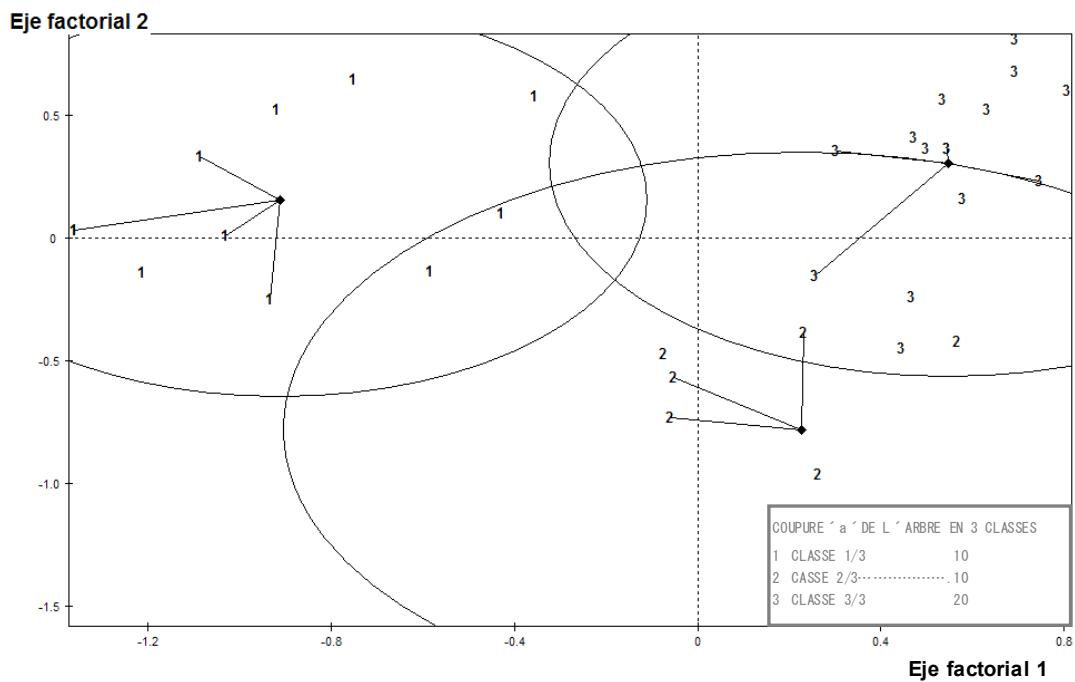


Figura 5.5. Caracterización tipológica de los modos de comprensión y resolución de la SP1.

(como indica el cuadro situado en la parte inferior izquierda de la Figura 5.5), pero si se cuentan los individuos identificados con el número 3, suman 14.

²³ Este estadístico asociado a la probabilidad de que la media de una variable en una clase determinada sea significativamente diferente a la media general de esa misma variable en el total de la muestra. Así, puede considerarse que una variable con valor test superior a 2 o inferior a -2 puede ser característica de una determinada clase.

Clase 1 para la SP1 (25%): Compuesta por 11 estudiantes situados en la parte superior izquierda de la Figura 5.5. Estos estudiantes se caracterizan por inferir que la expresión “no desliza” implica que la *aceleración de la carga es nula* (valor test = 4,29), y a partir de allí, aplican la 2ª Ley de Newton sólo a la carga (*Ecuac: sólo cuerpo sup.*, valor test = 4,26). La relación condicional: *si no desliza entonces no está acelerada* da indicios de la aplicación de un *sesgo facilitador*²⁴, ya que la carga en realidad no debe deslizar con respecto al piso de la camioneta sobre el que está apoyada, y para que esto se cumpla, ambos cuerpos deben moverse con la misma velocidad y la misma aceleración, pudiendo sólo, como caso particular, circunscribirse al caso más simple, que corresponde a aceleración nula y velocidad constante. La presencia de una *fuerza de rozamiento entre la camioneta y el piso* (valor test = 2,57) indica que realizan los DCL de ambos cuerpos, es decir, tienen en cuenta al cuerpo superior hasta el punto de hacer una inferencia acerca de su posible roce con el piso, del que no se daba ningún dato en el enunciado. Los estudiantes de esta clase, pues, parten de un *modelo inicial completo* que cambia, en el proceso de resolución a un *modelo mental parcial (focalizado sólo en el cuerpo superior)* y *simple (pues considera que la aceleración es nula)* conceptualmente sesgado, arribando, en algunos casos a una solución errónea (*solución simple mal*, valor test = 3,53) con un trabajo algebraico elemental.

Si bien en esta clase no se observa una modalidad característica relacionada con el sentido de la fuerza de roce entre los cuerpos, aún los estudiantes que ubican bien dicha fuerza, lo hacen aplicando un esquema de resolución de *un cuerpo sobre un plano inclinado* sin apelar al análisis de la fuerza externa dada como dato. Es decir, determinan el sentido de la fuerza de roce para evitar la tendencia del cuerpo a caer por efecto de su peso y no por la condición impuesta en el enunciado por la cual el cuerpo superior debe

²⁴ Es un *sesgo facilitador* pues implica que los estudiantes escogen la opción más simple que les permite desarrollar la resolución, pero desde un modelo a través del cual no podrán alcanzar la meta con éxito.

acompañar al inferior en su movimiento. La causa de ese movimiento es justamente la fuerza externa aplicada a la camioneta.

Los alumnos de esta clase pueden caracterizarse por desarrollar un modelo inicial sustentado en dos elementos que evoluciona hacia un *modelo mental simple*, pero conceptualmente *sesgado*. Además, este grupo se caracteriza por incluir estudiantes que resolvieron problemas con *enunciados concretos con gráfica* (valor test = 2.49), situación que comparten todos los parangones de este grupo.

En la Figura 5.6 puede verse una copia de la resolución efectuada por el estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de esta clase.

Las letras mayúsculas encerradas por una línea circular señalan aspectos que se consideran relevantes en la interpretación de la resolución. Con (A) se señala el DCL que sugiere la consideración de la camioneta y la carga conformando un modelo inicial de dos elementos. Se aprecia en el mismo la ubicación de fuerzas de roce entre la camioneta y el piso y entre la camioneta y su carga. Si bien esta última tiene el sentido correcto, la fundamentación presentada en (B) evidencia que la asignación correcta del sentido de tal fuerza de roce responde al esquema de resolución de *un cuerpo sobre un plano inclinado* ya mencionado. Inmediatamente la condición de aceleración igual a cero elegida sólo para la carga restringe la resolución a un único cuerpo (C). Llega a un resultado “correcto” (D) a través de un modelo *simple sesgado*, ya que se reconoce un sesgo conceptual que es a su vez *facilitador* pues le permite arribar a una solución aparentemente correcta. Este estudiante partió de un *modelo mental completo y coherente*, pero en el proceso algebraico no respetó la condición impuesta por el enunciado por la cual la carga *no debe deslizar respecto a la camioneta*, ya que establece que la camioneta tiene aceleración a_x (E) y la carga aceleración cero (C). Es decir, si bien inicialmente desarrolla las ecuaciones correspondientes a la camioneta

considerando una aceleración no nula, con la restricción efectuada no las utiliza ni reconoce la incongruencia entre las aceleraciones diferentes y la condición de no deslizamiento establecida en el enunciado (E).

$\Sigma F_x = F_r^* - P \cos \theta = 0$ (I)
 $\Sigma F_y = N^* - P \sin \theta = 0$ (II)

$\Sigma F_x = F + 2 f_r - f_r^* - P \sin \theta = m a_x$
 $\Sigma F_y = N \cdot N^* - P \sin \theta = 0$ (E)

(II) $N^* = P \sin \theta$ (D)
 (I) $f_r^* = P \cos \theta$
 $M \cdot N^* = P \cos \theta$
 $M \cdot P \sin \theta = P \cos \theta$
 $M = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

en (E) la aceleración es igual a cero porque la caja no desliza

la fuerza de roce que existe entre la caja y el camión es estática ya que esta fuerza impide el deslizamiento de la caja, producido por el peso de la camioneta.

Según el resultado, el coeficiente de rozamiento estático depende solamente del ángulo de inclinación de la montaña.

Figura 5.6. Copia de la resolución efectuada por el estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de la Clase 1 de la SP1.

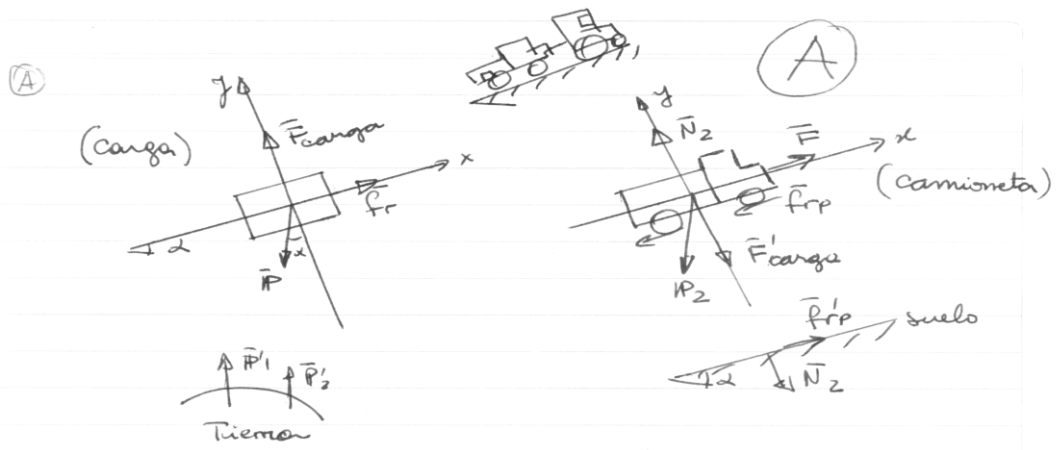
Clase 2 para la SP1 (25%): Integrada por 10 estudiantes que resolvieron problemas con *enunciado concreto sin gráfica* (valor test = 2,46). Todos ellos necesitan hacer un *dibujo figurativo* de la situación (valor test = 2,35) incluyendo todos los elementos intervinientes. Estos dibujos muestran que el modelo mental que estos alumnos construyen a partir del enunciado incluyen los elementos relevantes descritos en él, pero en el DCL, que da cuenta del modelo desde el cual comienzan a resolver, se centra sólo en la carga. Esto se ve corroborado en la modalidad correspondiente a *fuerza de roce entre los cuerpos*, que aplican sólo en el cuerpo superior (valor test 2,35). La mayoría de estos estudiantes intentan calcular el coeficiente de roce aplicando una definición sesgada de la fuerza de roce estática, considerando sólo su valor máximo $fre_{12} = \mu N_2$. A partir de esta expresión despejan el coeficiente de roce y dan por finalizada la resolución, Efectivamente, para estos estudiantes $fre_{12} = \mu N_2$ y a partir de allí determinan el coeficiente de roce simplemente despejando de esa igualdad, de modo que: $\mu = fre_{12}/N_2$

Esto implica la presencia de un *sesgo conceptual y de economía cognitiva*, ya que obtienen una solución rápida pero ilusoria (*solución incoherente*, valor test = 2,33), pues es imposible calcular el coeficiente si no conocen ni calculan la fuerza de roce (fre_{12}).

Si bien construyen un modelo completo a partir del enunciado, dan cuenta de un *modelo inicial parcial* sesgado al comenzar la resolución, que no evoluciona, pero que les resulta *funcional* a estos participantes para alcanzar una solución inmediata que es incorrecta.

En la Figura 5.7. se presenta una copia de la resolución correspondiente a un estudiante señalado como parangón de esta clase. Se observa que las representaciones gráficas son figurativas, incluyendo también el DCL del tractor (A). Como característica distintiva de esta clase, en los DCL puede observarse que la fuerza de roce entre la carga y la camioneta aparece sólo en la carga.

En esta última se incluye sólo un efecto de la carga sobre ella: la fuerza perpendicular a la superficie de contacto (el estudiante la denomina $\mathbf{F}'_{\text{carga}}$ en lugar de normal \mathbf{N}). En la camioneta aparecen además fuerzas de roce entre las ruedas y el piso. En este caso se presentan, asimismo, otros errores. En (B) se señala la determinación del coeficiente de roce solicitado a partir de la aplicación de la definición sesgada de la fuerza de roce. Pero la fuerza normal (\mathbf{N}_2) que usa para el cálculo de ese coeficiente no es la correspondiente a la interacción entre la camioneta y la carga ($\mathbf{F}'_{\text{carga}}$). Es decir, está determinando en realidad el coeficiente de roce entre la camioneta y el piso.



$$f_r = -\mu N_2 \Rightarrow -\mu = \frac{f_r}{N_2} \quad \text{(B)}$$

(A) La fuerza de roce es estática porque la carga se mantiene quieta (sin deslizar) sobre la camioneta, dicho f_r le permite a la carga llegar hasta arriba sin caer. Cuando el μ es máximo, instante luego, pasa a ser dinámico ya que el coeficiente de roce no logra detener la carga. Pero en este caso es μ_c ya que en ningún momento la carga desliza sobre la camioneta. Respecto a los pares de acc y reacc, el \vec{P} siempre tiene su par en la tierra ya que $|\vec{P}| = m\vec{g}$ → gravedad de la tierra.

(C)

Figura 5.7. Copia de la resolución efectuada por el estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de la Clase 2 de la SP1.

En las explicaciones del estudiante (C), sin embargo, habla de rozamiento entre la carga y la camioneta. Allí se evidencia además, a semejanza del parangón de la Clase 1, que la asignación correcta del sentido de la fuerza de roce entre la carga y la camioneta responde al esquema de

resolución de *un cuerpo sobre un plano inclinado*. En su explicación se observa también una confusión entre *fuerza de roce* y *coeficiente de roce*. El coeficiente de roce entre dos superficies queda determinado por las características de las superficies en contacto, por lo que no puede ser *máximo*. Es la fuerza de roce la que en el caso límite toma ese valor máximo que es igual a μ por la fuerza de contacto normal. Están presentes, pues, los sesgos que caracterizan a esta clase.

Clase 3 para la SP1 (50%): Compuesta por 20 sujetos caracterizados fuertemente por establecer una *relación coherente* entre el DCL y el trabajo algorítmico posterior (valor test = 3,19). Infieren que la expresión “*no desliza*” implica *aceleraciones iguales* (valor test = 2,64). Aplican la 2ª Ley de Newton a ambos cuerpos y llegan a una expresión que permite determinar el coeficiente de roce (indicado en la Figura 5.4b como *Ecuac: superior-inferior- μ* , valor test = 2,41). La mayoría realiza el DCL sobre *cuerpo extenso o partícula*, dando cuenta de un *modelo inicial completo complejo* que es adecuado ya que permite arribar a una solución correcta. Como rasgo característico de los estudiantes que se identifican como parangones se encuentra que ellos resolvieron *enunciados abstractos con o sin gráfica*, justificando adecuadamente los resultados y el estado de reposo relativo impuesto por el enunciado.

En la Fig. 5.8 se presenta una copia de la resolución correspondiente al estudiante señalado como el parangón más representativo de esta clase. Los DCL son correctos y completos, nótese que, sobre el plano inclinado (A) no sólo dibuja las reacciones del cuerpo inferior (F_r y N_1^*), sino además las fuerzas P_3 (su peso) y N_3 (el sostén del piso horizontal).

A) MASA 2

a)

$F_{R2} = F_{R2}'$
 $F_k = F_{R2}'$
 $N_2 = N_2'$
 $N_1 = N_1'$

(A)

(B)

$M_2 \begin{cases} \sum F_x = F_{R2} - P_2 \text{ sen } 37^\circ = m_2 a_2 \\ \sum F_y = N_2 - P_2 \text{ cos } 37^\circ = 0 \end{cases}$

Se usaron
fuerzas
 $a_1 = a_2$

$M_1 \begin{cases} \sum F_x = F - F_R - F_{R2}' - P_1 \text{ sen } 37^\circ = m_1 a_1 \quad * \\ \sum F_y = N_1 - N_2' - P_1 \text{ cos } 37^\circ = 0 \end{cases}$

$F_{R2} - P_2 \text{ sen } 37^\circ = m_2 a_2$
 $m_2 N_2 - P_2 \text{ sen } 37^\circ = m_2 a_2$
 $m_2 P_2 \text{ cos } 37^\circ - P_2 \text{ sen } 37^\circ = m_2 a_2$

INCÓGNITAS m_2 y a_2 ← (D)

$m_2 P_2 \text{ sen } 37^\circ - P_2 \text{ sen } 37^\circ = m_2 a_2$

* $\frac{F - F_R - F_{R2}' - P_1 \text{ sen } 37^\circ}{m_1} = a_1$ ya que $a_1 = a_2$

(C)

Figura 5.8. Copia de la resolución efectuada por el estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de la Clase 3 de la SP1.

Como puede apreciarse, este alumno aplica correctamente la 2ª ley de Newton comenzando con el cuerpo superior e infiere que las aceleraciones son iguales (B) pero no nulas, desarrollando una resolución compleja. Si bien no

arriba a una expresión final del coeficiente en función de los datos, reconoce dos incógnitas (D) en dos ecuaciones, con lo cual da por finalizada la resolución, volviendo a explicitar que las aceleraciones son iguales (C).

5.3.2 Análisis de las resoluciones de la SP2

5.3.2a Correspondencias múltiples entre variables

Como puede observarse en la Figura 5.9, las características del enunciado se distribuyen de modo tal que, en el semiplano derecho aparecen las modalidades de los enunciados de tipo *concreto* y en el izquierdo las situaciones *abstractas*. Esto sugiere una primera línea de análisis para estudiar el efecto de la forma de los enunciados sobre las actuaciones de los estudiantes, ya que al estar en semiplanos diferentes implica que corresponden a grupos de individuos diferenciados en cuanto a la asignación de las modalidades de las variables.

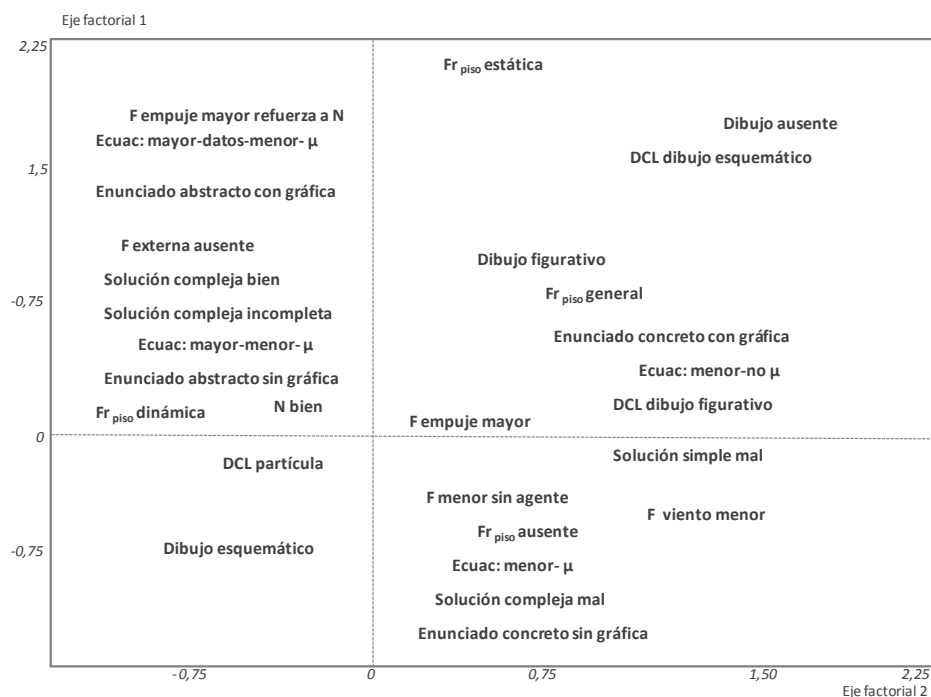


Figura 5.9. Distribución de las modalidades de las variables asociadas a las dimensiones: características del enunciado, modelo inicial y evolución del modelado para la SP2.

En esta figura, puede verse que la cercanía de las modalidades: *elaboración de los DCL sobre dibujos figurativos, fuerza normal ausente (N ausente), fuerza del viento sobre el papel (F viento menor) y fuerza de roce entre el camión y el piso* sugiere la elaboración de un modelo *mental inicial* que incluye ambos cuerpos. En cuanto a las modalidades asociadas a la dimensión *evolución del modelado*, se observa que aparecen cercanas la correspondiente a un trabajo algebraico centrado exclusivamente en el papel (*Ecuaciones: menor-no μ*) y una *solución simple errónea*. La presencia del *enunciado concreto con gráfica* en esta zona permite inferir que este tipo de enunciado se relaciona con la elaboración de un *modelo inicial completo* (incluyendo como elementos relevantes los correspondientes al camión y el papel) que se transforma, a lo largo del proceso de resolución, en un *modelo parcial* sesgado centrado en el papel. En dicho modelo está ausente la fuerza de contacto entre el papel y el camión en el sentido del movimiento.

En el extremo izquierdo del eje factorial 1 se observa que las modalidades de las variables del *modelo inicial* indican que los *enunciados abstractos con o sin gráfica* se asocian a la asignación correcta de la dirección y sentido de *la fuerza de contacto entre los cuerpos* en la dirección del movimiento. Puede inferirse que algunos alumnos la identifican efectivamente como la fuerza normal N (*N bien*) y otros como una fuerza “auxiliar” que empuja al papel (*F empuje Mayor refuerza N*). Estas características, sumadas a la asignación de una fuerza de roce con el piso (*frp dinámica*), dan cuenta de un *modelo inicial completo* que pone de manifiesto una comprensión efectiva de la situación de reposo relativo. En cuanto a las variables correspondientes al *la evolución del modelado* en ese extremo, se observa que se encuentran cercanas las modalidades referidas a la aplicación de la *2ª ley de Newton a ambos cuerpos* (*Ecuación: Mayor.-datos-menor- μ*) y a la obtención de soluciones complejas (*Solución compleja bien y Solución compleja incompleta*). Puede inferirse que los enunciados abstractos se relacionan con la elaboración

de un *modelo inicial completo* que evoluciona, a lo largo del proceso de resolución, hacia un *modelo completo complejo* que incluye la formulación de las relaciones entre los elementos y es adecuado ya que le permite arribar efectivamente a la meta o al menos dejar planteadas las ecuaciones en forma correcta. Los dos cuerpos son considerados relevantes desde el comienzo del proceso de comprensión y la condición central de la situación es interpretada correctamente en los modelos desarrollados.

A partir del análisis desarrollado, el eje factorial 1 puede interpretarse como aquel que da cuenta de la *evolución del modelo mental* por la oposición entre dos tipos de evolución, uno desde un *modelo mental inicial completo* hacia uno *parcial sesgado*, en el extremo derecho y otro tipo de evolución desde un *modelo mental inicial completo* hacia uno que además de *completo* es *complejo*, ya que integra las interacciones que relacionan a los elementos, en el extremo izquierdo.

El eje factorial 2, por su parte, por el *efecto de la fuerza externa* que los estudiantes infieren que actúa sobre el papel y les permite justificar su movimiento acelerado junto al camión. Efectivamente, en este eje se opone una *fuerza externa que refuerza a la normal* -que permite justificar el movimiento del papel- a la existencia de una *fuerza del viento* cuyo sentido no permite justificarlo.

5.3.2b Clasificación de los individuos por afinidades en su forma de resolver los problemas

En este caso también se decidió adoptar la clasificación en 3 clases porque de este modo es posible analizar más fácilmente las asociaciones entre los tipos de enunciados y las modalidades de las otras variables puestas en juego. Así, la clase 1 está integrada por estudiantes que han resuelto la SP2 en su versión concreta sin gráfica, los de la clase 2, por los alumnos que han resuelto la versión concreta con gráfica, mientras que en la clase 3 agrupa a los

estudiantes que, en su mayoría, resolvieron a partir de enunciados abstractos. De este modo es posible asociar en cada clase a un tipo de enunciado con determinadas modalidades de las otras variables asociadas al modelo inicial y a la evolución de los modelos.

Las tres clases identificadas pueden verse en la Fig. 5.10²⁵.

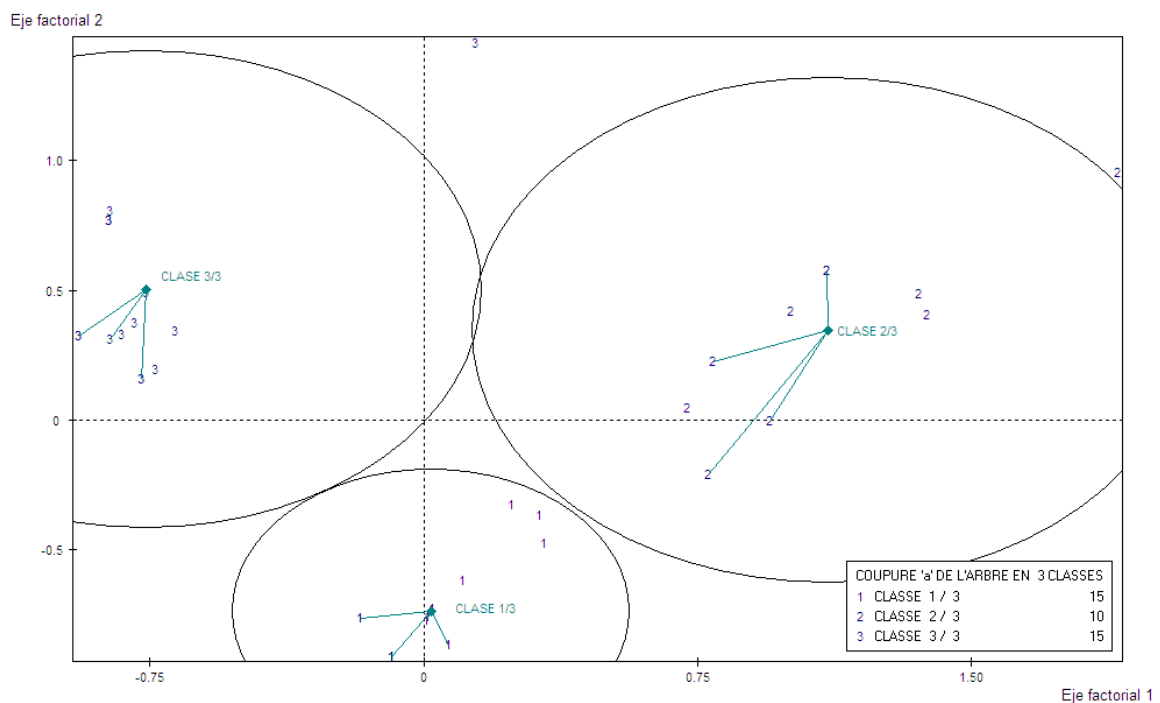


Fig. 5.10. Clasificación de individuos por afinidades en la resolución de la SP2.

Clase 1 para la SP2 (37,5%): Compuesta por 15 estudiantes que resolvieron problemas con *enunciado concreto sin gráfica*²⁶ (v. test = 3,49), quienes hacen

²⁵ Como se ha mencionado, los números que aparecen en cada clase pueden corresponder a un sujeto o a varios individuos cuyas proyecciones en el plano factorial se superpongan. Por ejemplo, la Clase 1 se compone de 15 individuos (como indica el cuadro situado en la parte inferior izquierda de la Figura 5.10), pero si se cuentan los individuos identificados con el número 1, suman 9.

²⁶ Debe recordarse que el *tipo de enunciado* es una de las variables introducidas en este análisis. Cada estudiante adopta una de las 4 modalidades de esta variable, y en esta clase se agrupan estudiantes con modalidades muy semejantes de todas las variables, una de las cuales es el haber resuelto la SP2 presentada con el enunciado concreto con gráfica.

un *dibujo esquemático* (v.test =2,35) de la situación antes de comenzar a resolver. La mayoría de estos alumnos incluye una *fuerza auxiliar* en el papel hacia atrás que algunos atribuyen al viento ($F_{viento\ menor}$; v. test = 3,46, $F_{menor\ sin\ agente}$; v. test = 2,27), sin justificar su movimiento acelerado hacia adelante junto al camión. En el trabajo con las ecuaciones algunos dan muestra de considerarla como la fuerza normal, sin nombrarla, pero asignándole el sentido erróneo. Cuando comienzan a resolver dan cuenta de un *modelo inicial parcial*, en el cual el papel es su elemento relevante (*Ecuación menor - μ* ; v. test 2,56). Este modelo, aunque conceptualmente incorrecto, les resulta funcional a estos estudiantes pues les permite obtener una expresión del coeficiente de roce, que constituye una *solución compleja incoherente* (v. test = 2,46).

En la Figura 5.6 se presenta una copia de la resolución efectuada por el estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de esta clase. Se han introducido letras mayúsculas para señalar aspectos que se consideran relevantes en la interpretación de la resolución. Con (A) se indica el dibujo esquemático de la situación y el DCL sólo del papel, lo cual sugiere que, cuando este estudiante comienza a resolver considera que el papel es el elemento relevante de su modelo. Se aprecia en el mismo la ubicación correcta de la fuerza de roce ejercida por el vidrio que impide que el papel deslice hacia abajo por efecto del peso. Para que el papel quede adherido al parabrisas, además de no deslizar hacia abajo, debe moverse hacia adelante con la misma aceleración del camión (véase que este alumno dibujó el vector aceleración en el camión). Pero en el DCL, la única fuerza identificada, F_v (que puede interpretarse como una fuerza ejercida por el viento), es opuesta a tal aceleración, lo cual constituye una incongruencia. Con (B) se señalan la aplicación de la 2ª Ley de Newton para el papel, donde se puede ver que no respeta el signo de la fuerza F_v , a la cual considera positiva, aún cuando es opuesta al sentido positivo del eje x fijado por él al comienzo de la resolución.

A continuación explicita que la aceleración del papel debe ser igual a la del camión (C), dando muestra de haber comprendido las condiciones para que el papel quede adherido al parabrisas. Cuando comienza a operar algebraicamente, en (D) se señala la expresión en la cual identifica esa F_v con la normal, sin detectar el sentido erróneo de esta fuerza. Llega a un resultado “correcto” (E) a través de una resolución basada en un sesgo tanto *facilitador* como *conceptual*.

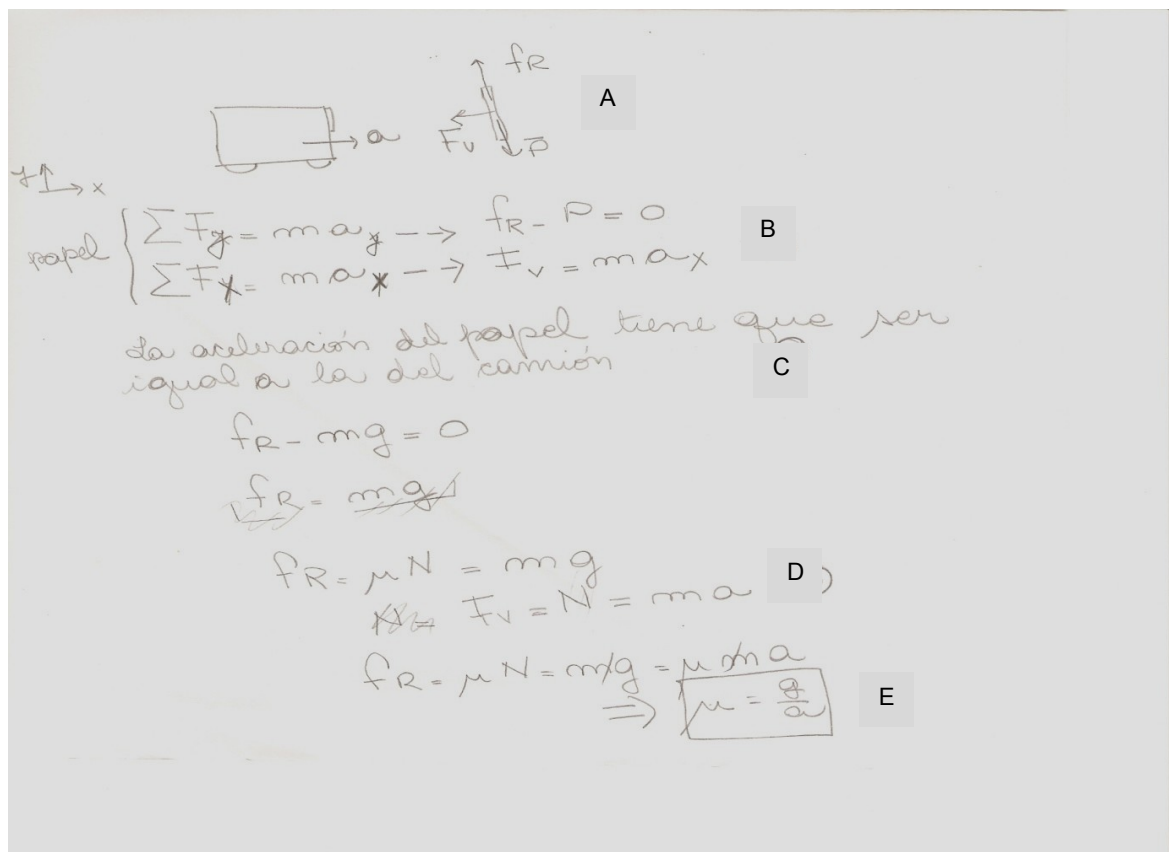


Figura 5.11. Copia de la resolución efectuada por el estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de la Clase 1 de la SP2.

Clase 2 para la SP2 (25%): Está integrada por 10 estudiantes que resolvieron el problema con *enunciado concreto con gráfica* (v. test 2.47), realizando el *DCL sobre dibujos figurativos* (v.test = 43,21). Se caracterizan por inferir que la

expresión “no desliza” implica que el papel está en reposo con respecto a la Tierra o se mueve con velocidad constante, ya que no incluyen ninguna fuerza en el sentido del movimiento (*N ausente* v.test = 4,32). A partir de allí su planteo algebraico es simple, considerando sólo las interacciones verticales actuantes sobre el papel, sin obtener una expresión para el coeficiente de roce (*Ecuaciones: menor - no μ , v. test = 4,49; solución simple mal, v. test 3,30*), dando cuenta de un *sesgo conceptual y facilitador*. Estos alumnos no justifican el movimiento acelerado del papel “pegado” al parabrisas en la dirección horizontal, ya que la ausencia de fuerzas implica ausencia de aceleración. Pueden caracterizarse por desarrollar un *modelo inicial completo* sustentado en dos elementos: el camión y el papel, que evoluciona hacia un *modelo mental parcial* centrado únicamente en el papel, conceptualmente *sesgado*.

En la Figura 5.12 puede verse una copia de la resolución correspondiente a un estudiante señalado como parangón de esta clase. Se observa que los DCL se realizan sobre dibujos figurativos del camión y el papel (A). Como característica distintiva de esta clase, en el DCL del papel puede observarse que se han incluido sólo fuerzas en la dirección vertical, las cuales se compensan y pueden justificar que el papel no deslice hacia abajo. Pero la ausencia de fuerzas en la dirección del movimiento hacen imposible explicar que el papel avanza aceleradamente adherido al parabrisas. Se presenta además el DCL del camión, indicando su peso, su normal y la reacción a la fuerza de roce con el papel, también aquí sin fuerzas en la dirección de movimiento, aún cuando en el enunciado se indica que se mueve con aceleración constante. Su *modelo inicial es completo*, pues está compuesto por el camión y el papel. Pero el camión parece ser un elemento no relevante en cuanto comienza a operar, ya que, como se señala en (B), sólo plantea la única ecuación posible para el papel, que expresa el reposo del mismo en la dirección vertical. No revisa su modelo, que tal como está no le permite arribar a la meta, finalizando la resolución con la determinación de la fuerza de roce y

no el coeficiente de roce solicitado, dando muestra de un *modelo mental simple y parcial* centrado en el papel, conceptualmente *sesgado*.

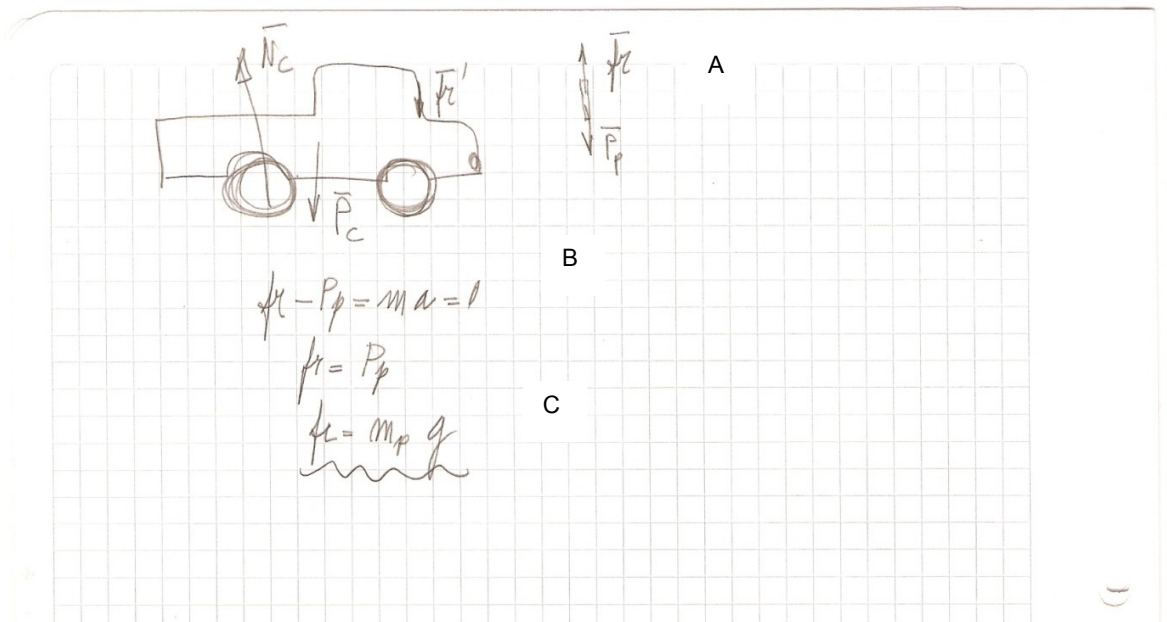


Figura 5.12. Copia de la resolución efectuada por el estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de la Clase 2 de la SP2.

Clase 3 para la SP2 (37,5%): Compuesta por 15 alumnos que resolvieron las versiones *abstractas* de la situación, considerando, desde un principio, que ambos cuerpos son elementos relevantes. La mayoría realiza el *DCL sobre partícula* (v. test = 3,19), dando cuenta de un nivel de abstracción que les permite modelizar un cuerpo que se traslada como una de sus partículas. Todos incluyen una fuerza F en el cuerpo mayor para justificar el sentido de la aceleración. Si bien en algunos casos no reconocen, en el cuerpo pequeño, a la fuerza normal como tal, incluyen una fuerza de empuje hacia adelante que les permite justificar su movimiento acelerado en ese sentido. El hecho de obtener una solución correcta (*solución compleja bien*; v. test = 2,87, *solución compleja incompleta*; v. test = 2,24) permite inferir que han reconocido implícitamente a tal fuerza como la normal. Interpretan que la expresión “*no desliza*” implica aceleraciones iguales y aplican la 2ª Ley de Newton

comenzando por el cuerpo mayor, obteniendo el coeficiente de roce (*Ecuaciones: mayor-menor- μ , valor test = 2,62*). Desarrollan la resolución justificando adecuadamente el estado de reposo relativo impuesto por el enunciado. De este modo, dan cuenta de un *modelo completo complejo* coherente que se mantiene a lo largo del proceso de resolución.

En la Fig. 5.13 se presenta una copia de la resolución correspondiente al estudiante señalado como el parangón más representativo de esta clase. Los DCL son correctos y completos, representando a los dos cuerpos como partículas (A). En (B) se señalan las ecuaciones obtenidas para ambos cuerpos al aplicar la 2ª Ley de Newton, que le permite arribar a la meta (C). Puede inferirse en este caso la elaboración de un *modelo completo complejo* adecuado que se mantiene a lo largo del proceso de resolución.

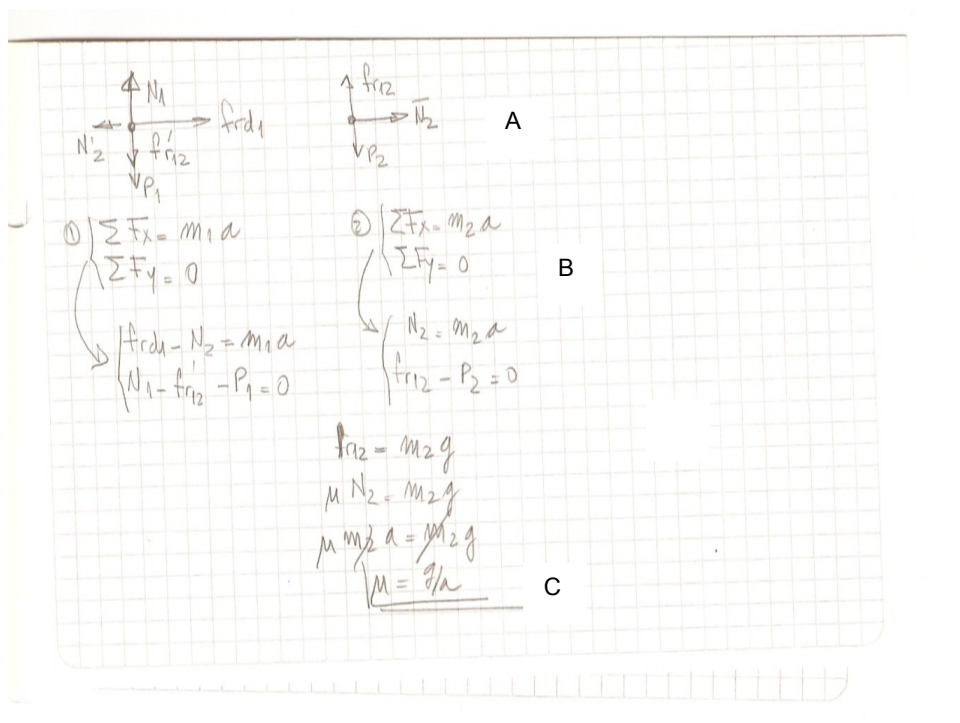


Figura 5.13. Copia de la resolución efectuada por el estudiante señalado por el programa como el parangón más representativo de la Clase 3 de la SP2.

5.4 DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos en este estudio señalan una tendencia a confirmar la primera de las hipótesis secundarias “*Las representaciones internas que construye un sujeto dependen de la forma del enunciado del problema*” (H1), por cuanto los modelos mentales construidos por los estudiantes para los distintos tipos de enunciados son, en general, diferentes. En el caso de los enunciados con contenido *concreto*, la *presencia o no de la gráfica* marca una diferencia en las resoluciones. Efectivamente, de los resultados emerge que los alumnos que resuelven las situaciones con *enunciados concretos con gráfica* hacen el DCL de los dos cuerpos relevantes mencionados, pero cuando intentan alcanzar la meta tienden a simplificar la situación restringiendo su modelo. Es decir, elaboran un modelo mental inicial *completo*, fundamentalmente a partir de una lectura gráfica, que evoluciona hacia otro *modelo parcial y simple* que es operativo pero sesgado. Decimos que es *operativo* desde el punto de vista de los participantes porque les permite arribar a una solución y es conceptualmente *sesgado* porque la solución alcanzada es errónea (*solución simple mal*).

Los estudiantes que resolvieron problemas con el *enunciado concreto sin gráfica* también muestran una tendencia simplificadora, pero en este caso desde el principio del proceso de resolución, ya que realizan el DCL sólo para la carga en la SP1 o el papel en la SP2. Tales *modelos iniciales parciales* sesgados no evolucionan, pues les resultan *funcionales* a estos participantes, quienes arriban a una *solución simple* aunque incoherente.

Cabe aclarar que los modelos que llamamos *iniciales* se infieren a partir de los DCL, que marcan el comienzo del proceso de resolución. Esta aclaración es necesaria, ya que hemos visto que los estudiantes que resolvieron los enunciados *concretos sin gráfica*, antes de comenzar a resolver hacen un dibujo figurativo de la situación que describe el enunciado, incluyendo

todos los cuerpos nombrados. Este daría cuenta de un modelo mental *completo*, pero es un modelo desarrollado a partir de la lectura, *previo* al comienzo del proceso de resolución. Esto sugiere que, a partir de la lectura del enunciado, los alumnos que resuelven problemas en versiones *concretas* elaboran un *modelo mental* que puede considerarse *físico* (en el sentido de Johnson– Laird)²⁷ que es *tridimensional* y *dinámico*, dado que tanto el enunciado narrativo de la SP1 como el descriptivo de la SP2 describen situaciones de movimiento en el espacio y en el tiempo que remiten al estudiante a su experiencia perceptiva e implica relaciones causales entre los eventos. Pero para resolver efectivamente estos problemas, los estudiantes necesitan revisar recursivamente el *modelo físico inicial* hasta dar con un *modelo conceptual*²⁸, donde las relaciones entre los elementos se transformen en abstractas.

Sintetizando los resultados para las resoluciones de los *enunciados concretos*:

- cuando incluyen una *gráfica* facilitan la elaboración de un *modelo inicial completo* con una fuerte carga perceptiva que se transforma, al finalizar el proceso de resolución, en un *modelo parcial sesgado*.
- cuando *no tienen gráfica* se asocian a un *modelo inicial* que es *parcial* y *sesgado* desde el comienzo al final de la resolución.

En función de los resultados de este estudio, puede considerarse que los *enunciados concretos* se asocian a un *sesgo* que es *facilitador* o *de economía cognitiva*, pues se desarrolla la resolución escogiendo la opción más simple, pero desde un modelo sesgado desde el cual no es posible acceder a la meta con éxito. Esto puede explicarse por la dificultad que supone ir transformando el modelo inicial elaborado con elementos concretos hasta llegar a un modelo

²⁷ Un modelo mental *físico* es aquél generado por la percepción y construido por entidades físicas y en particular es dinámico cuando puede funcionar en tiempo real y contempla además relaciones representando relaciones causales entre los eventos representados (Johnson-Laird, 1983)

²⁸ Johnson-Laird (1983) define como *modelos conceptuales* a aquellos modelos mentales no derivados de la percepción, contruidos para entidades que no son físicas, reales, sino abstractas.

mental que incluya sólo lo relevante, que servirá de base para planificar y elaborar el trabajo algebraico.

En cuanto a los problemas presentados con *enunciados abstractos*, el análisis muestra que la presencia de la gráfica parece no ser relevante en el proceso de resolución. Se ha observado que este tipo de enunciados se relacionan con la elaboración de un *modelo inicial completo* adecuado que evoluciona, a lo largo del proceso de resolución, hacia un *modelo completo* que es *adecuado* ya que permite arribar efectivamente a la meta y es *complejo*, lo cual implica una importante carga algebraica. Es decir, los dos cuerpos son considerados relevantes desde el comienzo del proceso de resolución y la condición central de la situación es interpretada correctamente desde los modelos desarrollados. Esto significa que suponen que ambos cuerpos se mueven con la misma aceleración, lo cual puede llevar a la solución compleja en la SP1 y a la única solución posible en la SP2. Quienes los resuelven desarrollan la resolución más compleja, es decir, trabajan con las ecuaciones de ambos cuerpos.

Puede interpretarse que en los enunciados *abstractos*, la falta de intencionalidad y la descripción de las situaciones, donde los elementos se denominan genéricamente “cuerpos”, hacen que la comprensión del discurso se centre fundamentalmente en el contexto de la Física, y específicamente, en el conocimiento disponible para un “problema tipo” (Chi, Feltovich y Glaser, 1981), activando esquemas de conocimiento físico pertinentes (Rumelhart, Smolensky, MacClelland y Hinton, 1986). A partir de esto, los estudiantes generan un modelo mental *conceptual relacional*²⁹, reconociendo los elementos que representan entidades individuales (los dos cuerpos), sus propiedades (por ejemplo, sus masas) y una notación especial con un número finito de

²⁹ Un *modelo conceptual relacional* está compuesto por un número finito de elementos (“tokens”) que representan entidades individuales, un conjunto finito de las propiedades de los elementos que representan las propiedades físicas de las entidades, y un conjunto finito de relaciones abstractas entre los elementos que representan relaciones físicas entre las entidades. (Johnson_Laird, 1983)

relaciones abstractas entre las entidades individuales (las fuerzas como interacciones entre los cuerpos).

Sintetizando, se ha mostrado que los enunciados *concretos sin gráfica* favorecen el desarrollo de un *modelo mental parcial sesgado* desde el inicio de la resolución, mientras que los enunciados *concretos con gráfica* favorecen el desarrollo de un *modelo mental inicial completo* que se transforma, al finalizar la resolución, en un *modelo mental parcial sesgado*. Los enunciados *abstractos*, por su parte, facilitan la conformación de un *modelo mental completo y complejo* que es *adecuado* desde el inicio de la resolución.

Como se ha mencionado al comenzar esta discusión, las actuaciones de los estudiantes, con modelos diferentes asociados a distintas formas de enunciar una situación, apoyan la primera de nuestras hipótesis. Sin embargo, el hecho de haber hallado que los *enunciados concretos* se corresponden con *modelos sesgados* y los *abstractos* con *modelos adecuados* contradice la presunción inicial presentada en la introducción de este capítulo, según la cual los enunciados de *contenido concreto facilitarán la resolución*. Parece ser que el sesgo de creencia mencionado en esa oportunidad es más fuerte de lo que pensábamos y condiciona fuertemente el alcanzar una solución correcta. Pero esta mayor dificultad en las resoluciones de los problemas con enunciados de referentes concretos puede explicarse a la luz de la teoría de los modelos mentales de Johnson Laird. Efectivamente, en tales enunciados los alumnos deben mantener activos en su memoria de trabajo los dos modelos: el *físico*, surgido a partir del conocimiento cotidiano, y el *conceptual*, que les permitirá planificar una solución. Esta carga, en una memoria de capacidad limitada, puede explicar la mayor dificultad de esta tarea.

En cuanto a las otras hipótesis planteadas en la tesis, en este estudio se confirma la hipótesis H_2 que sostiene que *“los obstáculos en el desarrollo de un modelo mental adecuado se producen cuando no se perciben las interacciones relevantes”*. Esto queda evidenciado en la frecuencia importante de las

modalidades correspondientes a la *ausencia de la fuerza de roce entre los cuerpos en contacto* en la SP1 y la *inclusión de una fuerza conceptualmente errónea* en el caso de la SP2. Es decir, la interpretación y justificación de las fuerzas de rozamiento entre los dos cuerpos del sistema fueron las que determinaron las mayores dificultades en la SP1, mientras que en la SP2 el mayor problema se generó en la determinación de la fuerza normal. Esto da muestras de dificultades asociadas a la componente de la fuerza de contacto en la dirección del movimiento, que obstaculiza la elaboración de un modelo mental adecuado a la situación planteada desde el cual se pueda arribar a la meta con éxito.

En referencia a la última hipótesis secundaria, H_3 , según la cual *las representaciones sustentadas en modelos mentales inadecuados pueden permitir algunos movimientos correctos, pero no llevan a una solución correcta*, esta tendencia se evidencia en los estudiantes de la Clase 1 de la SP1 y de la Clase 2 de la SP2, que trabajan algebraicamente a partir de un modelo sesgado en el cual consideran a la carga o el papel en reposo con respecto a la Tierra. Tal trabajo algebraico, si bien les permite obtener una expresión de la meta en función de los datos, les llevan a una solución incorrecta.

Para indagar con mayor profundidad acerca de los procesos de comprensión y búsqueda en la resolución, en el próximo capítulo se desarrollará el último de los estudios que forman parte de esta tesis. Como se ha mencionado, se trata de un estudio de casos, en el cual se utilizará la técnica del pensamiento en voz alta durante la resolución, caracterizando los distintos modelos mentales que se elaboran los estudiantes durante la resolución y los operadores que aplican en el proceso.

CAPÍTULO 6

ESTUDIO II: ESTUDIO DE CASOS

6.1 INTRODUCCIÓN

Los resultados obtenidos en el Estudio I, presentado en el capítulo anterior, muestran que los modelos mentales construidos por los estudiantes para los distintos tipos de enunciados son, en general, diferentes. La mayor discrepancia se ha reconocido fundamentalmente entre las resoluciones correspondientes a referentes concretos y abstractos. Así, en las versiones concretas se detectan dificultades para elaborar un modelo mental adecuado de la situación, asociado a simplificaciones sesgadas que llevan a un planteo algebraico simple que no permite arribar a la meta en forma coherente. Las actuaciones frente a los enunciados abstractos, por su parte, se asocian a modelos completos, es decir, con una identificación acertada de todos los elementos del sistema desde el principio de la resolución y un trabajo algebraico más complejo.

En cuanto a la inclusión de una gráfica en el enunciado, la misma no se manifiesta como relevante en el caso de los enunciados abstractos, y en los concretos se ha detectado que su presencia induce a la elaboración de un modelo inicial completo, mientras que si no se incluye, el modelo inicial es sesgado desde el inicio del proceso de resolución.

Las dificultades conceptuales en el proceso de resolución se centraron en el reconocimiento de la componente de las fuerzas de contacto en la dirección del movimiento, lo cual generó obstáculos en la elaboración de un modelo mental adecuado a la situación planteada.

Para analizar en profundidad los procesos involucrados durante la resolución y estudiar si se mantienen las tendencias reflejadas en dicho estudio, se presenta en este capítulo el estudio de casos en el cual los

estudiantes resuelven en voz alta las dos situaciones problemáticas presentadas en el capítulo anterior. Se decidió aplicar esta técnica asumiendo que cuando los estudiantes resuelven en voz alta reflejan lo que está ocurriendo en su memoria a corto plazo en ese momento (Crutcher, 1994; Ericsson y Simon, 1980, 1993; Pressley y Afflerbach, 1995). Esto permitirá recabar información valiosa y detallada acerca del proceso de resolución ya que será posible acceder a las vocalizaciones de un “discurso interno” que es imposible conocer analizando sólo las resoluciones escritas. En este sentido, se espera que la resolución en voz alta permita acceder a expresiones que den cuenta de las características de los *modelos mentales* desarrollados por los estudiantes a lo largo del proceso de resolución y de los *operadores* aplicados que generan revisiones de dichos modelos, que permitirán describir el *espacio del problema* generado en cada caso.

6.2 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

6.2.1 Participantes

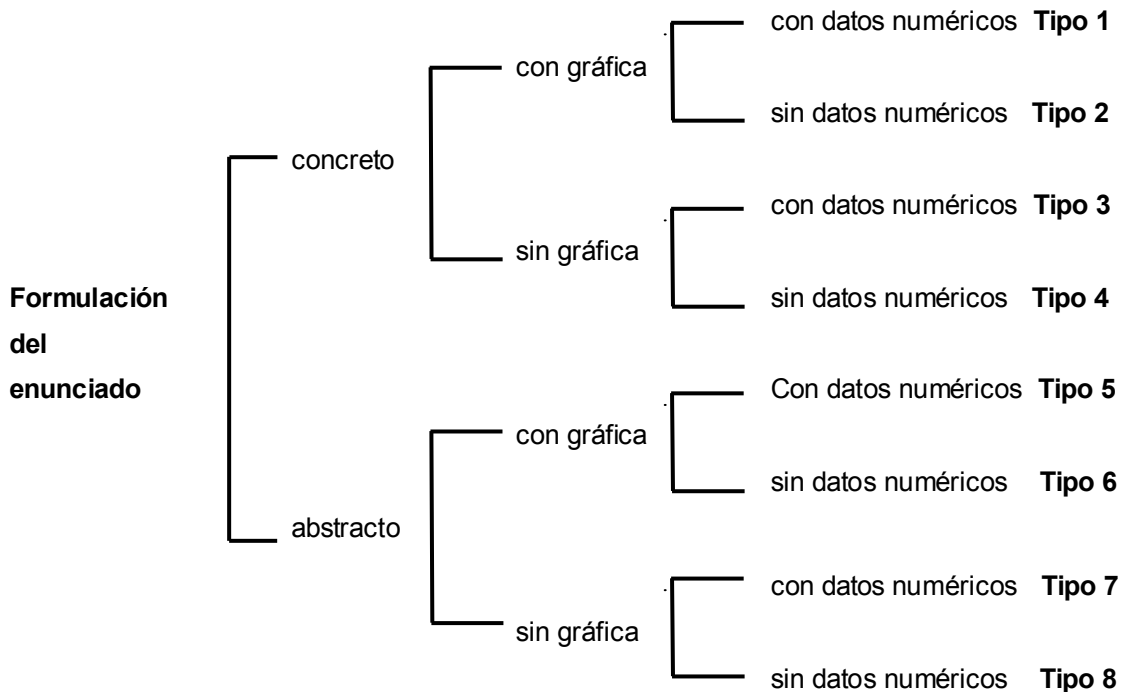
Participaron 8 alumnos con las mismas características a la de los estudiantes seleccionados en el Estudio I, que no habían participado de los estudios anteriores.

6.2.2 Materiales

En este estudio, además de analizar la incidencia del *nivel de concreción* del contenido del enunciado y la *presencia o no del gráfico*, se ha introducido otra variable independiente asociada al *formato de los datos*. Esta variable no se había incluido en el Estudio I para evitar que la presencia de los números en los enunciados actuara como anclaje en un problema “tipo”, ya que los problemas de aula se presentan con datos numéricos. Pero en este estudio de casos, a través del registro del pensamiento en voz alta, será posible analizar en profundidad el efecto del tipo de datos en el enunciado. Se asume que los

datos acompañados por números se retendrán mejor que cuando se presentan sólo en forma cualitativa, donde tenderán a “diluirse”.

A partir de la combinación de las variables en sus diferentes niveles se elaboraron, para cada una de las dos situaciones seleccionadas, los ocho tipos de enunciados que se presentan en el Cuadro 6.1



Cuadro 6.1. Diagrama de la organización de los ocho formatos de los enunciados

De acuerdo con este esquema, una misma situación problemática podrá presentarse bajo estos ocho tipos diferentes de enunciados, los que podrían poseer diferentes eficacias representacionales, facilitando o inhibiendo la interpretación de la información. Como se ha mencionado, se asume que la presencia de gráficas, el estilo del lenguaje y el tipo de datos pueden condicionar la organización del espacio del problema a partir del cual el sujeto encara la resolución.

Se presentan a continuación las ocho versiones que se aplicaron en este estudio, incluyendo las cuatro trabajadas en el capítulo anterior, donde se habían caracterizado ambos problemas y se desarrollaron sus resoluciones.

Situación problemática 1 (SP1)

Recordando lo establecido en el Estudio I, los ocho tipos de enunciados de la SP1 se consideran isomórficos estructurales desde un punto de vista físico, ya que en todas las versiones:

1. El sistema se conforma con 2 elementos relevantes: “camioneta – carga” en los enunciados concretos, “ $m_1 - m_2$ ” en los abstractos.
2. Ambos elementos se desplazan sobre una superficie inclinada respecto a la horizontal.
3. Ambos elementos guardan una idéntica relación espacial arriba-abajo.
4. La acción externa que se explicita se ejerce sobre el elemento que actúa como sostén (la camioneta en los enunciados concretos; la masa inferior en los abstractos), indicando su dirección y sentido.
5. La condición impuesta al movimiento de los cuerpos corresponde al estado de reposo relativo del cuerpo sostenido respecto al sostén³⁰.
6. La superficie de contacto entre el cuerpo sostén y la superficie sobre la que se mueve puede ser tanto lisa como rugosa, ya que no se mencionan explícitamente sus características.

En el Cuadro 6.2 se presentan los ocho enunciados para la SP1 que se usaron en este estudio.

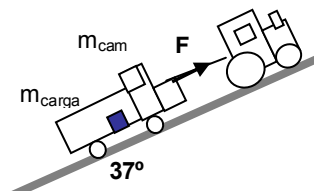
³⁰ La carga no se desplaza respecto a la camioneta en los casos de contenido concreto, y la masa superior no se desplaza respecto a la masa inferior en los de contenido abstracto.

Tipo 1.1: Contenido concreto –con gráfica – con datos numéricos

Una camioneta, cuya masa es de 1200kg, debe entregar una carga de 800kg en una casa situada en lo alto de una montaña. El camino que lo lleva, tiene una pendiente de 37° respecto al llano. La camioneta no puede ascender por sí sola esa cuesta, por lo que es remolcada por un tractor, de manera que la cadena que los une hace una fuerza de 80N según se muestra en la figura. Esta fuerza es la máxima que puede aplicarse a la camioneta para que la carga no deslice.

a) Grafique las fuerzas que actúan sobre la camioneta y su carga (por separado) e identifique los elementos del medio ambiente que generan esas fuerzas.

b) Calcule el coeficiente de roce estático entre el piso de la camioneta y la carga que lleva.

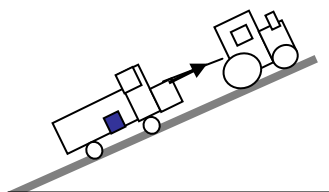


Tipo 1.2: Contenido concreto – con gráfica – sin datos numéricos

Una camioneta debe entregar una carga en una casa situada en lo alto de una montaña. El camino que lo lleva, tiene una pendiente pronunciada respecto al llano. La camioneta no puede ascender esa cuesta por sí sola, por lo que es remolcada por un tractor, de manera que la cadena que los une hace una fuerza según se muestra en la figura. Esta tracción es la máxima posible para que la carga no deslice.

a) Grafique las fuerzas que actúan sobre la camioneta y su carga (por separado) e identifique los elementos del medio ambiente que generan esas fuerzas.

b) Determine el coeficiente de roce estático entre el piso de la camioneta y la carga que lleva.



Tipo 1.3: Contenido concreto – sin gráfica – con datos numéricos

Una camioneta, cuya masa es de 1200 kg., debe entregar una carga de 800 kg. en una casa situada en lo alto de una montaña. El camino que lo lleva, tiene una pendiente de 37° respecto al llano. La camioneta no puede ascender por sí sola esa cuesta, por lo que es remolcada por un tractor, de manera que la cadena que los une hace una fuerza de 80N paralela al camino. Esta fuerza es la máxima que puede aplicarse a la camioneta para que la carga no deslice.

a) Grafique las fuerzas que actúan sobre la camioneta y su carga (por separado) e identifique los elementos del medio ambiente que generan esas fuerzas.

b) Calcule el coeficiente de roce estático entre el piso de la caja de la camioneta y la carga que lleva.

Tipo 1.4: Contenido concreto – sin gráfica – sin datos numéricos

Una camioneta debe entregar una carga en una casa situada en lo alto de una montaña. El camino que lo lleva, tiene una pendiente pronunciada respecto al llano. La camioneta no puede ascender esa cuesta por sí sola, por lo que es remolcada por un tractor, de manera que la cadena que los une hace una tracción paralela al camino. Esta tracción es la máxima posible para que la carga no deslice.

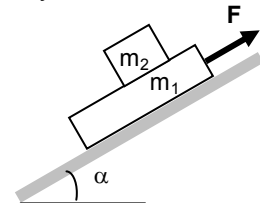
a) Grafique las fuerzas que actúan sobre la camioneta y su carga (por separado) e identifique los elementos del medio ambiente que generan esas fuerzas.

b) Determine el coeficiente de roce estático entre el piso de la caja de la camioneta y la carga.

Tipo 1.5: Contenido abstracto – con gráfica – con datos numéricos

Dos masas: $m_1 = 1200 \text{ kg}$ y $m_2 = 800 \text{ kg}$, están dispuestas como indica la figura. La masa m_1 asciende por el plano inclinado ($\alpha = 37^\circ$), cuando se ejerce sobre ella una fuerza $F = 80 \text{ N}$. Esa fuerza es la máxima que puede aplicarse a la masa m_1 de modo tal que la masa m_2 no deslice sobre ella.

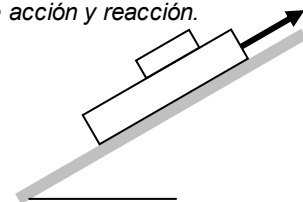
- Efectúe el diagrama de cuerpo libre de ambas masas e indique pares de acción y reacción.
- Calcule el coeficiente de roce estático entre m_1 y m_2 .



Tipo 1.6: Contenido abstracto – con gráfica – sin datos numéricos

Dos masas diferentes están dispuestas como indica la figura. La masa inferior asciende por el plano inclinado cuando se la tracciona como se muestra en la figura. Dicha tracción es la máxima para que la masa superior no deslice sobre la inferior.

- Efectúe el diagrama de cuerpo libre de ambas masas e indique pares de acción y reacción.
- Determine el coeficiente de roce estático entre ambas masas.



Tipo 1.7: Contenido abstracto – sin gráfica – con datos numéricos

Un cuerpo de masa $m_2 = 800 \text{ kg}$ está apoyado sobre otro de masa $m_1 = 1200 \text{ kg}$, que a su vez está sobre un plano inclinado un ángulo $\alpha = 37^\circ$ respecto a la horizontal. La masa m_1 asciende por el plano inclinado cuando se ejerce sobre ella una fuerza $F = 80 \text{ N}$ de dirección paralela al mismo. La fuerza F es la máxima que puede aplicarse a la masa m_1 de modo tal que la masa m_2 no deslice sobre ella.

- Efectúe el diagrama de cuerpo libre de las masas m_1 y m_2 e indique pares de acción y reacción.
- Calcule el coeficiente de roce estático (μ_e) entre m_1 y m_2 .

Tipo 1.8: Contenido abstracto – sin gráfica – sin datos numéricos

Un cuerpo de masa m está apoyado sobre otro de mayor masa, que a su vez está sobre un plano inclinado. La masa mayor asciende por el plano inclinado ya que es traccionada en dirección paralela al mismo. Dicha tracción es la máxima que puede aplicarse a la masa inferior de modo tal que la masa que tiene encima no deslice sobre ella.

- Efectúe el diagrama de cuerpo libre de ambas masas e indique pares de acción y reacción.
- Determine el coeficiente de roce estático entre las masas.

Cuadro 6.2. Tipos de enunciados correspondientes a la SP1.

Situación problemática 2 (SP2)

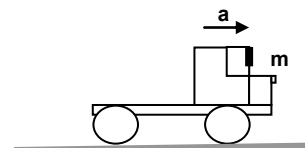
Los ocho tipos de enunciados de la SP2 también se consideran isomórficos estructurales desde un punto de vista físico ya que en todas las versiones:

1. El sistema se conforma con 2 elementos relevantes: “camión – papel” en los enunciados concretos, “ $m_1 - m_2$ ” en los abstractos.
2. La superficie de contacto entre los elementos del sistema es vertical.
3. El elemento sostén está acelerado horizontalmente.
4. La condición impuesta al movimiento de los cuerpos corresponde al estado de reposo relativo del cuerpo sostenido respecto al sostén³¹.
5. La superficie de contacto entre el cuerpo sostén y la superficie sobre la cual se desplaza puede ser tanto lisa como rugosa, ya que no se mencionan explícitamente sus características.

En el Cuadro 6.3 se presentan los ocho enunciados para la SP1, incluyendo los que se utilizaron en el estudio anterior.

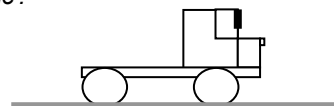
Tipo 2.1: Contenido concreto – con gráfica – con datos numéricos

Un camión de masa $M = 2500 \text{ kg}$ se desplaza con aceleración fija $a = 20 \text{ m/s}^2$. En estas condiciones, un papel de masa $m = 0,05 \text{ kg}$ queda adherido en su parabrisas sin deslizar hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático (μ_e) entre el papel y el vidrio para que esta situación sea posible?



Tipo 2.2: Contenido concreto – con gráfica – sin datos numéricos

Un camión se desplaza con aceleración fija. En estas condiciones, un papel queda adherido en su parabrisas vertical como se indica en la figura, sin deslizar hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre el papel y el vidrio para que esta situación sea posible?



³¹ El papel no se desplaza respecto al parabrisas del camión en los casos de contenido concreto, y la masa pequeña no se desplaza respecto a la masa mayor en los de contenido abstracto.

Tipo 2.3: Contenido concreto – sin gráfica – con datos numéricos

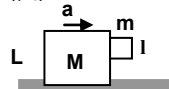
Un camión de masa $M = 2500 \text{ kg}$ se desplaza con aceleración fija $a = 20 \text{ m/s}^2$. En estas condiciones, un papel de masa $m = 0,05 \text{ kg}$ queda adherido en su parabrisas sin deslizar hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático (μ_e) entre el papel y el vidrio para que esta situación sea posible?

Tipo 2.4: Contenido concreto – sin gráfica – sin datos numéricos

Un camión se desplaza con una aceleración fija. En estas condiciones, un papel queda adherido en su parabrisas vertical sin deslizar hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre el papel y el vidrio para que esta situación sea posible?

Tipo 2.5: Contenido abstracto – con gráfica – con datos numéricos

Un cuerpo cúbico de masa $M = 50 \text{ kg}$ y arista $L = 1 \text{ m}$ se desplaza con aceleración constante $a = 10 \text{ m/s}^2$. En estas condiciones, otro cubo de masa $m = 0,02 \text{ kg}$ y arista $l = 0,05 \text{ m}$ se mantiene en la posición mostrada en la figura. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático (μ_e) entre las superficies en contacto de ambos cubos, para que esta situación sea posible?



Tipo 2.6: Contenido abstracto – con gráfica – sin datos numéricos

Un cuerpo cúbico se desplaza hacia la derecha con aceleración constante. En estas condiciones, otro cubo más pequeño se mantiene en la posición mostrada en la figura. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre las superficies en contacto de ambos cubos, para que esta situación sea posible?



Tipo 2.7: Contenido abstracto – sin gráfica – con datos numéricos

Un cuerpo cúbico de masa $M = 50 \text{ kg}$ y arista $L = 1 \text{ m}$ se desplaza con aceleración constante $a = 10 \text{ m/s}^2$. En estas condiciones, otro cubo de masa $m = 0,02 \text{ kg}$ y arista $l = 0,05 \text{ m}$ queda adherido en la parte superior de su cara frontal sin deslizar hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático (μ_e) entre las superficies en contacto de ambos cubos, para que esta situación sea posible?

Tipo 2.8: Contenido abstracto – sin gráfica – sin datos numéricos

Un cuerpo cúbico se desplaza con aceleración constante. En estas condiciones, un pequeño cubo queda adherido en la parte superior de su cara frontal sin deslizar hacia abajo. ¿Cuál es el coeficiente de roce estático entre las superficies en contacto de ambos cubos, para que esta situación sea posible?

Cuadro 6.3. Tipos de enunciados correspondientes a la SP2.

6.2.3 Procedimiento

En una instancia previa a la aplicación del material, la investigadora explicó a los futuros participantes el significado y alcance de la “resolución en voz alta”, practicando la técnica en tareas sencillas. Luego se fijó una fecha para realizar la prueba con horarios sucesivos. En su turno, cada estudiante

recibió una hoja con la SP1 en una de sus versiones seleccionada al azar. Cuando daba por finalizada la resolución se le entregaba otra hoja con la SP2 en una versión diferente a la SP1 resuelta antes. Cada estudiante resolvió los problemas en forma individual, en presencia de la investigadora. Como en los estudios anteriores, se comunicó a los participantes que sus protocolos se usarían para una investigación y que no constituían de manera alguna una instancia de evaluación. Los alumnos colaboraron con entusiasmo y cumplieron sus turnos con puntualidad. De este modo se obtuvo un registro completo de resoluciones de los 8 formatos completos para cada una de los dos problemas. Como se ha mencionado en el apartado 4.3.2c del capítulo 4, se utilizó la técnica del pensamiento en voz alta, registrando en audio las resoluciones de los alumnos y las posibles intervenciones de la investigadora. Siguiendo los lineamientos del trabajo de Ericsson y Simon (1984) sobre los protocolos de verbalizaciones, las intervenciones de la investigadora se limitaron a observaciones o preguntas referidas al foco de atención del estudiante en ese momento, de manera de no alterar su modo de procesamiento durante el informe verbal.

A fin de eliminar los posibles efectos del conocimiento previo, cada uno de los participantes recibió ambas situaciones problemáticas con dos formatos distintos, según se muestra en la Tabla 61.

		con gráfica- sin datos numéricos	sin gráfica- con datos numéricos	con gráfica- con datos numéricos	sin gráfica- sin datos numéricos
Situación 1	concreto	Damián	María	Luis	Pedro
	abstracto	Carlos	Pablo	Ana	Raquel
Situación 2	concreto	Raquel	Ana	Carlos	Pablo
	abstracto	María	Damián	Luis	Pedro

Tabla 6.1. Esquema correspondiente a la distribución de los diferentes tipos de enunciados entre los 8 alumnos participantes.

6.3 RESULTADOS

6.3.1 Análisis global de las actuaciones de los estudiantes

Los estudiantes iban expresando en voz alta su proceso de pensamiento mientras resolvían en el papel, de manera que sus actuaciones se registraron en dos formas distintas: por un lado, la resolución escrita como producción personal y, por otro, la grabación en audio de sus expresiones mientras resolvían los problemas en voz alta. La técnica del pensamiento en voz alta permitió indagar en profundidad el problema central de esta tesis.

A fin de organizar las interpretaciones de las acciones que ejecutan los estudiantes al resolver los diferentes formatos de los enunciados se definieron a priori tres dimensiones de análisis: *comprensión del enunciado*, *evolución de los modelos* y *caracterización de la resolución*. Para operativizar estas dimensiones de análisis se seleccionaron una serie de variables que fueron asociadas a un conjunto de indicadores que evidenciarían la presencia de dichas variables en las actuaciones de los estudiantes. Las modalidades en que se manifiestan las variables fueron emergiendo en el transcurso de la investigación a fin de categorizar las respuestas de los participantes. Las dimensiones de análisis, las variables y sus modalidades se definieron mediante acuerdo interjueces, con la colaboración de dos investigadoras especializadas en el área.

La dimensión ***Comprensión del enunciado*** hace referencia a las actuaciones de los estudiantes durante la lectura inicial del enunciado y a los retornos al mismo para definir el problema. Las *variables* asociadas a esta dimensión son:

- ***Utilización del soporte gráfico***, cuyos indicadores son: *el modo* en que lo hace (espontáneamente u orientado por el investigador), *los momentos* en los cuales recurre a la gráfica (antes, durante o al finalizar la resolución), y *las veces* que vuelve a ella.

- **Tipo de verbalizaciones** que otorgan significado al contenido del enunciado, analizadas a partir de los indicadores: los momentos en que se detectan indicios de interpretación del enunciado y el formato en que se expresa el procesamiento (secuencias de proposiciones explícitas con juicios de valoración, interjecciones que dan cuenta de validación, reconocimiento de errores o dudas, etc.).
- **Importancia subjetiva**, que da cuenta de rasgos detectados durante el proceso de lectura en voz alta del enunciado; caracterizan el desempeño idiosincrático de los estudiantes, centrado en el indicador referido a la *Relación entre la lectura del enunciado y las consignas* (priorización de las consignas, omisiones parciales de los enunciados, etc.).
- **Relectura focalizada**, referida a palabras o frases del enunciado a las que el alumno retorna durante la resolución. Sus indicadores son: las veces que relee y el *tipo de información releída* (objetos, meta, datos numéricos, etc.)

La dimensión **Evolución de los modelos**, se refiere a las representaciones externas realizadas por el estudiante al modelar la situación propuesta en el enunciado. Las variables asociadas son:

- **Forma de la representación**, referida a los recursos usados para organizar el modelado, reconocida a través del indicador: *estructura de la representación externa* (esquemática, figurativa, algebraica, etc.).
- **Componentes del modelo mental**, que dan cuenta de los elementos considerados relevantes en el modelo a partir del cual el estudiante encarará la resolución. De acuerdo con la teoría de Johnson-Laird (1983) los modelos mentales se caracterizarán, en primer lugar por los *elementos* como representación de los cuerpos involucrados en el enunciado, las *propiedades de esos elementos* como representación de las propiedades de esos cuerpos (masa, velocidad, etc.) y las posibles *relaciones entre elementos*, como representación de las interacciones entre los cuerpos del sistema. Se

considera que el *sistema de coordenadas* es un componente relevante del modelo, ya que permite organizar las interacciones reconocidas y operar con ellas. A la hora de describir los posibles modelos mentales de los alumnos se tienen en cuenta, además, el modo en que los estudiantes incorporan la *condición de movimiento conjunto* impuesta por el enunciado, concebida como otra relación entre los elementos del sistema (por ejemplo, cuando consideran que la carga y la camioneta tienen la misma aceleración).

- **Identificación de las interacciones**, correspondientes a las posibles relaciones entre los elementos del modelo y entre esos elementos y otros cuerpos del medio ambiente. Se da cuenta aquí del reconocimiento de los diferentes tipos de fuerzas presentes en el modelado. Sus indicadores son: *fuerza de roce entre los cuerpos en contacto*, *fuerza de roce con el piso* (reconoce bien, en sentido inverso, etc.), *fuerza normal*, *fuerza peso*, *fuerza F dato* (aplica bien, aplica mal, etc.) y *fuerza auxiliar* (presente, ausente).
- **Origen del reconocimiento de las interacciones**, referido a la explicitación de la fuente de reconocimiento de las fuerzas, con los indicadores: *fuerza de roce entre los cuerpos en contacto*, *fuerza de roce con el piso*, *fuerza normal*, *fuerza peso*, *fuerza externa F* y *otra fuerza accesoría* (de la lectura del enunciado, ante una contradicción, etc.).
- **Identificación de pares de acción y reacción**, cuyos indicadores son las mismas *fuerzas* mencionadas en la variable anterior, pero en este caso en relación a la inclusión de sus pares de acción y reacción (reconoce bien, con inversión de sentidos, etc.).
- **Inferencias y reflexiones** durante el proceso del modelado, con los indicadores: *inferencias implícitas*, *inferencias explícitas* (si no hay datos no hay fuerza de roce con el suelo, si no existe roce, se cae, etc.) y *reflexiones*. A través del último indicador se identifican los argumentos expresados por los estudiantes durante el proceso de resolución. Para aclarar su significado se mencionan a continuación ejemplos de cada una de las modalidades

identificadas:

- de valoración (... *esto es bastante complicado*).
- de duda (... *¿y para dónde irá la fuerza de roce?*).
- sobre la detección de un error (... *me parece que esta fuerza la dibujé al revés*).
- referidas a posibles revisiones del modelo (... *tendría que hacer los diagramas por separado*).
- Sobre decisiones a tomar (... *ahora tengo que plantear las ecuaciones para poder llegar a algo...*).

La dimensión **Caracterización de la resolución** comprende aspectos del proceso de solución propiamente dicho. Las *variables* asociadas a esta dimensión son las siguientes:

- **Sesgos**, considerados como recortes en el modelado debido a miradas parciales de la situación problemática. La presencia de los mismos implica alguna falla en el contexto de la dinámica newtoniana para resolver el problema, de modo que todos los sesgos identificados se asocian a errores conceptuales. Es decir, se considera que un modelo metal puede estar *sesgado* por razones diversas, pero siempre ese *sesgo* tiene que ver con recortes interpretados desde la Física. Se han reconocido tres tipos de sesgos: *facilitador* o de *economía cognitiva*, de *fijación* o *creencia* y de *confirmación*.

Se observa un *sesgo facilitador* toda vez que el estudiante toma la decisión de seguir con la resolución, ignorando o justificando inconsistencias. De este modo, quien resuelve piensa que tales decisiones le “facilitan” su camino a la meta, sin detenerse a analizar las implicancias conceptuales. Puede considerarse que este sesgo es de *economía cognitiva*, ya que corresponde a la selección de la opción más simple para arribar a la meta. A partir de la identificación de este sesgo -que se identificará indistintamente como *facilitador*

o de *economía cognitiva*- en distintos momentos de las resoluciones, se han establecido las siguientes modalidades:

- Por un análisis parcial de la situación, de modo que el modelo se focaliza en uno de los elementos ignorando al otro y/o cuando se omiten detalles relevantes. (*“Entonces hago los diagramas del camión y el tractor...”* (ignorando la carga, que es un elemento relevante)).
- Por presunción acerca de datos no explicitados, presente en los casos en que suponen como conocidos algunos datos que no se dan en el enunciado. (*“Bueno, supongo que acá no hay rozamiento...”*).
- Por incoherencia no reconocida entre el DCL y la explicación del movimiento (*“Se va a acelerar para la derecha...”* y en el diagrama de fuerzas dibuja una resultante hacia la izquierda).
- Por cierre prematuro, cuando consideran que han finalizado la resolución al obtener una solución simple que les satisface, pero que es incoherente. (*“Y, ya estaría...”* ante la expresión final de la meta en función de datos desconocidos).

Otro sesgo es el *de fijación o creencia*, presente cuando se adopta un modelo conocido, con coherencia interna, pero físicamente erróneo. Sus modalidades son las siguientes:

- Por fijación en una definición usual pero incompleta, identificado cuando los estudiantes consideran que la fuerza de roce se opone siempre al movimiento o cuando suponen que la fuerza normal es siempre vertical hacia arriba.
- Por aplicación de un esquema de resolución inadecuado, presente en los casos en que usan mecánicamente un esquema de resolución conocido, pero que no corresponde aplicar en la situación a resolver.
- Por justificación desde la experiencia cotidiana, cuando las vivencias cotidianas priman sobre el análisis en el seno de la Física. (*“El parabrisas del camión es como que chupa al papel...”*).

El denominado *sesgo de confirmación*, por su parte, implica la tendencia a buscar evidencia que confirme las creencias de quien resuelve, ignorando toda otra evidencia que contradice tales creencias (“Y... sí, el coeficiente puede ser negativo...”). Sus modalidades son las siguientes:

- Por justificación de una inconsistencia desde un principio físico (“... sí, está todo bien porque apliqué el principio de acción y reacción”).
- Por aceptación de un diagrama de fuerzas que es incompatible con el movimiento supuesto (“... las fuerzas están bien...”).
- Por aceptación de un resultado incoherente (“sí, el μ puede ser negativo...”).

Resultados, variable que da cuenta de la manera en que el sujeto considera que obtuvo la solución de la situación presentada, con los indicadores: *forma* o estilo en que se expresa el resultado (literal, numérica, etc.), el *nivel alcanzado* (correcto, incorrecto, completo, etc.) y las *reflexiones* posteriores al resultado final. Este último indicador se refiere a los argumentos expresados por los estudiantes después de alcanzar una solución. Algunas modalidades:

- De duda (“... no, no puede ser que una definición el coeficiente de roce me dé negativo”).
- Sobre acciones previas (“... cuando hice el diagrama de m_1 consideré que m_2 le ejercía una fuerza de roce hacia abajo”).
- Sobre errores detectados (“... claro, no me da porque puse las dos iguales”).

En las Tablas 6.2 y 6.3 se presentan en forma completa el conjunto definitivo de variables, indicadores y modalidades que se consideraron en la investigación para cada una de las dimensiones de análisis. Se incluye además una breve referencia del significado asignado a cada variable.

Dimensión 1: Comprensión del enunciado			
Hace referencia a las actuaciones de los estudiantes durante la lectura inicial del enunciado y a los retornos al mismo para definir el problema			
VARIABLES	INDICADORES	MODALIDADES	
Utilización del soporte gráfico (da cuenta del papel que se asigna al dibujo cuando forma parte del enunciado o cuando el alumno reproduce gráficamente la situación descrita en el enunciado)	Los momentos en que el sujeto recurre a la gráfica durante la resolución	<ul style="list-style-type: none"> • antes de comenzar la resolución • durante la resolución • al finalizar la resolución 	
	El modo en que el sujeto recurre al uso de la gráfica del enunciado	<ul style="list-style-type: none"> • espontáneamente • orientado por indicación externa • ausencia de uso 	
	La reiteración del uso de la gráfica	<ul style="list-style-type: none"> • una vez • hasta 3 veces • más de 3 veces 	
Tipo de verbalizaciones (da cuenta de la actividad mediante la cual se otorga significado al contenido del enunciado tanto en aspectos vinculados con la organización de la información suministrada, como en la focalización de las cuestiones a resolver)	Los momentos en que se detectan indicios de interpretación del enunciado	<ul style="list-style-type: none"> • durante la lectura inicial • retorno durante la realización del DCL • retorno durante el cálculo • retorno desde el resultado • ausencia de indicios explícitos 	
	El formato en que se expresa el procesamiento	<ul style="list-style-type: none"> • secuencias de proposiciones explícitas con juicios de valoración • secuencias de proposiciones explícitas sin juicios de valoración • interjecciones que dan cuenta de validación, reconocimiento de errores o dudas, etc. (Ah, Bien, No!) • sin manifestaciones explícitas 	
Importancia subjetiva (da cuenta de rasgos detectados durante el proceso de lectura en voz alta del enunciado; caracterizan el desempeño ideosincrático de los estudiantes)	Relación entre la lectura del enunciado y las consignas	<ul style="list-style-type: none"> • se priorizan las consignas • lectura sin distinción • omisiones parciales en el enunciado • omisiones parciales en las consignas 	
Relectura focalizada (refiere a palabras o frases del enunciado a las que el alumno retorna durante la resolución)	Reiteración de la lectura del enunciado	<ul style="list-style-type: none"> • una sola vez • hasta tres veces • más de tres veces • ausencia de relectura 	
	Tipo de información releída	<table border="0"> <tr> <td> <ul style="list-style-type: none"> • objetos • metas • datos cualitativos </td> <td> <ul style="list-style-type: none"> • datos numéricos • condiciones • interacciones </td> </tr> </table>	<ul style="list-style-type: none"> • objetos • metas • datos cualitativos
<ul style="list-style-type: none"> • objetos • metas • datos cualitativos 	<ul style="list-style-type: none"> • datos numéricos • condiciones • interacciones 		

Tabla 6.2. Variables, indicadores y modalidades correspondientes a la dimensión Comprensión del enunciado.

Dimensión 2: Evolución de los modelos. Se refiere a las representaciones externas realizadas por el estudiante al modelar la situación propuesta en el enunciado

VARIABLES	INDICADORES	MODALIDADES	
Forma de la representación (recursos usados para organizar el modelado)	Estructura de la representación externa	<ul style="list-style-type: none"> esquemát. c/objetos relevantes esquemát. c/objetos no relevantes figurativa c/objetos relevantes 	<ul style="list-style-type: none"> figurativa con accesorios algebraica implícita
Componentes del modelo mental (dan cuenta de los elementos considerados relevantes en el modelo a partir del cual el estudiante encarará la resolución)	Elementos como representación de los objetos	<ul style="list-style-type: none"> relevantes no relevantes 	<ul style="list-style-type: none"> ambos
	Propiedades de los elementos como representación de las propiedades de los cuerpos	<ul style="list-style-type: none"> masa velocidad otra 	
	Relaciones entre elementos, como representación de las interacciones entre cuerpos del sistema y del MA	<ul style="list-style-type: none"> completo-correcto completo incorrecto 	<ul style="list-style-type: none"> incompleto-correcto incompleto - incorrecto
	Elemento correspondiente al sistema de coordenadas	<ul style="list-style-type: none"> antes del DCL antes de la 2da. Ley Newton 	<ul style="list-style-type: none"> por orientación externa ausente
	Condiciones de movimiento conjunto impuestas por el enunciado	<ul style="list-style-type: none"> presente desde la etapa inicial incorporada en el modelado 	<ul style="list-style-type: none"> ausente
Identificación de las interacciones (da cuenta del reconocimiento de los diferentes tipos de fuerzas presentes en el modelado)	Fuerza de roce entre los cuerpos en contacto: existencia y distinción de su tipo	<ul style="list-style-type: none"> reconoce en forma correcta reconoce bien, tipo errado no identifica el tipo 	<ul style="list-style-type: none"> en sentido inverso no reconoce
	Fuerza de roce con el piso	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Fuerza normal	<ul style="list-style-type: none"> aplica bien aplica mal 	<ul style="list-style-type: none"> no reconoce
	Peso	<ul style="list-style-type: none"> aplica bien 	<ul style="list-style-type: none"> aplica mal
	Fuerza F dato	<ul style="list-style-type: none"> aplica bien aplica al cuerpo equivocado 	<ul style="list-style-type: none"> no reconoce
	Fuerza auxiliar, se incluyen interacciones inexistentes	<ul style="list-style-type: none"> presente ausente 	
Origen del reconocimiento de las interacciones (explicitación referida a la fuente de reconocimiento de las fuerzas)	Fuerza de roce entre los cuerpos en contacto	<ul style="list-style-type: none"> de la lectura del enunciado ante una contradicción 	<ul style="list-style-type: none"> por intervención externa espontáneo
	Fuerza de roce con el piso	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Fuerza normal	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Peso	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Fuerza F	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Otra fuerza accesoría	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
Identificación de pares de acción y reacción	Fuerza de roce entre los cuerpos en contacto	<ul style="list-style-type: none"> reconoce bien con inversión de sentido 	<ul style="list-style-type: none"> no reconoce
	Fuerza de roce con el piso	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Fuerza normal	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Peso	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Fuerza F	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	
	Otra fuerza accesoría	<ul style="list-style-type: none"> ídem anterior 	

Inferencias y reflexiones (modo de razonamiento seguido durante el proceso de modelado)	Inferencias explícitas	<ul style="list-style-type: none"> • si existe coeficiente de roce y $F \Rightarrow$ existe fuerza de roce • si no desliza entonces está quieta respecto a Tierra • uso de hipótesis ad-hoc 	<ul style="list-style-type: none"> • si no hay datos no hay fuerza de roce con el suelo • si no existe roce, se cae • corrección de error
	Inferencias implícitas	<ul style="list-style-type: none"> • si F es máxima \Rightarrow la de roce es máxima • fuerza de roce siempre se opone al movimiento • fuerza normal: vertical hacia arriba 	<ul style="list-style-type: none"> • masas de los 2 cuerpos iguales • la fuerza de roce siempre es $\mu \cdot N$ • cambio de ejes \Rightarrow cambios de signos • existencia de una fuerza ilusoria
	Reflexiones (argumentos expresados durante la resolución)	<ul style="list-style-type: none"> • de valoración • de duda • detección de error 	<ul style="list-style-type: none"> • sobre decisiones a tomar • revisión del modelo

Tabla 6.3. Variables, indicadores y modalidades correspondientes a la dimensión Evolución de los modelos.

Dimensión 3: Caracterización de la resolución Comprende aspectos del proceso de solución propiamente dicho, considerando sesgos, forma, nivel de los resultados, así como las reflexiones de los estudiantes al finalizar la resolución.		
VARIABLES	INDICADORES	MODALIDADES
Sesgos (identifica recortes en el modelado efectuados por miradas parcializadas de la situación problemática presentada en el enunciado, que obstaculizan la revisión del modelo en uso y su posible cambio o ajuste)	Facilitador o de economía cognitiva: cuando se selecciona la opción más simple, pero que no permitirá arribar a la meta.	<ul style="list-style-type: none"> • suposición acerca de datos no explicitados en el enunciado. • Análisis parcial de la situación • Incoherencia no reconocida entre el DCL y la explicación del movimiento. • Cierre prematuro
	De fijación o creencia: cuando se adopta un modelo conocido pero erróneo	<ul style="list-style-type: none"> • suposición de que la fuerza de roce se opone siempre al movimiento. • suposición de que la fuerza normal es siempre vertical hacia arriba. • uso mecánico de un esquema de resolución conocido. • justificación desde la experiencia cotidiana.
	De confirmación: tendencia a buscar evidencia que confirme nuestras creencias y que prescindan de la que las contradice.	
Resultados (da cuenta de la manera en que el sujeto considera que obtuvo la solución de la situación presentada)	Forma, en referencia al estilo en que se expresa el resultado	<ul style="list-style-type: none"> • literal (argumentación) • numérica • algebraica • esquemática
	Nivel alcanzado	<ul style="list-style-type: none"> • correcta completa • incorrecta completa • correcta incompleta • incorrecta incompleta
	Reflexiones posteriores al resultado final	<ul style="list-style-type: none"> • sobre acciones previas • sobre errores detectados • de duda ante un resultado que consideran inconsistente

Tabla 6.4. Variables, indicadores y modalidades correspondientes a la dimensión Caracterización de la resolución.

6.3.1.1 Organización de la información

Antes de comenzar el análisis de los protocolos se identificó cada uno con un nombre ficticio, respetando el sexo de los estudiantes participantes. El análisis se desarrolló en tres fases, las cuales se detallan a continuación.

Fase I: análisis de episodios centrado en el contenido. Los protocolos de resolución en voz alta se procesaron siguiendo lineamientos del análisis del discurso: segmentación en *episodios*, numerados en forma consecutiva y titulados en función del contenido; codificación de los turnos de habla, distinguiendo los que corresponden al estudiante (con las dos primeras letras del nombre seguidas por números sucesivos: Da1, Da2...) y al investigador (con las letras Pr seguidas también por números sucesivos Pr1, Pr2,...). En esta etapa también se aplicó como criterio de trabajo la triangulación interjueces en la lectura y análisis de los protocolos, con la colaboración de especialistas en el área.

Fase II: análisis centrado en la evolución de los modelos. Se realizó un análisis interpretativo del proceso de resolución analizando la forma en que los estudiantes construyen progresivamente los diferentes modelos mentales y los operadores que intervienen. Las representaciones externas utilizadas por los alumnos consideradas como fuentes para obtener información del contenido y evolución de los modelos mentales desarrollados durante la resolución se expresan en esta instancia no sólo a través del lenguaje escrito, dibujos, esquemas y ecuaciones, sino además a través de sus expresiones orales registradas mientras resuelven. Los modelos mentales que elaboran los estudiantes en el proceso de resolución tienen como propósito explicar, predecir y controlar su camino a la meta. Pueden contener “tokens” o elementos representando a los objetos de la situación presentada, representaciones de las propiedades de esos elementos y representaciones de relaciones espaciales, temporales y/o causales entre los mismos. Esas *relaciones*, en este caso, corresponden a las *interacciones* físicas entre los

elementos del sistema, y con el medio ambiente, es decir, las *fuerzas* que el estudiante reconoce actuando sobre cada elemento. Pero también incluyen a la *condición* impuesta en el enunciado (“... *la fuerza es la máxima para que la carga no deslice...*” o “... *para que esta situación sea posible...*”), condición que el alumno debe detectar e incluir en su modelo para poder arribar a la meta.

En el análisis de las resoluciones centrado en los modelos, se identificaron cuatro tipos de operadores:

1. *Operadores preliminares*, que generan los modelos mentales construidos a partir de la lectura del enunciado, considerados *modelos previos* al comienzo de la resolución:

- *Lectura gráfica*: presente cuando el estudiante hace una interpretación del enunciado a partir del dibujo que lo acompaña (*Ah... la locomotora* (por tractor) *arrastra al vagón* (por camioneta)...).
- *Lectura gráfica y textual*: cuando el estudiante reconoce la situación descrita a través del dibujo y el texto.
- *Interpretación textual*: operador característico aplicado por los estudiantes que resolvieron los problemas con enunciados sin gráfica.

2. *Operador general interacciones – estado*, compuesto por los siguientes operadores:

- *Reconocimiento de interacciones*, indicado por los DCL, ya que en los mismos el estudiante dibuja todas las fuerzas que actúan sobre cada elemento y que corresponde a relaciones entre los elementos del modelo (por ejemplo, las fuerzas de contacto entre la camioneta y su carga).
- *Orientación espacial*, que posibilita la transformación de una representación vectorial (en el DCL) a representaciones escalares equivalentes (la 2ª Ley de Newton).
- *Relación causal*, que vincula el conjunto de *interacciones* reconocidas en cada DCL con la *aceleración* de los elementos correspondientes. Esta

relación se establece a través de una propiedad de los mismos (su masa) y corresponde a la aplicación de la 2ª ley de Newton.

Este *operador general* corresponde al esquema completo de resolución de un problema de dinámica de la partícula y se vuelve a identificar toda vez que los estudiantes deciden cambiar los elementos del modelo y/o sus relaciones. Es importante destacar que se considera que la aplicación del operador *reconocimiento de interacciones* da lugar al *modelo mental inicial* con el cual se comienza la resolución.

3. **Operadores de evolución**, que provocan una evolución sustantiva en el modelado:

- *Consideración de interacciones*, toda vez que el estudiante modifica, agrega o elimina alguna fuerza durante la resolución.
- *Redefinición del sistema*, presente cuando se produce un cambio en el número de elementos que los alumnos reconocen como relevantes en su sistema de estudio. Así, el modelo puede expandirse, disociarse o focalizarse.
- *Interpretación de la condición de movimiento conjunto*, que implica el establecimiento de una correlación entre la condición impuesta en el enunciado y el espacio de los conceptos físicos. Pero para que esto ocurra, esa condición debe ser interpretada desde el modelo en curso de la situación en estudio. Tal interpretación será simple cuando se considera que se mueven juntos con velocidad constante y compleja si se plantea un movimiento conjunto acelerado.

4. **Operadores internos**, que causan pequeños cambios en los modelos en curso:

- *Regulación de solución*: toda vez que los estudiantes dan cuenta de estar pensando acerca de su situación en ese momento, tratando de medir la distancia a la meta.

- *Recurso algebraico*: operador que genera una manipulación algebraica del modelo en curso.
- *Recurso gráfico*: cada vez que el estudiante dibuja la situación o algún elemento del sistema.

Para facilitar la comprensión de la información se elaboró una tabla para cada uno de los participantes. La organización de la información en la tabla se corresponde con el siguiente esquema:

- Primera columna: Corresponde a los episodios centrados en el contenido, con una caracterización de los mismos.
- Segunda columna: Caracteriza los distintos modelos mentales identificados a través de las actuaciones de los estudiantes. Se identifican allí los elementos correspondientes a los diferentes elementos del sistema de estudio, así como las relaciones entre elementos y, entre éstos y los elementos del medio ambiente.
- Tercera columna: Corresponde a la identificación de los operadores que pueden generar un cambio en el modelo, correspondiente a un cambio en el espacio del problema. Se mencionan, además, los sesgos detectados en la conformación de los diversos modelos.
- Cuarta columna: Se destacan allí aspectos significativos detectados en el proceso de resolución.

La lectura de arriba a abajo de la segunda y tercera columna de la tabla permite asimismo caracterizar los modelos mentales identificados y analizar la evolución de los mismos a lo largo del proceso de resolución a partir de los operadores aplicados.

Por otra parte, a fin de visualizar más claramente la secuencia de los operadores y los modelos inferidos en las actuaciones de los alumnos, se presenta luego una *esquemización del proceso de resolución*. En estos esquemas se reproduce la sucesión de los diferentes operadores que actúan

generando cambios en los modelos organizados. Asimismo, esta síntesis gráfica permite efectuar un análisis comparativo de las actuaciones de los estudiantes, a fin de inferir la influencia que tiene el formato del enunciado en los procesos de resolución.

6.3.2 Análisis interpretativo de la Situación problemática 1

A continuación se detalla el análisis interpretativo de las actuaciones de los estudiantes a través de los diferentes episodios identificados en función del contenido. De esta manera, se presentarán primero los casos relativos a los enunciados concretos y después los de los enunciados abstractos. En el primer caso (Damián), a modo de referencia, se presenta la Tabla organizada en la Fase II seguida del análisis interpretativo emergente del mismo. Para los casos restantes sólo se presenta dicho análisis, sustentado en las Tablas equivalentes incluidas en el Anexo I.

6.3.2.1 Enunciado concreto - con gráfica - sin datos numéricos: caso Damián

A modo de ejemplo, en el Anexo II se presenta la transcripción de la resolución en voz alta de este estudiante, identificando los diferentes episodios y se incluyen los operadores y modelos inferidos. A partir de este documento se elaboraron las tablas 6.5 a 6.8 que se presentan a continuación.

En el Episodio 1: “El dibujo define el contenido” el estudiante hace una interpretación del enunciado a partir del dibujo que lo acompaña (operador *lectura gráfica*). Esto se manifiesta en su discurso, donde en lugar de “*tractor*” dice “*locomotora*” (el dibujo permitía esa posible interpretación), y en lugar de “*camioneta*” dice “*vagón*”, independizándose del texto. Selecciona su sistema de estudio con los elementos más “visibles” de la situación: “*locomotora + vagón*”, omitiendo la presencia de la carga, a la que, supuestamente, “*ve*” como parte del “*vagón*”. Es decir, omite un elemento que, en el texto del enunciado

se presenta como relevante (la carga) e incluye otro (la locomotora) que claramente se presenta como parte del medio ambiente inmediato.

En el Episodio 2: “Reconociendo interacciones”, el estudiante relee parte del enunciado y reconoce, con orientación del investigador, que allí se mencionan una “*camioneta*” y un “*tractor*” y los incorpora a su discurso. Inmediatamente recupera como primer operador el correspondiente al *reconocimiento de las interacciones*, a través de un esquema de resolución clásico para un problema de Dinámica: *el diagrama del cuerpo libre* (DCL), que aplica mecánicamente a los elementos seleccionados. Incluye los pesos, las fuerzas normales, la fuerza que la cadena hace sobre la camioneta y las fuerzas de roce de la camioneta y tractor con el piso, a pesar que no se menciona en el enunciado la existencia de tales rozamientos.

Su modelo mental se ha “engrosado” ya que, además de los elementos correspondientes al tractor, la camioneta y la cadena que los une, incorpora una relación entre elementos (la fuerza que la cadena hace sobre la camioneta) y relaciones entre los elementos y el MA (fuerzas peso, normal y de roce con el piso de los dos elementos considerados como relevantes). El estudiante da cuenta de un *sesgo de creencia o fijación* al determinar el sentido de las fuerzas de rozamiento aplicando una definición incompleta que actúa como muletilla: “*siempre se opone al movimiento*”. Con esta consideración, todas las componentes de las fuerzas sobre el tractor apuntan hacia abajo en la dirección del plano inclinado, lo cual indica que se acelerará hacia abajo. Esto plantea una contradicción, no detectada por el estudiante, entre lo que dice: “*los móviles suben la cuesta aceleradamente*” y el DCL del tractor. Es decir, se manifiesta una disociación entre el análisis de las interacciones y la situación que trata de explicar. En este estadio, el modelo mental de Damián, si bien ha evolucionado, está sesgado fundamentalmente por la ausencia de la carga como elemento relevante de su sistema de estudio y por la imposibilidad de

integrar sus conocimientos acerca de las interacciones con la explicación de una situación cotidiana.

El Episodio 3: “Nueva forma de expresar las relaciones”, comienza con la aplicación del operador *orientación espacial* como paso previo y necesario al trabajo algebraico. Recupera luego otro esquema de resolución: *la segunda ley de Newton* que actúa como operador ya que genera un nuevo modelo introduciendo propiedades de los elementos y relaciones entre ellos. Pero la manipulación del modelo, con los elementos que Damián considera relevantes, no le permite acercarse a la meta. No hay atisbos de “medir” la distancia a la meta, ya que la misma está ausente en su memoria de trabajo. Sigue con una actividad mecánica, traduciendo en ecuaciones su modelo en curso. Dichas ecuaciones evidencian que está resolviendo “otro problema”, que lo único que tiene en común con el descrito en el enunciado es la presencia de dos móviles que suben la cuesta unidos por una cadena. El MM inicial, generado a partir del dibujo, sigue guiando el proceso de resolución. Tampoco en la forma algebraica es capaz de detectar la contradicción señalada en el episodio anterior³².

En este momento, su modelo ha incorporado otro elemento correspondiente al sistema de coordenadas, las masas como propiedades de los elementos, una variable cinemática (la aceleración) y una nueva forma de relación entre propiedades, interacciones y aceleración, según muestran los planteos algebraicos. El hecho de comenzar a trabajar algebraicamente sugiere la convicción ilusoria por parte del estudiante de que está próximo a la meta. Así, se focaliza en una operatoria algebraica sustentada en un modelo que supone posible y que piensa que no requiere revisión.

³² Todos los términos del primer miembro son negativos por lo cual el segundo miembro también lo será. Es decir, de la ecuación anterior se obtendrá una aceleración a negativa.

En el Episodio 4: “Recuperación de la meta”, Damián explora superficialmente las ecuaciones, repara que no recuerda la meta y trata de recuperarla releendo el enunciado. En este punto se produce un “impasse”, el estudiante se siente perdido, porque detecta que ese “coeficiente de roce” que debe determinar no está presente en sus ecuaciones. Una nueva relectura del enunciado le permite recuperar la meta. A esta lectura le sigue un breve silencio; sus comentarios implícitamente evidencian una toma de conciencia de la existencia de la carga como elemento relevante del sistema, e imprescindible para alcanzar la meta.

En el Episodio 5: “Reconocimiento de un elemento relevante”, la relectura del enunciado permite al estudiante, a través del operador caracterizado como *redefinición del sistema*, detectar que la carga es un elemento relevante ausente en su modelo e incorporar el elemento correspondiente, “engrosando” su modelo. Inmediatamente vuelve a aplicar el operador DCL al nuevo elemento del sistema, pero sin modificar las fuerzas actuantes sobre la camioneta, que está transportando la carga y, en consecuencia, interacciona directamente con ella. Es decir, no reconoce el efecto de la carga sobre la camioneta. En el DCL de la carga todas las componentes de las fuerzas aparecen en sentido opuesto al asignado a la aceleración. Se manifiesta así, nuevamente, una incoherencia no detectada entre el DCL de la carga y la condición impuesta el enunciado referida a “... *que la carga no deslice*”. Aún después de la relectura y de la supuesta incorporación de la meta, no manifiesta coherencia entre sus representaciones externas y sus explicaciones. Si bien en el episodio anterior se produjo una evolución de su modelo mental, orientándolo hacia la meta, en esta etapa se detecta un *sesgo de economía cognitiva* por un análisis parcial de la situación, al incorporar la carga sin considerar su efecto sobre la camioneta. No hay revisión espontánea del modelo.

El Episodio 6: “Focalización y solución ilusoria”, puede caracterizarse por el trabajo algebraico, traduciendo el DCL de la carga sin detectar las incoherencias citadas, repitiendo lo sucedido en el episodio 3 con el tractor. Vuelve a manifestar dudas respecto a la meta, que le llevan a releer la segunda consigna. Abandona las ecuaciones de la camioneta y el tractor y se centra sólo en las ecuaciones de la carga, que escribe en otra hoja. Es decir, en este estadio, la manipulación del modelo es puramente algebraica, centrada sólo en las ecuaciones de la carga. A partir de ellas manifiesta que prácticamente tiene resuelto el problema (“y...ya estaría”) sin detectar que el coeficiente de roce pedido queda expresado en función de la aceleración, que no es un dato. Arriba así a un modelo centrado en la carga, físicamente incorrecto. Hay un indicio de aplicación del operador *interpretación de la condición* como concepto físico al responder al investigador que la aceleración de la carga es nula, condición que permitiría obtener la solución de máxima simplicidad.

En el Episodio 7: “Primer atisbo de una interpretación física de la situación con pérdida y recuperación de la meta”, inmediatamente se corrige y expresa: “no..., la aceleración que tiene la chata a medida que va subiendo”. De este modo, parece comprender la condición clave del problema en su forma compleja, al *inferir que los dos cuerpos tienen la misma aceleración*. El MM generado a partir del dibujo continúa guiando el proceso de resolución pues sigue manteniendo al tractor en primer plano en su modelo, ya que aclara que “... los dos móviles y la carga tienen la misma aceleración”. A partir de allí vuelve a centrar su atención en las ecuaciones de la camioneta, donde detecta que también aparece la aceleración como incógnita. El estudiante no ha retenido la meta en su memoria de trabajo, ya que durante el trabajo algebraico la reclama como dato necesario para resolver su “nuevo” problema. Reconoce que los dos móviles y la carga se mueven juntos, conformando un *modelo dinámico de la situación* que le permite predecir el movimiento de las entidades representadas estableciendo relaciones causales. Pero no logra

manipular este modelo para arribar a la meta, que incorpora nuevamente en este episodio por intervención del investigador.

En el Episodio 8: “Incapacidad de resolver una inconsistencia”, el estudiante continúa con su trabajo algebraico, pero desde un modelo sesgado por análisis parcial, ya que no ha reconocido todas las interacciones.³³ Al mostrarse dispuesto a operar con las ecuaciones para obtener un “resultado”, el investigador interviene para orientarlo en la consideración de las interacciones, para lo cual le pide que identifique los pares de acción y reacción. El estudiante logra incorporar sólo la fuerza de roce de la carga sobre la camioneta, sin reconocer el carácter de interacción de la fuerza de apoyo normal. Si bien asigna correctamente el sentido a esa fuerza de roce, la fundamentación del estudiante evidencia que lo hace a partir de un esquema de resolución: *“caída por un plano inclinado”*. Además, sigue sin detectar la inconsistencia representada por el sentido de las fuerzas en la carga y el sentido de la aceleración. Si bien expresa comprenderla, no logra explicarla. Para orientar su trabajo, el investigador interviene tratando de que comprenda la incoherencia de su planteo. Como respuesta, el estudiante trata de justificarla a través de un argumento que contradice otro enunciado antes (*“la carga está quieta”* frente a *“los tres tienen la misma aceleración”*). Dos tipos de sesgos: de confirmación (*“está todo bien porque apliqué el principio de acción y reacción”*) y de fijación o creencia (*“la fuerza de roce siempre se opone al movimiento”*) le impiden revisar su modelo y le llevan a seguir con el trabajo algebraico, sin detectar la contradicción de sus argumentos. Prioriza, entonces, el trabajo con las ecuaciones desvinculado de la interpretación física de la situación. Es de destacar que el tractor sigue formando parte de su sistema de estudio como elemento relevante.

³³ Como se recordará, no incluyó el efecto de la carga sobre la camioneta.

En el Episodio 9: “El análisis físico como fuente de detección de inconsistencias”, el estudiante logra descentrarse del trabajo algebraico y se focaliza en la interpretación física de la situación a partir de la intervención del investigador a través de preguntas orientadoras. Corrige así los sentidos de las fuerza de roce entre la camioneta y la carga en los DCL y sus correspondientes signos en las ecuaciones.

En el Episodio 10: “Reconociendo los elementos relevantes”, durante el trabajo algebraico vuelve a releer el enunciado y, al no hallar en el mismo ningún dato sobre el roce de los móviles con el piso, asume que los conoce y sigue adelante, dando cuenta de un *sesgo facilitador o de economía cognitiva* por presunción acerca de datos no explicitados, que le permite continuar su camino hacia la meta. Incorpora además una hipótesis ad-hoc al considerar que ambos coeficientes son iguales. El sistema de ecuaciones que manipula está sobredimensionado ya que incluye las correspondientes al tractor. Relee nuevamente el enunciado en busca de datos sobre ese móvil, y al verificar que no se mencionan, recién en esta etapa detecta que no es un elemento relevante del sistema para alcanzar la meta. La solución, compleja e incorrecta, queda inconclusa.

Las Tablas 6.5 a 6.8 que se presentan a continuación resumen el análisis de la resolución de este alumno.

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1: El dibujo define el contenido Reconocimiento de los elementos relevantes a partir del dibujo	M1: Elementos correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> • Locomotora (por tractor) • Vagón (por camioneta) 	O1: lectura gráfica Sesgo de economía cognitiva	Contenido parcial de la cantidad de cuerpos intervinientes, omisión de un elemento relevante (la carga) para responder a las consignas; interpretación del dibujo desconectado del enunciado textual. Modelo sesgado.
	M2: el modelo se transforma y evoluciona. Elementos correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> • tractor (T3) • camioneta (T1) Se incorporan: Relación entre elementos: vector T Relaciones entre elementos y el medio ambiente (MA): vectores P, N, frp para cada elemento (fr _p : fza. roce camioneta - piso)	O2: consideración de interacciones Sesgo facilitador Existe coef. de roce → existe rozamiento → existe fuerza de roce con el piso (f_{rp}) Sesgo de fijación: “la fr se opone siempre al movimiento” Sesgo facilitador: acepta un DCL incoherente	Trabajo mecánico por recuperación de un esquema de resolución. Orden de reconocimiento: 1º) DCL camioneta: P, N, T, f_{rp} 2º) tractor: P, N, T, f_{rp} (mal sentido) Infiere la existencia de las fuerzas de roce entre cada elemento y el piso. Infiere el sentido de esa fuerza por muletilla: “se opone al sentido del movimiento”. No detecta la inconsistencia del DCL del tractor, que se aceleraría hacia atrás.
EPISODIO 3: Nueva forma de expresar las relaciones Definición del sistema de coordenadas para determinar la ubicación espacial y relaciones algebraicas	M3: se incorpora al sistema un nuevo elemento: <ul style="list-style-type: none"> • el sistema de coordenadas 	O3: orientación espacial	Determina el sistema de coordenadas antes de escribir las ecuaciones. Define el sentido del eje x a partir del sentido de movimiento del tractor. Puede interpretarse que considera a ese móvil como el más relevante, ya que permite el movimiento de los demás.
	M4: se incorporan: <ul style="list-style-type: none"> • nueva forma de <u>relación</u> (algebraica) entre <u>propiedades</u> e <u>interacciones</u> del mismo elemento. • <u>propiedades</u> asociadas a la camioneta y al tractor (masas) 	O4: Relación causal recuperador de esquema de resolución 2: ($\Sigma F=ma$) Sesgo facilitador: acepta un DCL incoherente	La relación es formal, centrándose toda la actividad en proyectar las fuerzas sobre el sistema de coordenadas adoptado.

Tabla 6.5. Análisis del protocolo correspondiente al enunciado concreto- con gráfica – sin datos numéricos de la SP1. Caso Damián: episodios 1, 2 y 3.

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 4: Recuperación de la meta		O5: recurso algebraico	
	M4: exploración del modelo sin evolución		Explora superficialmente las ecuaciones sin tener presente la meta. Identifica las ecuaciones de la camioneta (1) de las del tractor (2)
	M5: evolución del modelo por incorporación de la meta	búsqueda de la meta	Manifiesta la necesidad de buscar la meta como guía para el trabajo algebraico. Recuperación de la misma por relectura del enunciado.
EPISODIO 5: Reconocimiento de un elemento relevante Identificación de las interacciones sobre el tercer elemento considerado, sin modificación de los otros elementos		O7: redefinición del sistema	
	M6: evolución del modelo; se agrega otro elemento correspondiente a: la carga (T2)		Por relectura reconoce a la carga como elemento relevante. Incorpora el dibujo esquemático de la misma.
	M7: reconocimiento de <u>Relación entre T₁ y T₂: N y frcc</u> <u>Relaciones entre un elemento y el medio ambiente (MA): peso P de la carga (frcc: fza de roce carga-camion.)</u>	Sesgo facilitador: la carga no interacciona con la camioneta	DCL carga: N, P, fr (mal sentido). No modifica el DCL de la camioneta sobre la que está la carga. Es decir, las fuerzas fr y N no se reconocen como interacciones. No revisa el modelo, sólo introduce un nuevo elemento.
EPISODIO 6: Focalización y solución ilusoria Planteo de ecuaciones coherentes con un diagrama de cuerpo libre incoherente.		O9: Relación causal: recuperador de esquema de resolución 2: ($\Sigma F=ma$)	
	M8: se incorporan: <ul style="list-style-type: none"> • <u>propiedades</u> asociadas al elemento correspondiente a la carga (m, a) • nueva forma de <u>relación</u> (algebraica) entre <u>propiedades</u> e <u>interacciones</u> del mismo elemento. 	Sesgo facilitador: no detecta la inconsistencia del DCL y sigue adelante	Incorpora las relaciones algebraicas de las interacciones en la carga. La relación es formal, centrándose toda la actividad en proyectar las fuerzas sobre el sistema de coordenadas adoptado No detecta la inconsistencia en el diagrama de cuerpo libre de la carga, que se aceleraría hacia atrás.
		O10: redefinición del sistema	
	M9: momentáneamente el modelo se centra en T2	Focalización al finalizar el planteo algebraico	Da por finalizada la solución a partir de las ecuaciones de la carga. Al no conocer la aclaración considera que es nula.

Tabla 6.6. Análisis del protocolo correspondiente al enunciado concreto- con gráfica – sin datos numéricos de la SP1. Caso Damián: episodios 4, 5 y 6.

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 7: Primer atisbo de una interpretación física de la situación Inferencia de una condición relevante a partir de la comprensión del análisis físico de la situación. Olvido de la meta e inmediata recuperación		O10: interpretación de la condición	
	M9: se incorpora una nueva <u>relación entre elementos</u> : los 3 tienen la misma aceleración	Transformación de la condición de la situación en concepto físico	Infiere que “ <i>si la carga no desliza</i> ” → “ <i>la aceleración de los 3 móviles es la misma</i> ”.
		O11: regulación	
	M10: sesgado por el olvido de la meta (M10 = M9 – meta)	búsqueda de la meta	Explora superficialmente las ecuaciones La meta se diluye ya que la considera dato .
	M9: recupera el modelo M9	recuperación de meta	Recupera la meta por relectura del enunciado. Diferencia las fuerzas y masas correspondientes a cada elemento para poder operar algebraicamente.
EPISODIO 8: Incapacidad de resolver una inconsistencia Justificación del planteo gráfico y algebraico centrado en definiciones, sin relación con la situación física		O13: recons. de interacciones	
	M11: Evolución del modelo. Se incorpora una nueva <u>relación entre elementos</u> : la fuerza de roce que la carga hace sobre la camioneta (fr'cc)	Operador generado a partir de una intervención externa	Identifica 2 fuerzas de roce diferentes: móviles – piso (sin datos en el enunciado) y carga – camioneta (interacción relevante). No reconoce la fuerza de apoyo de la carga sobre la camioneta. No detecta, en los DCL, la inconsistencia entre: “ <i>se aceleran todos hacia arriba con a</i> ” y los sentidos de las fuerzas sobre carga y tractor.
		O14: regulación	
	M11: manipulación del modelo sin evolución	Justificación generado a partir de una intervención externa	Detecta la inconsistencia entre el sentido de la aceleración obtenido en las ecuaciones y el sentido de la misma expresado verbalmente. No logra resolverla.
	M11: manipulación del modelo sin evolución	Sesgo de confirmación: “las fuerzas están bien” Sesgo de fijación o creencia “la fuerza de roce se opone siempre al sentido del movimiento”	Justifica en forma incoherente: “ <i>para que no caiga, la carga tiene que tener aceleración nula</i> ”. Justifica el sentido de las fuerzas que incluyó en el DCL evocando el principio de acción y reacción y una definición sesgada de la fuerza de roce. No resuelve la inconsistencia analizando los DCL Resistencia a revisar el modelo. Anclaje en las ecuaciones y el diagrama de fuerzas, con resistencia a un análisis físico del modelo.

Tabla 6.7. Análisis del protocolo correspondiente al enunciado concreto- con gráfica – sin datos numéricos de la SP1. Caso Damián: episodios 7 y 8.

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 9: El análisis físico como fuente de detección de inconsistencias		O16: reconsideración de interacciones	
	M12: manipulación del modelo. <u>Cambio en una relación entre elementos</u> : el sentido de las fuerzas de roce camioneta - carga	Operador generado a partir de una intervención externa	Reconoce el sentido erróneo de las fuerzas de roce entre la carga y la camioneta. Corrige las ecuaciones y los diagramas. Se descentra del trabajo algebraico, orientándose hacia la interpretación de la situación física a través del análisis de los diagramas de cuerpo libre.
		O17: recurso algebraico	
EPISODIO 10: Reconociendo los elementos relevantes El trabajo algebraico se centra en la carga y la camioneta, que permitirán llegar a la meta.		O18: identificación de datos faltantes	
	M13: manipulación a nivel algebraico incorporando datos ausentes en el enunciado (coeficiente de roce piso-camioneta, piso- tractor)	Sesgo de economía cognitiva: asume como conocidos datos no incluidos	Vuelve al trabajo algebraico con las 6 ecuaciones (camioneta, tractor y carga). Sistema sobredimensionado. Detecta la omisión, en el enunciado, del coeficiente de roce con el piso de la camioneta y el tractor. Infiere que $\mu_{\text{piso-camioneta}}$ es igual al $\mu_{\text{piso-tractor}}$.
		O19: redefinición del sistema	
EPISODIO 11: Fin de la resolución	M14: Manipulación del modelo: se reconstruye el sistema de estudio, reconociendo 2 <u>elementos</u> como relevantes: la camioneta y la carga		Relee el enunciado en busca de datos del tractor. No los encuentra, por lo que detecta que no es un elemento relevante del sistema para llegar a la meta.
	M14: Se mantiene el modelo	O20: regulación	Interpreta correctamente una parte de la interacción de contacto entre los 2 elementos relevantes del sistema (frcc) No considera la componente normal de dicha interacción sobre la camioneta. Da por finalizada la resolución sin despejar una expresión de la meta en función de los datos.

Tabla 6.8. Análisis del protocolo correspondiente al enunciado concreto- con gráfica – sin datos numéricos de la SP1 Caso Damián: episodios 9, 10 y 11.

6.3.2.1a Secuencia de modelos y operadores de evolución

En la figura 6.1 se esquematiza, mediante elipses, la secuencia de modelos o grupos de modelos equivalentes³⁴ presentados en la segunda columna de las Tablas 6.5 a 6.8. Las elipses mayores representan el sistema de estudio seleccionado y las más pequeñas el medio ambiente (MA) que interacciona con dicho sistema. Un cambio en esta configuración da cuenta de una mudanza en el modelo mental de quien resuelve. Las flechas incluidas en las elipses indican las relaciones establecidas entre los elementos, usando líneas punteadas para las relaciones originales y líneas llenas para aquéllas que se modificaron por aplicación de *operadores internos*. Las flechas anchas entre elipses representan a los *operadores de evolución* de los modelos.

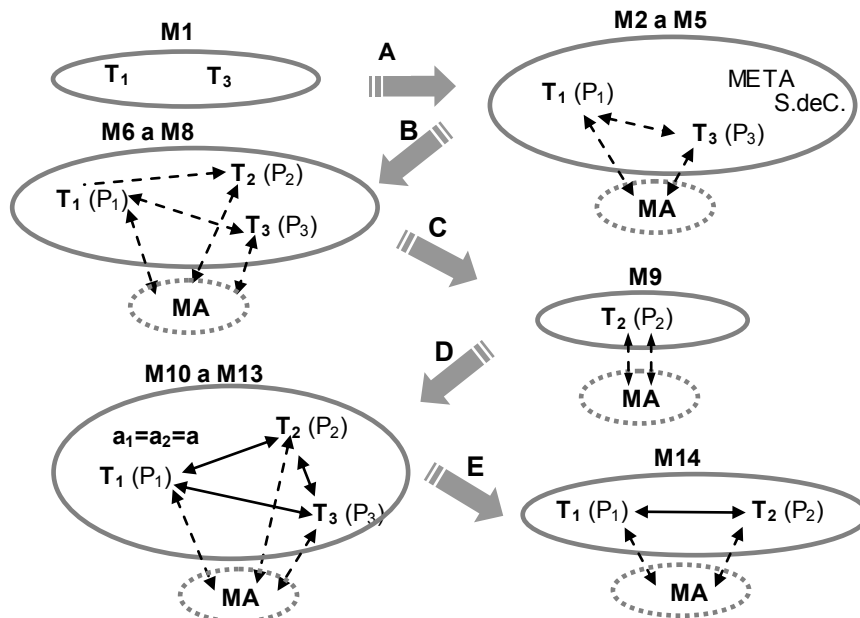


Figura 6.1. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP1 con enunciado concreto con gráfica y sin datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente a la camioneta, T_2 : elemento correspondiente a la carga, T_3 : elemento correspondiente al tractor; P_1 , P_2 y P_3 propiedades de los elementos).

³⁴ Se consideran modelos equivalentes a aquellos que presentan los mismos elementos pero que se Enriquecen por el establecimiento de relaciones entre ellos.

El modelo inicial M1, constituido por los elementos correspondientes a la camioneta y el tractor se genera por aplicación del operador *lectura gráfica*. La flecha A corresponde al operador complejo de evolución *definición del sistema por consideración de interacciones*. Es decir, la flecha A indica que en los modelos M2 a M5, el sistema de estudio se define en función de los cuerpos seleccionados para realizar los DCL. Los operadores correspondientes a las flechas en el interior de la elipse correspondiente a tales modelos se engloban en el operador general *interacciones - estado*, ya que se centran en la representación de interacciones, la orientación y la aplicación de una relación causal entre la fuerza resultante y la aceleración (2ª Ley de Newton).

El operador *redefinición del sistema* de estudio a partir de una relectura de las consignas (**B**) genera un cambio significativo en el modelado incorporando la carga como elemento relevante en el grupo de modelos M6 a M8 que se suceden nuevamente por aplicación del operador *interacciones – estado*. La flecha simple entre T1 y T2 da cuenta del sesgo por el cual no se considera el efecto de la carga sobre la camioneta. Una nueva aplicación de este operador (**C**), a partir de un sesgo *facilitador* por análisis parcial de la situación en el planteo algebraico, determina una focalización momentánea del modelo. En esta instancia, el alumno manifiesta que ya ha finalizado su tarea.

El operador complejo *reconsideración de interacciones con interpretación de la condición* de la situación como concepto físico (**D**) determina una evolución sustancial del modelo en curso hacia el grupo de modelos M9 a M13 al incluir interacciones ausentes y establecer la condición de igualdad de aceleraciones de los tres cuerpos. Estos modelos se suceden por aplicación de los operadores internos: *regulación de la solución, reconocimiento de interacciones y recurso algebraico*.

Finalmente, nuevamente el operador *redefinición del sistema* (**E**) por relectura de datos en el enunciado, genera su focalización. Esto implica un

cambio importante en el modelo, al reconocer como elementos relevantes los correspondientes a la carga y la camioneta, considerando al tractor como parte del medio ambiente.

6.3.2.1b Esquema de resolución

En el esquema 6.1 se presenta el desarrollo de la resolución. Ésta consiste en un tránsito entre modelos, a través de operadores, que se transforma en circular por entradas y salidas al rectángulo central, que corresponde al operador general que se ha denominado *interacciones estado*. Como se ha mencionado, el mismo incluye a los operadores internos: *reconocimiento de interacciones* (DCL), *orientación espacial* y *relación causal* (2da Ley de Newton), representados como elipses dentro del rectángulo central. El operador general se recupera a través de la aplicación de los *operadores de evolución*, generadores de un cambio significativo del modelo en curso, que se presentan en el esquema de las resoluciones con bordes más gruesos y sombreados. Los restantes operadores se representan mediante rectángulos con bordes en línea continua.

En el esquema 6.1. puede verse la representación del sistema de resolución. Los diferentes operadores se conectan mediante flechas, indicándose además el o los modelos que se identifican en el tránsito entre dos operadores. Se ha recurrido a un código de colores para las flechas a fin de destacar los retornos al operador central interacciones – estado, que dan cuenta de la complejidad del proceso de resolución.

Cada entrada a dicho rectángulo central implica un nuevo planteo de la situación. Esto se traduce en un ingreso al rectángulo punteado mediante una flecha de un color y la salida con un color diferente.

En el Esquema 6.1 puede observarse que, en el caso de la SP1 con enunciado concreto, con gráfica y sin datos numéricos, el proceso de resolución es complejo, con varias entradas en el operador central, sin claridad en la meta, observándose la aplicación de operadores de recuperación de la misma en forma reiterada. Las sucesivas entradas en el rectángulo central están definidas por modificaciones en los elementos del modelo en curso (operador redefinición del sistema) o por reconsideración de las interacciones, básicamente asociada a la fuerza de roce.

6.3.2.2 Enunciado concreto – sin gráfica – sin datos numéricos. Caso Pedro

En el Episodio 1: “Visualización de la situación”, el alumno, tras una primera lectura completa del enunciado, da indicios de una representación inicial de la situación planteada, identificando básicamente los objetos del sistema. Inmediatamente relea la condición focalizándose en la consecuencia (...*para que la carga no deslice*, lo cual podría estar indicando que recurre a la búsqueda de vínculos referenciales preestablecidos en la memoria para identificar posibles relaciones espaciales entre elementos y su conservación en el tiempo.

Su dibujo es figurativo, dando indicios de un modelo mental *completo*, ya que está conformado por los elementos correspondientes a la camioneta, su carga, el tractor y la cuerda que los une. A partir de la recuperación de la condición de que la carga “*no deslice*”, puede considerarse a tal modelo como *dinámico*, ya que esa condición está indicando que el alumno puede imaginarse cómo evolucionará el sistema en movimiento.

El Episodio 2: “Focalización del sistema de estudio”, se desencadena ante el recuerdo de la primera consigna, por la cual debe graficar las fuerzas. Manifiesta una manipulación del modelo inicial, operando una reducción en el número de elementos, focalizándose en los que representan a la camioneta y la carga. La activación del operador *orientación espacial* se produce por la interpretación de la conexión lingüística de relación “*respecto de*” a partir de la cual establece una inferencia condicional “... *si la carga no desliza respecto de la camioneta, entonces tomo un sistema de referencia no inercial sobre la camioneta*”, que queda formalizada mediante la representación de un sistema de coordenadas.

En el Episodio 3: “Mayor focalización”, limita aún más su modelo, centrándose exclusivamente en el elemento correspondiente a la carga, reduciendo a la misma su sistema de estudio. Aplica entonces el operador *consideración de interacciones* a través del *esquema de resolución DCL*, con la intención de aplicarlo a la carga, respetando el sistema de coordenadas definido en el episodio anterior.

Desde ese modelo determina el sentido de la fuerza de roce a partir de una inferencia causal enunciada en forma explicativa “... *la aceleración no se la hace directamente, se la hace el roce*”. Aquí, no queda claro cuál es el antecedente al que hace referencia la anáfora “*la*” en la expresión “... *no se la hace directamente...*”. Pero cuando dice “... *se la hace el roce*” está reconociendo que la fuerza de roce es la *causa* de la aceleración de la carga. Como se ha mencionado, el modelo mental en ese momento puede caracterizarse como *dinámico*, ya que le permite predecir el movimiento de los cuerpos y establecer relaciones causales. Manipula tal modelo con la ayuda de una gráfica externa de las interacciones, que le permite inferir el sentido correcto de la fuerza de roce.

En el Episodio 4: “Trabajo algebraico”, el estudiante aplica el operador *relación causal* correspondiente al *esquema de resolución 2ª Ley de Newton*

para operativizar la resolución. Pero el análisis de ese planteo lo enfrenta con un conflicto que reconoce implícitamente como camino sin salida para alcanzar la meta: las ecuaciones no son suficientes para hallarla en función de los datos. El modelo en curso, centrado en la carga, no le permite continuar con la búsqueda, por lo cual debe revisarlo.

En el Episodio 5: “Expansión del sistema de estudio”, para salvar el conflicto, el estudiante decide ampliar su sistema, seleccionando como elemento relevante la camioneta con la carga unida a ella. El modelo se actualiza constituyéndose con un elemento relevante conformado por la camioneta y su carga como un solo bloque. En su representación externa del diagrama de cuerpo libre del aparente “nuevo sistema” no se incluye la única interacción que puede llevarle exitosamente a alcanzar la meta: la fuerza de roce entre la camioneta y la carga. El estudiante infiere la existencia de una fuerza de roce entre el piso y las ruedas. El modelo en curso determina el proceso de búsqueda y le lleva omitir en este estadio el efecto del tractor sobre la camioneta, si bien lo había incluido en su dibujo inicial de la situación. Nuevamente se encuentra al final de este episodio en un camino sin salida para alcanzar la solución. No sólo ha perdido la meta sino que, además, no es capaz de manipular su modelo y reconoce que su nuevo DCL no puede justificar que la camioneta con su carga se aceleren hacia arriba. Sin detectar esta contradicción, el estudiante aplica el operador *relación causal*, recuperando el esquema de resolución correspondiente a la aplicación de la 2ª Ley de Newton al elemento: camioneta + carga.

En el Episodio 6: “Estancamiento en un modelo sesgado”, el estudiante aún no percibe que el modelo vigente no puede llevarlo a la solución. Dando cuenta de un *sesgo de confirmación*, expresa: “*no me falta nada*”. Hasta ese momento, no demostró ninguna insatisfacción respecto de la contradicción. Se resiste a revisar su modelo en curso, por lo cual se produce un estancamiento del cual no puede salir por sí solo. Este estudiante ha aplicado la estrategia de

búsqueda hacia adelante, ya que ha seleccionado heurísticamente los operadores a aplicar en los diferentes estados del espacio del problema, y cuando ese operador no le permite avanzar en la resolución, repite el procedimiento aplicando un operador diferente. Pero la meta está implícitamente ausente en su trabajo gráfico y algebraico. No avanza en la manipulación de las ecuaciones, quizá intuyendo la inconsistencia de su modelo. Sólo una pista dada por el investigador le permitió una revisión del modelo, pero sin reconocer la causa, ni ser consciente que el nuevo modelo le permitiría abrir un camino hacia la meta.

En el Episodio 7: “Recuperación de la meta”, el investigador interviene sugiriendo una relectura de las consignas. Esa relectura encauza el razonamiento del estudiante al detectar que se pedía el DCL de los elementos “*por separado*”. Pero esa disociación camioneta - carga se realiza sólo para responder a la consigna y no porque detecte que es la única forma de encaminarse a la meta.

En el Episodio 8: “Disociación”, aplica nuevamente el operador *reconocimiento de interacciones* a través del esquema de resolución DCL, pero ahora a los elementos por separado. Dibuja la fuerza de roce entre la carga y la camioneta, pero ubica su par de acción y reacción sobre un plano inclinado que reconoce como “*piso de la camioneta*”, incluyendo allí también la reacción a la fuerza normal que incluyó como sostén en la carga. Hay, pues, una fragmentación en su modelo, como si la interacción entre los elementos incluidos en el modelo original se limitara a la *camioneta* interactuando con el *tractor* y la *carga* con el “*piso*” de la camioneta como separada de ella. Su DCL, interpretado como una representación externa de su modelo mental en curso, contiene tres elementos relevantes: los correspondientes a la *carga*, a la *camioneta* y al *piso de la camioneta*.

En el Episodio 9: “Necesidad de recuperación de la meta”, el estudiante incorpora al nuevo modelo las relaciones algebraicas entre las interacciones;

es decir que aplica el operador *relación causal*, correspondiente al esquema de resolución *2ª Ley de Newton*. Antes de comenzar a manipular las ecuaciones, expresa la necesidad de releer las consignas para recordar la meta (b). El trabajo algebraico, en esta etapa, le permite ubicarse y analizar la distancia a la meta.

En el Episodio 10: “Simplificando el modelo”, el estudiante incorpora, a través de un nuevo análisis de la situación, una inferencia que le permitiría arribar a una solución inmediata y simple. Dicha inferencia corresponde al operador *interpretación de la condición de movimiento conjunto* (“*todos se mueven con velocidad constante*”).

En el Episodio 11: “Solución de máxima simplicidad”, el estudiante expresa que puede arribar a una solución inmediata suponiendo que los móviles se desplazan con velocidad constante, sin necesidad de trabajar algebraicamente con las interacciones sobre la camioneta. Pero no llega a obtener una expresión del coeficiente de roce dejando inconclusa la solución simple.

6.3.2.2a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución:

El modelo inicial M1 (figura 6.2), constituido por los elementos correspondientes a la camioneta, la carga, el tractor y la cadena se genera por aplicación del operador *interpretación textual*. La evolución de los modelos queda determinada por el operador *redefinición del sistema*, pero en cada caso la causa de su aplicación es diferente. Así, en **A** se presenta como un operador complejo combinado a la *consideración de interacciones* y en **B** genera un modelo más focalizado centrado en la carga., pero en este caso es aplicado por la búsqueda de un modelo de mayor simplicidad por relectura de las consignas. En **C**, a partir de un conflicto en el desarrollo algebraico vuelve a aplicar dicho operador, generando un cambio significativo en el modelado al considerar a la camioneta y la carga como un solo elemento. La flecha **D** indica

una nueva redefinición del sistema (que vuelve a corresponder a un modelo con dos elementos), operador aplicado a partir de una nueva relectura de las consignas. En **E** este operador aparece nuevamente pero combinado con la *consideración de interacciones*, dando lugar a modelos en los cuales la camioneta se presenta disociada de su piso (sólo él interacciona con la carga). Finalmente, en **F** aparece aplicado a partir de una *interpretación (simple) de la condición* como concepto físico, generando un modelo sesgado por análisis parcial centrado en la carga, que le permite arribar a una solución de máxima simplicidad.

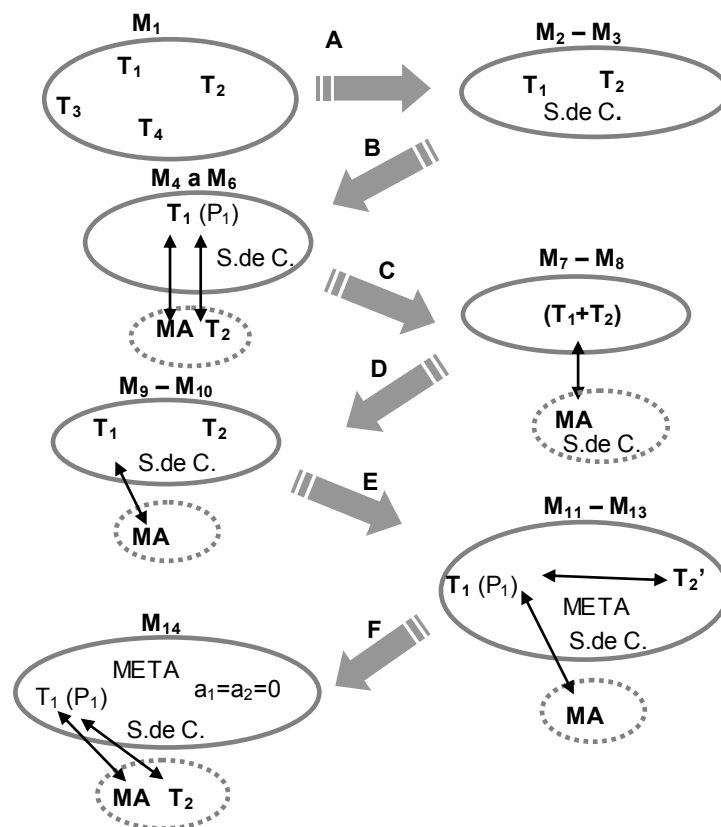
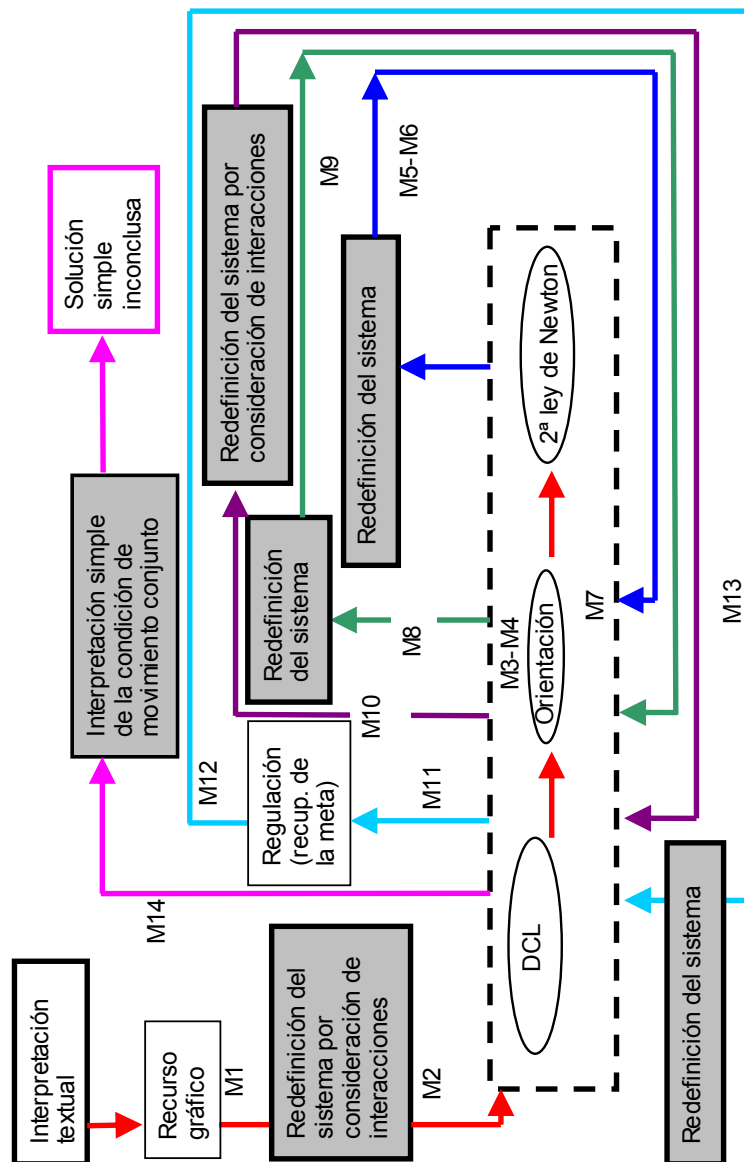


Figura 6.2. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP1 con enunciado concreto, sin gráfica y sin datos numéricos. (T_1 : elemento correspondiente a la carga, T_2 : elemento correspondiente a la camioneta, T_2' : elemento correspondiente al piso de la camioneta, T_3 corresponde al tractor y T_4 a la cadena; P_1 y P_2 propiedades de los elementos).

6.3.2.2b Esquema de resolución

El Esquema 6.2 representa la resolución de la SP1 correspondiente a Pedro, donde es posible visualizar el complejo proceso desarrollado por este estudiante. Los reiterados retornos al operador central se dan fundamentalmente por cambios en los elementos considerados relevantes en el modelado.



Esquema 6.2. Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado concreto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pedro.

6.3.2.3 Enunciado concreto – con gráfica – con datos numéricos. Caso Luis

En el Episodio 1 “Reconociendo los elementos relevantes”, el alumno identifica, a partir de una relectura del enunciado, los elementos que constituirán su sistema de estudio, y lo hace explícitamente al anunciar que hará en primer lugar los diagramas de cuerpo libre de la camioneta y la carga. El tractor, al que no menciona durante todo el proceso de resolución, es considerado indudablemente como parte del medio ambiente. La información del texto del enunciado, la gráfica que lo acompaña y los conocimientos de Luis le permiten conformar su modelo seleccionando los elementos relevantes.

En el Episodio 2: “Reconociendo interacciones”, efectuando una *búsqueda hacia adelante*, el estudiante aplica el operador *consideración de interacciones* a través de la recuperación de un esquema de resolución clásico como primer paso para solucionar cualquier problema de Dinámica: el diagrama del cuerpo libre (DCL) para la camioneta en primer lugar. Incorpora allí sólo el peso y las fuerzas de contacto con el piso, generalizando el roce entre camioneta y carga. En un primer momento dibuja la fuerza normal en dirección vertical, pero inmediatamente lo corrige y explicita que debe ir “*perpendicular al plano*”. El hecho de nombrar como “plano” al piso de la cuesta sobre la que asciende la camioneta está dando indicios de una modelización física de la situación. En cuanto a la dirección vertical de la normal, puede interpretarse como una fijación a un primer modelo trabajado asiduamente en aula y textos: el correspondiente a un apoyo horizontal.

El modelo mental correspondiente al episodio anterior ha evolucionado, ya que incorpora relaciones entre un elemento y el medio ambiente (fuerzas peso, normal y de roce con el piso para la camioneta). Pero es un modelo sesgado, ya que hay interacciones ausentes, sin incluir ningún efecto de la carga ni el tractor sobre la camioneta. A continuación se detiene a releer la meta y luego realiza el DCL de la carga, donde incluye el peso y las fuerzas de

contacto con el piso de la camioneta. Dibuja los pares de acción y reacción sobre una línea que identifica con el piso de la camioneta. Pero ese piso está *disociado* de la camioneta, ya que en el dibujo aparece como un elemento separado e independiente de la misma, y las fuerzas incluidas en él no se incorporan al DCL de la camioneta. Sin dudar, fija el sentido de la fuerza de roce hacia abajo, lo cual indica que implícitamente está suponiendo que *“la fuerza de roce se opone siempre al movimiento”*, dando cuenta de un sesgo de creencia. En estas condiciones, todas las componentes de las fuerzas sobre la carga apuntan hacia abajo en la dirección del plano, de lo cual debiera inferirse que la misma se acelera hacia abajo.

El Episodio 3: “Resolviendo conflictos a partir de los diagramas de fuerzas” comienza con un conflicto conceptual, ya que el alumno detecta, a través de un análisis puramente gráfico, que con ese DCL no puede justificar que la carga se desplace aceleradamente hacia adelante junto con la camioneta. Relee el enunciado, en primer lugar busca la meta y luego relee la descripción de la situación. Al no reconocer ningún elemento del medio ambiente que ejerza una fuerza en ese sentido, supone la existencia de una fuerza ficticia.³⁵: actuando en la carga, la denominada fuerza de arrastre. Refuerza su decisión argumentando que *“sí, una fuerza de arrastre porque...está acelerado”*. La incorporación de esa hipótesis *ad hoc* evidencia un sesgo *facilitador y de confirmación* que le permite resolver el conflicto para continuar con el proceso de resolución sin modificar el sistema de referencia. A partir de la representación gráfica de las fuerzas, donde la fuerza de arrastre aparece con el sentido erróneo, revisa su modelo en curso. El análisis del DCL de la carga le lleva a revisar, luego, el DCL de la camioneta, donde también percibe visualmente que ninguna de las fuerzas incluidas tiene el sentido de una supuesta aceleración hacia arriba. Incluye entonces la tensión de la cuerda

³⁵ Las fuerzas inerciales, entre las que se encuentra la fuerza de arrastre, no son interacciones, sino fuerzas que debe incluir un observador desde un sistema acelerado para explicar y predecir los fenómenos desde su punto de vista.

con su par de acción y reacción. Reconoce luego como estática a la fuerza de roce incluida en la carga, a partir de la relectura de la consigna (b). Es decir, al culminar este episodio, centrado en el análisis gráfico de los DCL, puede inferirse que su modelo está constituido por tres elementos: la camioneta, la carga y el piso de la camioneta como elemento disociado de la misma. Se establecen algunas relaciones entre elementos y entre ellos y el medio ambiente, pero aún hay fallas conceptuales y razonamientos “oscuros” como la inclusión de una supuesta fuerza de arrastre. En estas condiciones, el estudiante da por finalizado el diagrama de fuerzas, sin detectar las contradicciones, y se dispone a operar algebraicamente. En este estadio el estudiante manipula un modelo mental físicamente sesgado analizando gráficamente la situación, sin tener presente la meta.

El Episodio 4 “Nueva forma de expresar las relaciones para la carga”, se caracteriza por la aplicación del operador *relación causal*, correspondiente a la recuperación del esquema de resolución correspondiente a la *2ª ley de Newton*. El planteo algebraico es coherente con sus DCL, sin detectar las contradicciones e interacciones ausentes. En la ecuación correspondiente a la carga considera que la misma tiene aceleración nula, dando cuenta de un modelo *simple*.

En el Episodio 5: “Recuperando la meta para manipular las ecuaciones correspondientes a la carga”, recupera la meta por relectura de la consigna e incluye el operador *orientación* como paso previo y necesario para escribir las ecuaciones. Su modelo incorpora, pues, un nuevo elemento: el sistema de coordenadas. Tampoco en este estadio aclara si tal sistema está fijo a tierra o a la camioneta, dato clave para interpretar su razonamiento.

El Episodio 6: “Trabajando sólo con las ecuaciones de la carga” se caracteriza por el trabajo algebraico desarrollado sólo para el elemento relevante de su modelo. Esta focalización le lleva a tratar de resolver “otro” problema más simple y conocido: *una masa que se desliza sin aceleración*

sobre un plano inclinado. Hay una clara disociación entre los DCL y el trabajo algebraico posterior. Trabaja *hacia adelante* desde un modelo sesgado, sin detectar que la fuerza de arrastre que incorporó es también una incógnita del problema. Luego de releer la meta, obtiene una expresión de un coeficiente de roce negativo, hecho que, si bien es físicamente incorrecto, no tiene en cuenta en su análisis. Finaliza este episodio convencido de haber resuelto prácticamente el problema, dando cuenta de un *sesgo facilitador y de confirmación*.

En el Episodio 7: “Confirmando el hallazgo de la solución sin cálculos numéricos” afirma nuevamente haber resuelto el problema, y revisa las magnitudes que tendría que tener como datos para calcular un valor del coeficiente de roce. Relee rápidamente el enunciado y se sorprende al hallar un dato que no usó (las masas). Reconoce que no tiene el valor de la aceleración de arrastre, y en un análisis superficial del enunciado la identifica con la tensión de la cuerda ejercida por el tractor sobre la camioneta. No revisa su modelo en curso, donde la camioneta está ausente en los cálculos, y termina expresando que “... *no vale la pena hacer los cálculos*”, afirmando con aparente conformidad que “... *el problema está resuelto*...”. Usa los datos numéricos sólo para verificar que está en condiciones de calcular la incógnita. Pueden reconocerse diferentes sesgos que le impiden arribar a una solución coherente: *de confirmación y de confirmación*. Su solución es incompleta, simple e incorrecta,

6.3.2.3a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M_1 (figura 6.3), constituido por los elementos correspondientes a la camioneta y el tractor se genera por aplicación del operador *lectura gráfica y textual*.

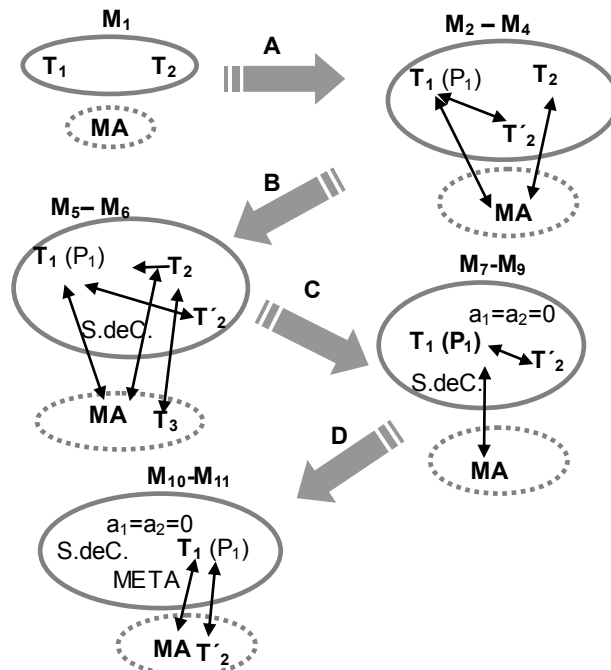
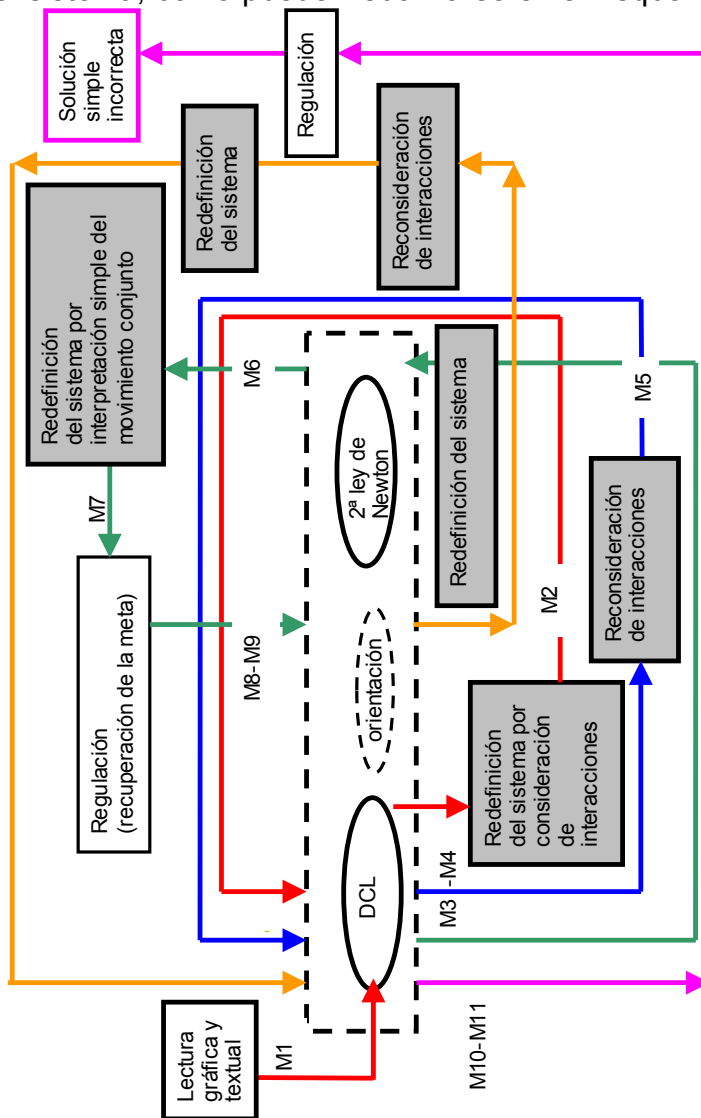


Figura 6.3. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP1 con enunciado concreto, con gráfica y con datos numéricos. (T1: elemento correspondiente a la camioneta, T2: elemento a la carga, T'2 elemento correspondiente al piso de la camioneta, T3: elemento correspondiente al tractor; T'1: elemento correspondiente al "plano"; P1 y P2 propiedades de los elementos).

En primer lugar puede identificarse un operador de evolución complejo que implica una *redefinición del sistema* a partir de la *consideración de interacciones* (A). Este operador genera modelos constituidos por tres elementos independientes: la masa, la camioneta y su piso (que aparece dissociado de ella). A través del operador *reconsideración de interacciones* (B) se logra salvar un conflicto entre las gráficas de los DCL y el sentido de la aceleración. A continuación, el operador complejo *redefinición del sistema* combinado con una *interpretación de la situación* como concepto físico (C) genera una focalización del sistema a partir del trabajo algebraico; aquí su modelo mental es de máxima simplicidad centrado exclusivamente en la carga. Finalmente, el operador complejo determinado por la combinación de una *redefinición del sistema* con la *reconsideración de interacciones* (D) genera el modelo final que contiene a la meta y lleva a una solución ilusoria simple e incoherente.

6.3.2.3b Esquema de resolución

En el Esquema 6.3 se representa la resolución de la SP1 correspondiente a Luis, donde el desarrollo de la resolución presenta también varias entradas y salidas al rectángulo central correspondiente al operador de evolución *interacciones–estado*. Básicamente, la mayor carga cognitiva en el proceso de resolución se dio en el reconocimiento de interacciones y la definición del sistema, como puede visualizarse en el Esquema 6.3



Esquema 6.3. Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado concreto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Luis.

6.3.2.4 Enunciado concreto – sin gráfica – con datos numéricos: caso María

En el Episodio1: “Trabajo gráfico” la estudiante manifiesta la necesidad de hacer un dibujo de la situación presentada en el enunciado. El mismo es figurativo, con la camioneta y la carga sobre un plano inclinado; en lugar de incluir el tractor dibuja la fuerza que el mismo realiza sobre la camioneta. De este modo, su modelo mental inicial incluye dos elementos correspondientes a la camioneta y la carga, siendo el tractor parte del medio ambiente inmediato. A pesar de expresar que la situación “*es una cosa simple*” muestra dudas en cuanto a la correspondencia del dibujo con la descripción provista por el enunciado literal, por lo cual lo relee.

La inclusión de la fuerza de tracción da cuenta de un modelo *dinámico*, ya que la estudiante es capaz de imaginar el efecto de esa tracción sobre el movimiento del sistema camioneta – carga.

El Episodio 2: “Reconociendo interacciones”, muestra la aplicación del operador *consideración de interacciones* a través de la recuperación del esquema de resolución *diagrama de cuerpo libre* (DCL) con la intención de aplicarlo a ambos elementos del sistema. Puede pensarse que, o bien actúa por hábito -aplica un previo de forma automática sin reflexionar sobre el mismo- o mantiene en su memoria la primera consigna. Trabaja simultáneamente con ambos cuerpos, reconociendo los pares de acción y reacción para completar las fuerzas actuantes en cada uno. La fuerza de roce aparece nuevamente como la más conflictiva: duda y se equivoca en el sentido de la misma sobre la carga y no la incluye en la camioneta, dando cuenta de un *sesgo de economía cognitiva* por análisis parcial, ya que ha omitido un detalle relevante. También se detecta un *sesgo facilitador* cuando infiere que no hay fuerza de roce entre el piso y la camioneta, recordando que no se daban datos al respecto en el enunciado. El modelo mental al final de este episodio incluye dos elementos

correspondientes a la camioneta y su carga y relaciones incompletas entre ellos y entre ellos y el medio ambiente.

El Episodio 3 “Trabajo algebraico organizado por la orientación en el plano” comienza con la aplicación del operador *orientación espacial*, incorporando el sistema de coordenadas como paso previo a la aplicación del operador relación causal, correspondiente a la recuperación de la 2ª Ley de Newton, operador que permite relacionar las interacciones, propiedades y la aceleración.

En el Episodio 4: “Detección de incongruencia por análisis algebraico”, a través del operador *reconsideración de interacciones*, y a partir del planteo algebraico, detecta una incongruencia que le lleva a inferir la existencia de una fuerza de roce sobre la camioneta y el sentido incorrecto de dicha fuerza sobre la carga. Vuelve a ver el modelo y lo modifica.

En el Episodio 5: “La meta como guía para continuar con la búsqueda”, comienza con la recuperación de la meta por relectura de la consigna. Inmediatamente la estudiante afirma que la aceleración de ambos móviles es la misma, dando cuenta de una interpretación compleja de la condición “... *que no deslice*”. Esto es consistente con el modelo situacional inicial por lo cual no duda en afirmarlo explícitamente con seguridad.

En el Episodio 6: “Manipulación basada en el reconocimiento de interacciones”, continúa con el trabajo algebraico, sin identificar las masas de cada elemento. Implícitamente asume que la fuerza de roce estática es máxima sin analizar la validez de esta suposición. Necesita volver a leer la consigna “*calcule el coeficiente de roce entre...*” para recuperar la meta.

En el Episodio 7: “Logro de la meta”, obtiene una expresión del coeficiente de roce solicitado en función de los datos. Decide hallar su valor numérico, considerando que los dos cuerpos tienen aceleración nula, calcula y halla un número negativo. Dando muestras de un *sesgo de confirmación*

expresa que “sí, el μ puede ser negativo...”. Si bien justifica su resultado a través de una argumentación inconsistente acerca de la fuerza de roce entre los cuerpos, puede considerarse que arribó a una solución simple correcta.

6.3.2.4a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M1 (Figura 6.4), constituido por los elementos correspondientes a la camioneta y la carga se genera por aplicación del operador *interpretación textual*. La flecha **A** corresponde al operador complejo de evolución *definición del sistema* combinado con la *consideración de interacciones*, aplicado a partir de una relectura de la primera consigna. Los operadores correspondientes a las flechas en el interior de las elipses representan al operador general: *interacciones-estado*, ya que se centran en el reconocimiento de interacciones, la orientación y la aplicación de una relación causal entre fuerza resultante y aceleración.

El operador **B** corresponde a una *reconsideración de interacciones*, en particular se refiere a una revisión de la fuerza de roce que le lleva a incorporar rozamientos ausentes y corregir sentidos. El operador complejo **C** se conforma por la combinación de una *interpretación de la condición* de la situación como concepto físico con la *reconsideración de interacciones*, determinando la finalización de la resolución.

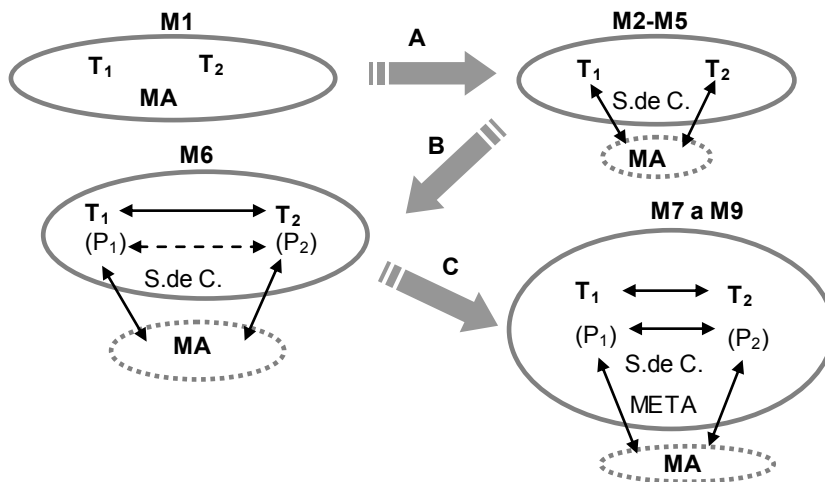
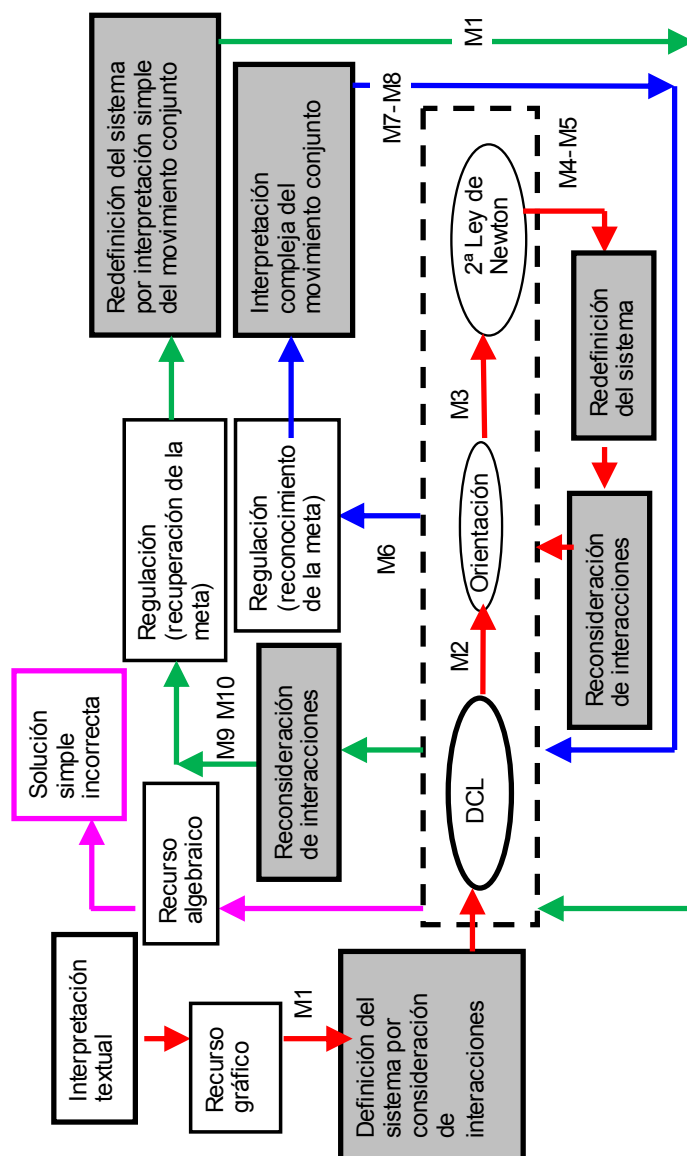


Figura 6.4. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP1 con enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos. (T_1 : elemento correspondiente a la camioneta, T_2 : elemento correspondiente a la carga, P_1 y P_2 propiedades de los elementos).

6.3.2.4b Esquema de resolución

El Esquema 4 representa la resolución de la SP1 correspondiente a María. Como puede observarse, el proceso de construcción y actualización del modelo es más simple que en los casos anteriores, con sólo dos entradas al operador central, mostrando una adecuada identificación del sistema.



Esquema 6.4. Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso María

6.3.2.5 Enunciado abstracto - sin gráfica - sin datos numéricos. Caso Raquel

En el Episodio 1: “Graficando la situación”, la alumna manifiesta la necesidad de dibujar la situación, incluyendo los dos cuerpos, el plano inclinado y la fuerza aplicada sobre el cuerpo inferior. Esta representación externa guía su proceso de solución y actúa como modelo mental de su percepción del

mundo. Relee el enunciado para asegurarse que incluyó todos los elementos mencionados en él.

Inmediatamente, en el Episodio 2: “Definición inicial del sistema” aplica el operador *consideración de interacciones* correspondiente al *esquema de resolución DCL*. Para ello, dibuja los dos cuerpos por separado respetando su ubicación y debajo de ellos una línea oblicua representando el plano inclinado. Trabaja con los dos cuerpos simultáneamente. Mientras indica las fuerzas sobre el cuerpo superior, va incluyendo los pares de acción y reacción en el cuerpo inferior. Determina el sentido de la fuerza de roce a partir de una definición incompleta: “... *si este cuerpo va a subir con éste... tiene que ser para abajo*”. Aunque sesgado, puede considerarse que su modelo es *dinámico* ya que es capaz de imaginarse el sentido de movimiento de los cuerpos. Desde ese modelo, infiere la existencia de las fuerzas de roce entre el cuerpo inferior y el piso, no mencionadas en el enunciado. La activación del operador *orientación espacial* se produce al manifestar la necesidad de fijar un sistema de coordenadas como guía para desarrollar el trabajo algebraico.

En el Episodio 3 “Focalizando el sistema” trabaja mecánicamente combinando ecuaciones, lo cual implica una manipulación algebraica del modelo en curso. Dando cuenta de un *sesgo (facilitador o de economía cognitiva)*, plantea únicamente las ecuaciones para el cuerpo superior y obtiene una expresión del coeficiente de roce en función de otra incógnita, la aceleración. En ese momento, observa el DCL del cuerpo menor y manifiesta que no puede ser que se mueva hacia arriba si no hay ninguna fuerza en ese sentido. Corrige la fuerza de roce y da por finalizada la solución, a través de un trabajo superficial, sin reconocimiento de datos, quizá debido al tipo de enunciado sin datos numéricos. El modelo en curso se ha “recortado”, centrándose sólo en uno de los elementos.

En el Episodio 4 “Estancamiento en el modelado” interviene el investigador sugiriendo una relectura del enunciado. La alumna manifiesta

resistencia a revisar el modelo, justificándolo, dando cuenta de un sesgo de confirmación (“... ya estaría...”).

En el Episodio 5 “Reconsiderando el sistema” revisando las ecuaciones manifiesta insatisfacción. Esto genera una nueva relectura que encauza el razonamiento de la estudiante, ya que logra detectar que la aceleración no se menciona. Reconoce entonces la necesidad de incluir las ecuaciones correspondientes al cuerpo inferior, expresando “*ya me parecía que no podía ser...que no las necesitara...*”. Aplica ahora la 2da. Ley de Newton para el cuerpo inferior, infiriendo la existencia de roce entre el mismo y el plano inclinado. Puede identificarse aquí la estrategia de *búsqueda hacia atrás*, que le permite reincorporar el elemento T1 (correspondiente a la camioneta) como elemento relevante.

El Episodio 6 “Trabajando con las ecuaciones” se caracteriza por un trabajo puramente algebraico, a través del cual arriba a la expresión de dos ecuaciones con dos incógnitas, dando por finalizada la resolución (*sí, tengo 2 ecuaciones con dos incógnitas... y...ya está resuelto el problema...*). De este modo, obtiene una solución compleja correcta pero incompleta.

6.3.2.5a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M1 (Figura 6.5), constituido por los elementos correspondientes a ambos cuerpos se genera por aplicación del operador *lectura textual*. El operador *consideración de interacciones* (**A**) genera modelos más completos. Como se ha mencionado en otros casos similares, los operadores correspondientes a las flechas interiores representan al operador general *interacciones-estado*, que involucra el reconocimiento de interacciones, la orientación y la aplicación de la 2ª ley de Newton.

El operador *redefinición del sistema en B*, aplicado durante el trabajo algebraico, partir de un sesgo de *economía cognitiva*, marca un modelo focalizado exclusivamente en el cuerpo superior. En **C** se reconoce un

operador complejo correspondiente a una *redefinición del sistema* (generado por una relectura del enunciado) combinado con una *interpretación de la condición* como concepto físico, que determina la reincorporación del cuerpo inferior en el modelo, a partir de lo cual se arriba a una solución inconclusa.

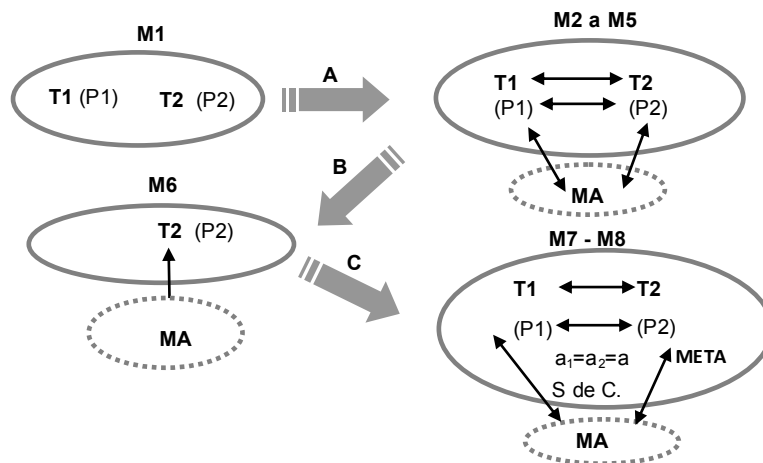
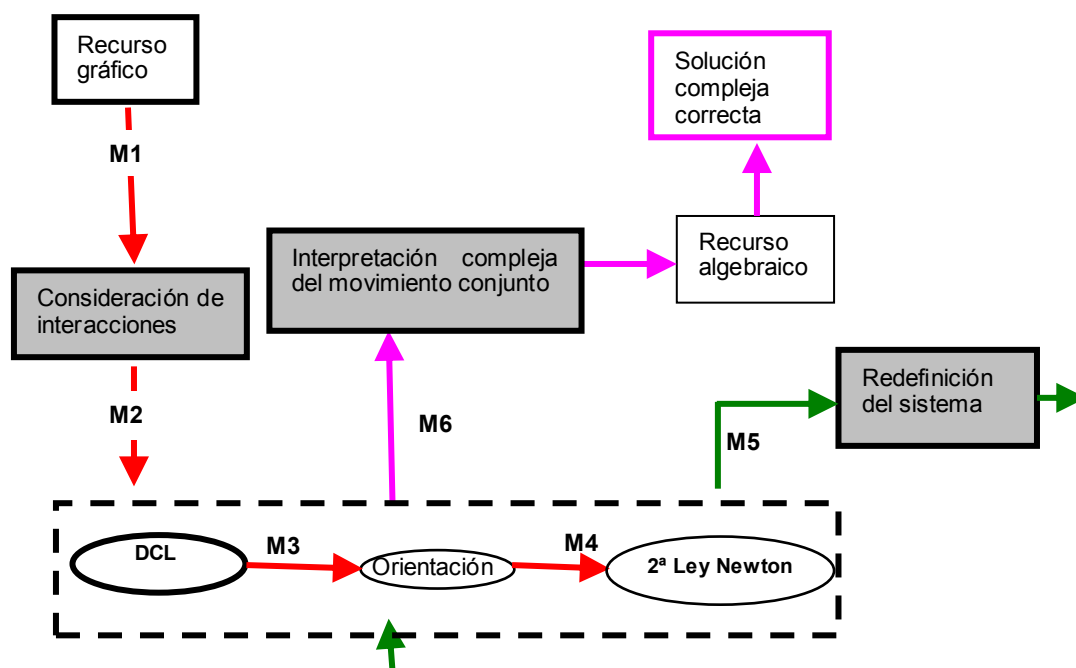


Figura 6.5. Diagrama de la evolución de los modelos en la resolución de la SP1 con enunciado abstracto, sin gráfica ni datos numéricos (T1: elemento correspondiente al cuerpo inferior, T2: al cuerpo superior).

6.3.2.5b Esquema de resolución

A continuación se presenta el esquema de resolución de la SP1 correspondiente a Raquel, donde puede observarse que es mucho más simple que los correspondientes a las versiones concretas. Efectivamente, se observan sólo dos entradas al operador central, ambas por una redefinición del sistema.



Esquema 6.5. Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado abstracto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Raquel.

6.3.2.6 Enunciado abstracto – con gráfica – sin datos numéricos. Caso Carlos

En el Episodio 1: “Definiendo el sistema de estudio” el estudiante reconoce de manera inmediata su sistema de estudio, constituido por los dos cuerpos. De este modo, el estudiante construye su modelo mental inicial fundamentalmente a partir del dibujo del enunciado (...*como vemos, tengo estos dos cuerpos 1 y 2...*). Dicho modelo está constituido por dos elementos correspondientes a ambos cuerpos.

Inmediatamente, en el inicio del Episodio 2: “Reconociendo gráficamente las interacciones”, utiliza el operador *consideración de interacciones* correspondiente al *esquema de resolución DCL* dibujando a los elementos como rectángulos, identificando, en primer lugar, las fuerzas aplicadas al cuerpo superior. Se produce un “*impasse*” antes de dibujar la fuerza de roce que le ejerce el cuerpo inferior. Expresa que esa fuerza “... *hace que no se deslice sobre la superficie*”, refiriéndose a la superficie del cuerpo inferior, y

decide que antes de asignarle un sentido, necesita analizar los pares de acción y reacción. Comienza entonces el DCL del cuerpo inferior. Recuerda y explicita la condición clave del problema, que la fuerza F “... *a pesar que la está empujando, la masa 1 no se desliza...y sigue con éste*”. Reconoce a la fuerza de roce como responsable de este efecto. Su modelo puede caracterizarse como *dinámico*, ya que no sólo es capaz de predecir los cambios y movimientos de las entidades representadas, sino que además establece relaciones causales.

En el Episodio 3: “Definiendo las fuerzas de roce”, el estudiante determina el sentido de la fuerza de roce en el cuerpo superior y su par de acción y reacción, a partir del análisis físico de la situación. Esto confirma su modelo como *dinámico*, ya que es capaz de imaginar la evolución del sistema. A partir de una relectura del enunciado decide no considerar la fuerza de roce entre el cuerpo inferior y el plano inclinado, ya que no se suministran datos del rozamiento entre ellos. Su actuación da cuenta de un *sesgo de economía cognitiva*.

El Episodio 4: “Trabajando con las ecuaciones I” se caracteriza por una manipulación algebraica del modelo en curso (operador *recurso algebraico*). Comienza, al igual que en el DCL, desarrollando las ecuaciones correspondientes al cuerpo superior. La activación del operador *orientación espacial* se produce al manifestar la necesidad de fijar un sistema de coordenadas como guía para desarrollar las ecuaciones, expresando que generalmente orienta el eje x “... *a favor del movimiento*”. Curiosamente, omite la fuerza de roce, a pesar de haberla incluido en el DCL correspondiente.

En el Episodio 5: “Trabajando con las ecuaciones II”, desarrolla las ecuaciones para el cuerpo inferior, incluyendo la fuerza de roce que le ejerce el otro cuerpo. Revisando las ecuaciones detecta que había omitido su par de acción y reacción en el cuerpo superior. Corrige las ecuaciones y se produce una pausa. Relee las consignas y explicita que ya respondió a la primera meta.

Se dispone a calcular el coeficiente de roce solicitado en la segunda consigna. De este modo, se produce una revisión y corrección de su modelo en curso a través de la manipulación algebraica del mismo.

En el Episodio 6: “Análisis físico de la situación”, a partir de la intervención del investigador, el estudiante logra recuperar el concepto de fuerza de roce estático máxima. Relaciona explícitamente esa fuerza de roce máxima con la fuerza F máxima del enunciado. Manifiesta que es capaz de imaginar la situación si cambian las condiciones impuestas (“... *un poquito más de fuerza y se cae*”), corroborando una vez más el carácter *dinámico* de su modelo, que le permite predecir el movimiento de los cuerpos representados y establecer relaciones causales.

En el Episodio 7: “Recuperación de la meta”, explicita sin dudar que las aceleraciones de ambos cuerpos son iguales. El modelo *dinámico* incluye así una relación causal entre los eventos representados: “... *si la carga no desliza, entonces la aceleración de los tres móviles es la misma...*”. Esto está indicando una exitosa resolución de la condición clave del problema (... *para que el cuerpo superior no deslice...*).

Finalmente, el Episodio 8: “Logro de la meta”, se caracteriza por el control de la meta; el estudiante ya reconoce en sus ecuaciones que el problema está resuelto. Si bien no obtiene la expresión final del coeficiente de roce en función de esos datos, en la relación algebraica hallada, lo reconoce como la única incógnita. De este modo el estudiante alcanza una solución correcta compleja e incompleta.

6.3.2.6a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial, constituido por los elementos correspondientes a ambos cuerpos se genera por aplicación del operador *lectura gráfica y textual*. El operador *consideración de interacciones (A)* mantiene los componentes del sistema identificados en M_1 , generando modelos más completos al incorporar

el reconocimiento de interacciones y aplicación de la relación causal entre fuerza resultante y aceleración. El operador *interpretación de la condición* de la situación como concepto físico (**B**) desencadena el trabajo algebraico que le permite arribar a la solución.

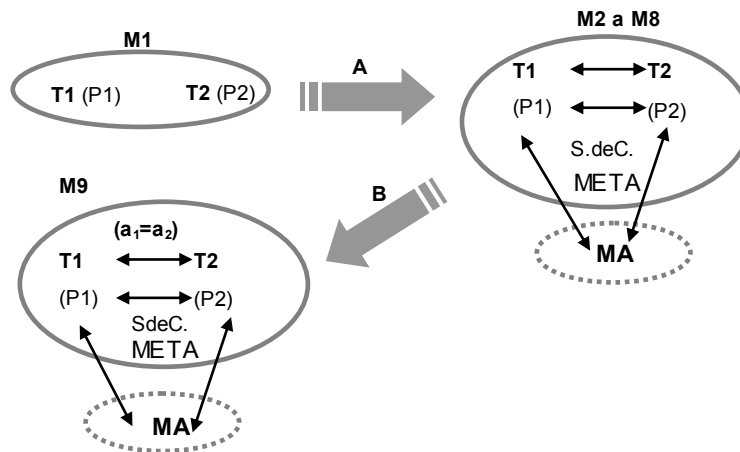
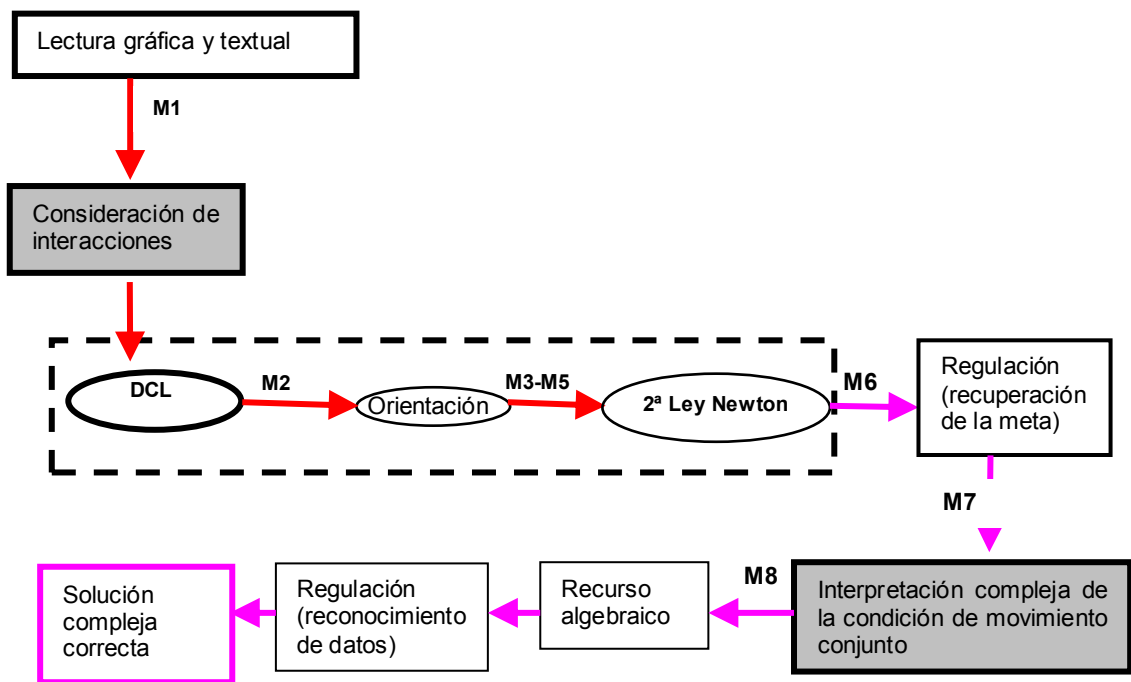


Figura 6.6. Diagrama de la evolución de los modelos en la resolución de la SP1 con enunciado abstracto, con gráfica y sin datos numéricos (T1: elemento correspondiente al cuerpo inferior, T2: al cuerpo superior).

6.3.2.6b Esquema de resolución

En el Esquema 6.6 se presenta la Resolución de la SP1 correspondiente a Carlos, en el cual puede observarse la simplicidad del proceso seguido por este estudiante, con una sola entrada al operador central.



Esquema 6.6. Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado abstracto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso Carlos.

6.3.2.7 Enunciado abstracto – con gráfica – con datos numéricos. Caso Ana

En el Episodio 1: “Reconociendo interacciones gráficamente”, la alumna aplica el operador *consideración de interacciones*, recuperando el *esquema de resolución DCL*. Para ello, dibuja los dos cuerpos involucrados en el enunciado, definiendo así su sistema de estudio. A partir de allí, llama “masas” a dichos cuerpos, identificando de este modo a cada elemento por una propiedad relevante. Es decir, incorpora implícitamente dicha propiedad desde el comienzo, inducida por el tipo de enunciado. Se centra, en primer lugar, en el cuerpo inferior (m_1). Dibuja la fuerza peso y luego la normal de sostén del plano y debe releer el enunciado antes de decidir si incluye la fuerza de roce entre esa masa y el plano. Es de destacar que esa búsqueda del dato se restringe a la descripción de la situación y no en las consignas. En esa relectura detecta que no se menciona la existencia de un coeficiente de roce, por lo cual decide no incluir esa fuerza en el DCL, manifestando, con una confusa justificación,

que el dato faltante es irrelevante. La estudiante da cuenta de un sesgo *facilitador* que la lleva a aceptar y justificar datos faltantes. Incorpora luego la fuerza externa F (sin indicar su par de acción y reacción), y la interacción normal ejercida por el cuerpo superior. Omite la fuerza de roce entre ambos cuerpos, quizá a partir de generalizar la búsqueda infructuosa de algún coeficiente de roce en la relectura anterior, infiriendo que no existe roce. Esto está indicando que ha olvidado la meta requerida en la segunda consigna. Puede inferirse que está trabajando mecánicamente, tratando de cumplir con la primera consigna: realizar los DCL a partir de la descripción de la situación brindada en el enunciado y la gráfica que lo acompaña. A continuación dibuja las fuerzas actuantes sobre el cuerpo superior: el peso, la normal de sostén ejercida por m_1 y en este caso incorpora una fuerza de roce entre ambos, infiriendo su sentido del sentido del movimiento de m_2 , a partir del dibujo de la situación: “*se va a caer para abajo, entonces la fuerza de roce es para arriba*”. Por lo tanto, su modelo en curso puede caracterizarse como *dinámico*, ya que le permite predecir el movimiento de los cuerpos representados, considerando además relaciones causales.

En el Episodio 2: “Resolviendo un problema tipo”, aplica el operador correspondiente a la recuperación de otro esquema de resolución: *la segunda ley de Newton*. Comienza la resolución algebraica sin explicitar el sistema de coordenadas que utiliza para orientarse en el plano. Por intervención de la investigadora lo dibuja, determinando el sentido positivo del eje paralelo al plano inclinado a partir del sentido de la fuerza externa F . El planteo de las ecuaciones es coherente con los diagramas, donde continúa ausente la fuerza de roce sobre m_1 debido a su contacto con m_2 . Para inducirle a reconsiderar esta omisión, la investigadora le insta a que verifique la presencia de todos los pares de acción y reacción. A partir de este análisis, detecta la fuerza ausente y completa el diagrama de m_1 . La prisa por realizar los DCL impide que se detenga a verificarlos y a responder completamente a la primera consigna,

donde se le requería explícitamente que incluyera los pares de acción y reacción. En las ecuaciones sigue sin distinguir la nomenclatura de las fuerzas sobre cada cuerpo. Por sugerencia del investigador, ante la decisión de la alumna de comenzar a operar, identifica las fuerzas correspondientes a cada cuerpo tanto en las ecuaciones como en los diagramas. Sin embargo, las masas m_1 y m_2 aparecen como m en las ecuaciones. La prisa por resolver mecánicamente un problema “tipo” guía sus acciones durante la resolución. Revisa superficialmente las ecuaciones, duda sobre la fuerza F , vuelve a releer y finalmente la reconoce como dato.

En el Episodio 3: “Camino directo a la meta”, se centra en el trabajo algebraico. Si bien había identificado las aceleraciones de ambos cuerpos como diferentes, inmediatamente aclara que son iguales. Es decir, manifiesta una interpretación compleja de la expresión “ m_2 no desliza sobre m_1 ”. Explicita que tiene “*dos ecuaciones con dos incógnitas*”, pero se muestra insegura ante el trabajo de combinar las ecuaciones para despejar esas incógnitas. Al mostrarse dispuesta a comenzar a operar la investigadora le llama la atención acerca de las masas supuestamente iguales, a partir de lo cual agrega los subíndices correspondientes. Manifiesta confusión en el reconocimiento de las fuerzas normales que logra salvar después de un rápido análisis. Trabaja aplicando una estrategia *hacia adelante* guiada por la meta, y si bien no llega a la expresión final del coeficiente de roce en función de los datos, obtiene una igualdad donde, efectivamente, ese coeficiente es la única incógnita. Expresa que “*...todos los valores son datos, así que puedo obtener el coeficiente de roce estático*”, pero no intenta calcularlo numéricamente. Alcanza una solución compleja correcta pero incompleta.

Cuando la alumna da por finalizada la resolución, en el Episodio 4: “Reflexiones guiadas”, el investigador interviene para indagar acerca de la causa de no haber analizado los pares de acción y reacción. La estudiante responde que, en cuanto al par de acción y reacción de la fuerza externa F ,

“...en el enunciado no dice quién lo hace”, y sugiere dibujar una mano en la cual ubica tal par. En cuanto a la omisión inicial de la fuerza de roce en el cuerpo inferior, expresa “...no me di cuenta”.

La investigadora pregunta luego acerca del tipo de la fuerza de roce actuante; la alumna lo reconoce inmediatamente como estático, mostrando un sólido conocimiento conceptual sobre el tema. Es capaz de predecir qué pasaría en condiciones límites (por ejemplo, si la fuerza F fuese mayor que la fuerza máxima dada como dato).

6.3.2.7a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

La comparación entre las Figuras 6.6 (caso Carlos) y 6.7 muestra la semejanza detectada en las resoluciones. En realidad, en cuanto al enunciado, éste sólo difiere en la presencia o no de datos numéricos. En el caso de Ana, el operador *lectura gráfica y textual* genera el modelo inicial M1 (Figura 6.7), constituido por los elementos correspondientes a ambos cuerpos. El operador *consideración de interacciones (A)* determina modelos que van evolucionando en el reconocimiento de interacciones y la aplicación de una relación causal entre fuerza resultante y aceleración (2ª Ley de Newton). Arriba a la solución a partir del operador complejo *reconsideración de interacciones* combinado con la *interpretación de la condición de la situación como concepto físico (B)*, que desencadena el trabajo algebraico.

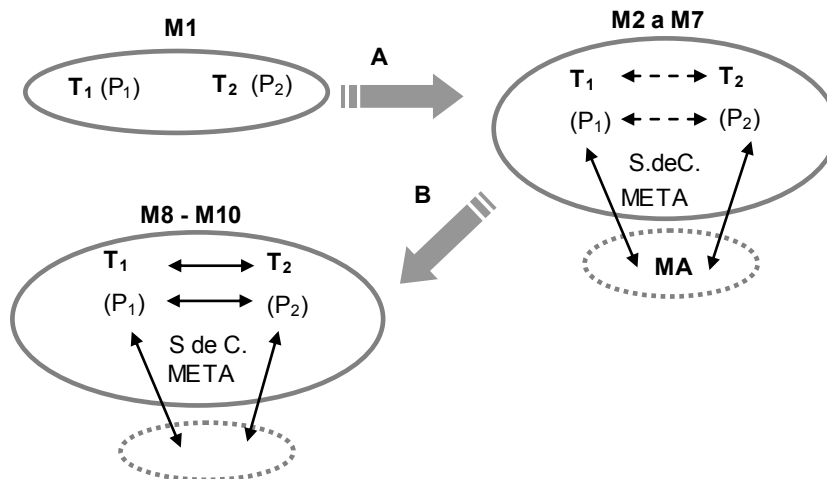
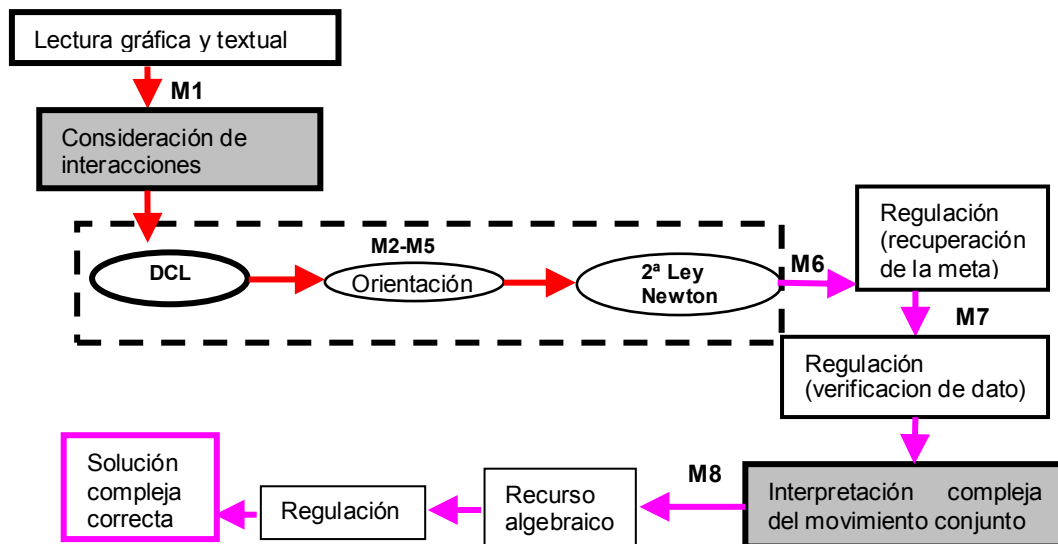


Figura 6.7. Diagrama de la evolución de los modelos en la resolución de la SP1 con enunciado abstracto, con gráfica y con datos numéricos (T1: elemento correspondiente al cuerpo inferior, T2: elemento correspondiente al cuerpo superior).

6.3.2.7b Esquema de resolución

El esquema 6.7, que se muestra a continuación, corresponde a la resolución de la SP1 de Ana, que representa un proceso de resolución simple, con sólo una entrada en el operador interacciones – estado, que determina, desde un principio, el camino de solución compleja y correcta.



Esquema 6.7. Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado abstracto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Ana.

6.3.2.8 Enunciado abstracto – sin gráfica – con datos numéricos. Caso Pablo

En el Episodio 1: “Trabajo gráfico”, después de leer el problema, el alumno manifiesta de forma espontánea e inmediata la necesidad de hacer un dibujo de la situación descrita en el enunciado. Reconoce implícitamente dos elementos correspondientes a los dos cuerpos superpuestos, identificándolos a través de una de sus propiedades relevantes: su masa. De este modo, nombra al cuerpo superior como m_2 y al inferior m_1 , respetando la nomenclatura del enunciado. Dibuja el plano, los bloques y la fuerza aplicada, identificando m_1 , m_2 , el ángulo α y la fuerza F . A través del operador *consideración de interacciones* recupera un esquema de resolución típico de los problemas de dinámica, hace los DCL de los dos cuerpos simultáneamente, sin distinguir los nombres de las fuerzas sobre cada uno de ellos. Además de los pesos, las fuerzas normales y las fuerzas entre ambos cuerpos, incluye la fuerza de roce entre el cuerpo inferior y el piso, a pesar que no se menciona en el enunciado textual la existencia de este rozamiento. Se detecta aquí un sesgo *facilitador* ya que considera que ese roce existe y es un dato, continuando así con la resolución. Duda con el sentido de las fuerzas de roce entre los cuerpos y muestra confusión para identificar los pares de acción y reacción y su simbología. En este episodio su modelo mental va evolucionando ya que, además de los elementos correspondientes a los cuerpos presentes en su modelo inicial, incorpora una relación entre elementos (los vectores que representan la fuerza de roce y las normales entre los cuerpos) y relaciones entre los elementos y el medio ambiente (vectores correspondientes a las fuerzas peso, normal y de roce con el piso del cuerpo inferior). Incorpora además un nuevo elemento: el sistema de coordenadas como guía antes de comenzar los DCL. Al final de este episodio queda claro que su modelo mental está compuesto por dos elementos: T1 y T2, con sus correspondientes relaciones entre sí y con el medio ambiente.

El Episodio 2: “Trabajo algebraico simplificado”, comienza con la aplicación directa de la Segunda Ley de Newton, pero sólo al cuerpo superior y en la componente paralela al movimiento. Es decir, el modelo se reduce a ese elemento, incorporándose una propiedad inferida: su aceleración, al igual que la del cuerpo inferior que pasó a formar parte del medio ambiente, es nula.

En el Episodio 3: “Análisis guiado por la meta”, el estudiante relee el enunciado, manifestando dificultades para comprender la frase: “*m₂ no desliza sobre m₁*”, expresando dudas respecto al movimiento relativo y el reposo. Trata de explicar en forma confusa el valor nulo que le asignó a la aceleración del cuerpo superior, dando cuenta de un *modelo sesgado*. Pero esta reflexión lo lleva a concluir que la masa superior “*sí se mueve*” respecto al sistema fijo al plano inclinado. Al final de este episodio, el modelo metal en curso presenta un cambio importante respecto al anterior, la velocidad del cuerpo superior no es nula.

En el Episodio 4: “Interpretando el movimiento para lograr la meta” considera que el cuerpo superior está en reposo con respecto al inferior, moviéndose ambos cuerpos con la misma aceleración. A partir del trabajo algebraico, detecta, por relectura rápida del enunciado, que no tiene datos acerca del roce entre el cuerpo inferior y el piso. El investigador interviene ante un elemento distractor que le impide avanzar en la resolución. Como respuesta, y dando cuenta de un sesgo facilitador, el estudiante asume que la fuerza de roce con el piso es nula y sigue con el trabajo algebraico. Se detecta un trabajo regulado, guiado explícitamente por la meta. Deja expresada una relación donde la única incógnita es el coeficiente de roce, sin despejar ni calcular, obteniendo una solución compleja correcta aunque incompleta. En su expresión final reafirma la consecuencia de la condición impuesta en el enunciado: ambos cuerpos deben tener la misma aceleración.

6.3.2.8a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M1 (figura 6.8), constituido por los elementos correspondientes a ambos cuerpos se genera por aplicación del operador *recurso gráfico*. El operador *consideración de interacciones (A)* determina nuevos modelos compuestos por los elementos correspondientes a ambos cuerpos y sus interacciones. El operador complejo (B) involucra una *redefinición del sistema* y una *interpretación simple de la condición de la situación* como concepto físico. Se aplica durante el trabajo algebraico, generando un cambio radical en el modelado al focalizarse y seleccionar implícitamente al cuerpo superior como el elemento relevante.

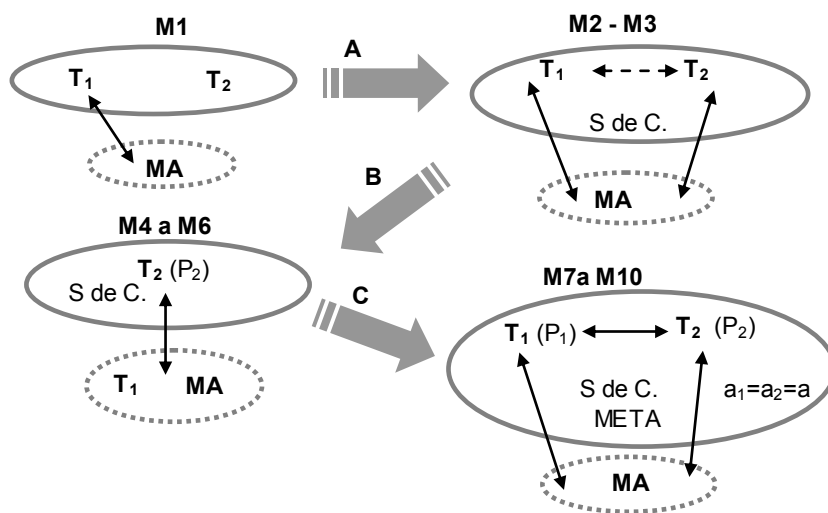
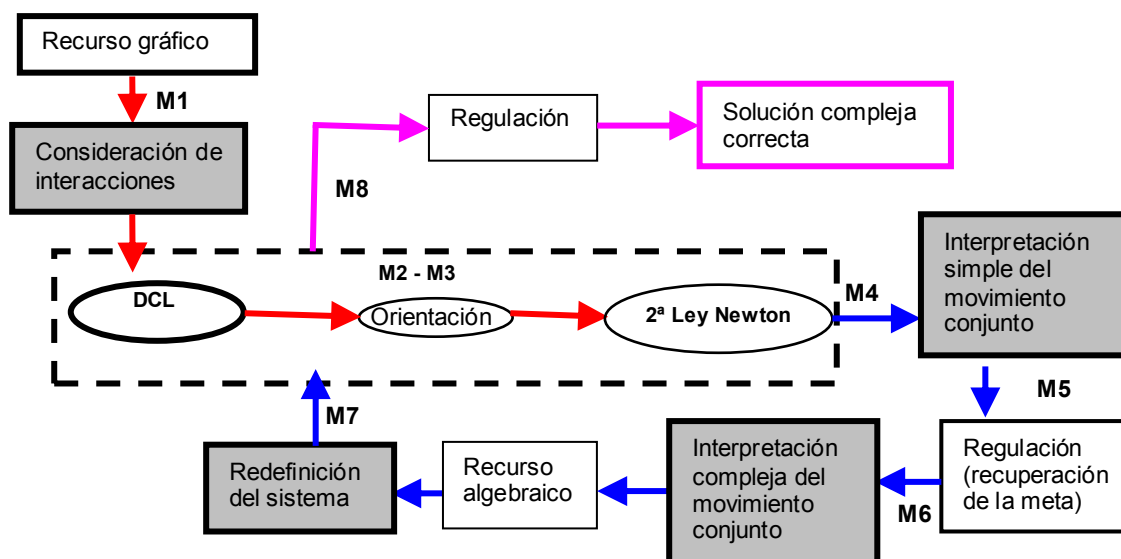


Figura 6.8. Diagrama de la evolución de los modelos en la resolución de la SP1 con enunciado abstracto, sin gráfica y con datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al cuerpo inferior, T_2 : al cuerpo superior).

La flecha **C** representa un operador complejo que combina una *redefinición del sistema* con la *interpretación de la condición de la situación* como concepto físico. Esto marca un nuevo cambio en el modelado al incluir el cuerpo inferior y desencadena el desarrollo de una solución compleja.

6.3.2.8b Esquema de resolución

El Esquema 6.8 representa el proceso de resolución de la SP1 de Pablo, con una circulación bastante simple. Los retornos al operador central se dan por redefiniciones del sistema.



Esquema 6.8. Representación del proceso de resolución de la SP1 con enunciado abstracto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Pablo.

6.3.3 Análisis interpretativo de la Situación problemática 2

A continuación se detalla el análisis interpretativo de las actuaciones de los mismos estudiantes al resolver la Situación problemática 2 en las versiones indicadas en la Tabla 6.1. Como en la Situación problemática 1, se presentarán primero los casos relativos a los enunciados concretos y después los de los enunciados abstractos.

6.3.3.1 Enunciado concreto – con gráfica – sin datos numéricos. Caso Raquel

En el Episodio 1: “Reconociendo interacciones”, la alumna manifiesta su decisión de reconocer las interacciones. Partiendo del operador *orientación espacial*, aplica el correspondiente al esquema de resolución *diagrama del*

cuerpo libre (DCL). A continuación grafica esquemáticamente los dos objetos dibujados sobre el sistema de coordenadas. En el camión identifica sólo el peso y la normal con el piso, sin considerar las interacciones con el otro elemento. A continuación se dispone a analizar las interacciones actuantes sobre el papel. Su modelo mental, desde el comienzo incluye a los dos elementos del sistema como relevantes.

El Episodio 2 “Reconociendo la condición impuesta al papel” comienza con un análisis de la situación. A partir de una relectura del enunciado recupera la situación del papel: “*queda adherido a su parabrisas*”. Aplicando el operador *interpretación de la condición* impuesta en el enunciado, interpreta “*queda adherido*” como “*el papel no se puede caer*”, asociándola a la existencia de una fuerza ejercida por el viento en la dirección del movimiento que “*comprimiría*” al papel impidiendo que deslice hacia abajo, dando cuenta de un *sesgo de creencia*, con una fuerte carga perceptiva. Continuando con el reconocimiento de fuerzas, dibuja el peso pero no las fuerzas de contacto papel-parabrisas. No detecta la incoherencia entre los DCL y el sentido de la aceleración fijado en el enunciado, manifestando una disociación entre el análisis de las interacciones y la situación que trata de explicar. En este estadio, el modelo mental de Raquel, si bien ha evolucionado, está sesgado por la ausencia de las fuerzas de contacto entre el camión y el papel. Culmina este episodio recuperando la meta por relectura.

En el Episodio 3. “Incorporando la fuerza de roce”, a partir de la *recuperación de la meta* reconoce que no incluyó una fuerza de roce entre el papel y el parabrisas del camión. Aplica una *búsqueda hacia atrás* que le permite revisar su modelo en curso, incorporando las interacciones. La meta está ausente en su memoria de trabajo ya que manifiesta reiteradamente su necesidad de recuperarla, dando cuenta de un modelo mental generado a partir del dibujo, con una lectura superficial del texto. En este momento. Su discurso

se centra en el análisis de las fuerzas sobre el papel, focalizando su modelo en el papel.

En el Episodio 4. “Reconsideración de la condición impuesta al papel”, recupera luego otro esquema de resolución: *la segunda ley de Newton* que completa el operador *interacciones – estado*, generando un nuevo modelo que incluye propiedades de los elementos y relaciones entre ellos. Sigue con una actividad mecánica, traduciendo en ecuaciones su modelo en curso y releendo nuevamente el enunciado en busca de la meta. Se produce entonces una *interpretación de la condición de movimiento conjunto* que es errónea, ya que considera que el papel está quieto, confundiendo reposo con respecto a la Tierra con reposo relativo: Aquí se reconoce un sesgo *facilitador*, ya que esta suposición le permitiría hallar una solución inexacta pero inmediata. Sólo por orientación externa, reflexiona, releo, revisa los DCL y reconoce que el papel en realidad se mueve con el camión. A partir de esto vuelve a incorporar al camión en su modelo. Tampoco en la forma algebraica es capaz de detectar la contradicción señalada en el episodio anterior³⁶.

En el Episodio 5: “Solución inconclusa”, después de recuperar la meta por relectura del enunciado, trabaja con las ecuaciones correspondientes a ambos elementos. Se focaliza luego en las ecuaciones del papel y obtiene una expresión del coeficiente de roce en función de la fuerza del viento, que no se menciona en el enunciado. Salva este conflicto con una hipótesis ad-hoc: “*supongo que la conozco*” y da por finalizada la resolución con la expresión obtenida. Pero implícitamente reconoce a esa fuerza del viento como la normal ya que la usa para determinar la fuerza de roce. La estudiante alcanza, pues, una solución incorrecta e incompleta, dando cuenta de un sesgo *facilitador* y de *creencia* que le llevan a aceptar y justificar datos faltantes.

³⁶ Todos los términos del primer miembro son negativos por lo cual el segundo miembro también lo será. Es decir, de la ecuación anterior se obtendrá una aceleración a negativa.

6.3.3.1a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M1 (Figura 6.9), constituido por los elementos correspondientes al camión y al papel se genera por aplicación del operador *lectura gráfica y textual*. El operador consideración de interacciones **(A)** mantiene los elementos del sistema identificados en M1, incorporando sus interacciones sólo con el medio ambiente. De este modo, se generan modelos más completos. El operador *redefinición del sistema* con reconsideración de interacciones aplicado a continuación **(B)** determina un modelo centrado en el papel y la incorporación de la interacción debida al roce entre el vidrio y el papel. El operador *interpretación de la condición de la situación como concepto físico* se aplica dos veces sucesivas: en primer lugar **(C)** genera un modelo en el cual se confunde reposo con reposo relativo y en segundo lugar **(D)**, por intervención externa, se asigna la misma aceleración a ambos cuerpos. Finalmente, el operador **E** corresponde a una *redefinición del sistema*, que genera, durante el trabajo algebraico, un cambio en el modelado al focalizarse, y seleccionar implícitamente al papel como el elemento relevante y dar por finalizada la solución.

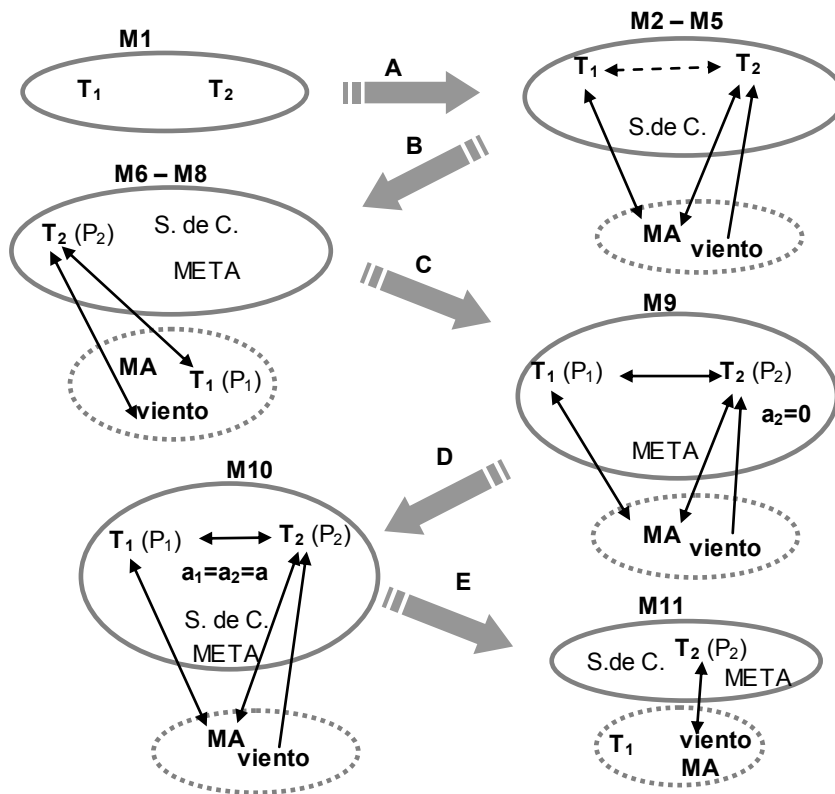


Figura 6.9. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado concreto, con gráfica y sin datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al camión, T_2 : elemento correspondiente al papel, P_1 y P_2 : propiedades de los elementos).

6.3.3.1b Esquema de resolución

En el Esquema 6.9 se representa la resolución de la SP2 correspondiente a Raquel, donde el desarrollo de la resolución presenta varias entradas y salidas al rectángulo central correspondiente al operador de evolución *interacciones – estado*. Dichas entradas se dan, fundamentalmente, por repetidos análisis de las interacciones actuantes sobre el papel.

6.3.3.2 Enunciado concreto – sin gráfica – sin datos numéricos. Caso Pablo

En el Episodio 1 “Visualización de la situación planteada”, relea la condición (“...*un papel queda adherido en su parabrisas vertical*”), Inmediatamente representa, mediante un dibujo (operador *recurso gráfico*), la situación enunciada en el texto. Así, se observa que su dibujo es figurativo, incluyendo el camión y el papel en su parabrisas. Esto da indicios de un modelo mental inicial compuesto por los elementos correspondientes al camión y el papel. A partir de la recuperación de la condición de que el papel “*quede adherido*”, y de su explicación: “... *claro, para que se mueva con el camión*” puede considerarse a tal modelo como *dinámico*, pues no sólo predice el movimiento de los cuerpos sino que además establece relaciones causales.

El Episodio 2 “Disociación del sistema” comienza con la aplicación del operador *consideración de interacciones*, recuperando el *esquema de resolución* correspondiente a la representación gráfica de las interacciones reconocidas por la estudiante (DCL). La activación del operador *orientación espacial* se produce como paso previo y queda formalizada mediante la representación de un sistema de coordenadas. Realiza los DCL sobre dibujos figurativos elementales del camión y el papel, comenzando con el camión. Infiere la existencia de una fuerza de roce entre el piso y las ruedas en sentido opuesto a la aceleración. Es como si el recuerdo de la consigna “*¿cuál es el coeficiente de roce...?*” le llevara a recuperar la existencia de roce en general, dando cuenta de un *sesgo facilitador*.

En el DCL del papel, después de dibujar el peso, determina el sentido de la fuerza de roce papel-camión a partir de una inferencia causal, al explicitar que la dibuja hacia arriba porque “*algo tiene que haber para que no se caiga*”. No considera el carácter de interacción de la fuerza de roce, ya que no incluye su reacción en el camión. Por intervención externa analiza los pares de acción y reacción y detecta la ausencia de tal reacción. El operador *redefinición del*

sistema por disociación de sus componentes genera un cambio en el modelo al incluir como elemento relevante el parabrisas disociado del camión. A partir de allí, dibuja el parabrisas como un tercer elemento del sistema, dibujando en él las fuerzas de contacto. Manifiesta una manipulación del modelo inicial, el cual se ha engrosado incluyendo 3 elementos: el camión, el parabrisas y el papel.

En el Episodio 3 “Focalización del sistema en el trabajo algebraico” el estudiante comienza por revisar rápidamente los DCL y, manifestando un *sesgo de confirmación*, considera que ya está en condiciones de calcular. No detecta la contradicción entre esos diagramas y la aceleración fijada en el enunciado. Aplica luego el operador correspondiente al esquema de resolución *2ª Ley de Newton*, a fin de operativizar la resolución. Pero antes de comenzar con ese planteo necesita *recuperar la meta*, que no ha retenido en su memoria de trabajo. A partir del análisis algebraico de las ecuaciones correspondientes al papel detecta que no ha incluido ninguna fuerza en la dirección del movimiento. Expresa que el papel “*se queda en el vidrio*” y se lo atribuye a una “fuerza del viento”. El estudiante da cuenta de un *sesgo facilitador* y de *creencia* que le llevan a aceptar y justificar datos faltantes. No es capaz de manipular su modelo y “ver” en su nuevo DCL que las fuerzas que tuvo en cuenta no pueden justificar el sentido fijado a la aceleración. Sin detectar esta contradicción, recupera automáticamente el esquema de resolución correspondiente a la Segunda Ley de Newton. Después de escribir las ecuaciones correspondientes al papel, recupera la meta por relectura y detecta que no incluyó la fuerza normal, necesaria para calcular el coeficiente de roce. La incluye en el papel, pero en el mismo sentido de la fuerza del viento, como si la reforzara.

En el Episodio 4: “Análisis del movimiento del papel”, a partir del operador *interpretación de la condición*, de la expresión: “...*un papel queda adherido en su parabrisas vertical*” infiere que el papel y el camión tienen la misma aceleración. En este estadio se ha producido una manipulación parcial

del modelo en curso, incorporando como dato una variable cinemática: la aceleración del papel. El modelo final de este episodio se ha focalizado en el papel como el elemento relevante del sistema.

El Episodio 5 “Fin de la resolución” se centra nuevamente en el trabajo algebraico sólo con la ecuación del papel, obteniendo una expresión del coeficiente de roce en función del peso del papel y la normal del papel. El operador *regulación* le lleva a expresar que halló la solución, porque “*son todos datos*”. Ante la pregunta de la investigadora acerca del valor de la fuerza normal incluida, si bien detecta que no es un dato en el enunciado expresa que “*supongo que la conozco*” y da por finalizada la resolución. Alcanza así una solución incorrecta e incompleta, dando cuenta de un sesgo de confirmación y evidencia resistencia a revisar el modelo.

6.3.3.2a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M1 (Figura 6.10), se genera por aplicación del operador *interpretación textual*. El operador complejo (A) corresponde a una *definición del sistema por consideración de interacciones*. A continuación, el operador *redefinición del sistema*. (B) genera modelos donde el sistema está disociado, pero focalizado en el papel como el elemento relevante. La flecha C representa al operador *consideración de interacciones* e implica la incorporación de una interacción de alto contenido perceptivo (fuerza del viento). Los operadores correspondientes a las flechas en el interior de las elipses representan al operador general: *interacciones - estado*, centrado en el reconocimiento de interacciones, la orientación y la aplicación de una relación causal entre fuerza resultante y aceleración. Finalmente, el operador complejo *redefinición del sistema* combinado con la *interpretación de la condición de la situación como concepto físico* (D) le permite plantear una solución ilusoria.

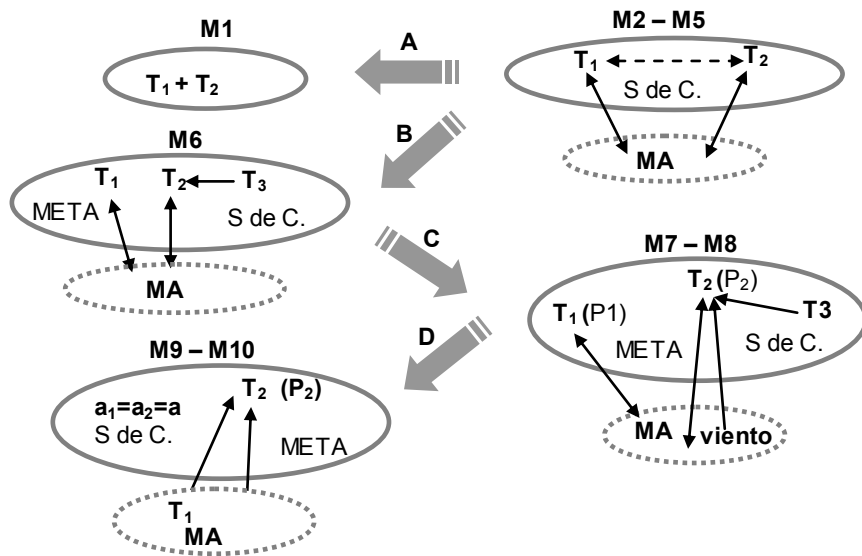
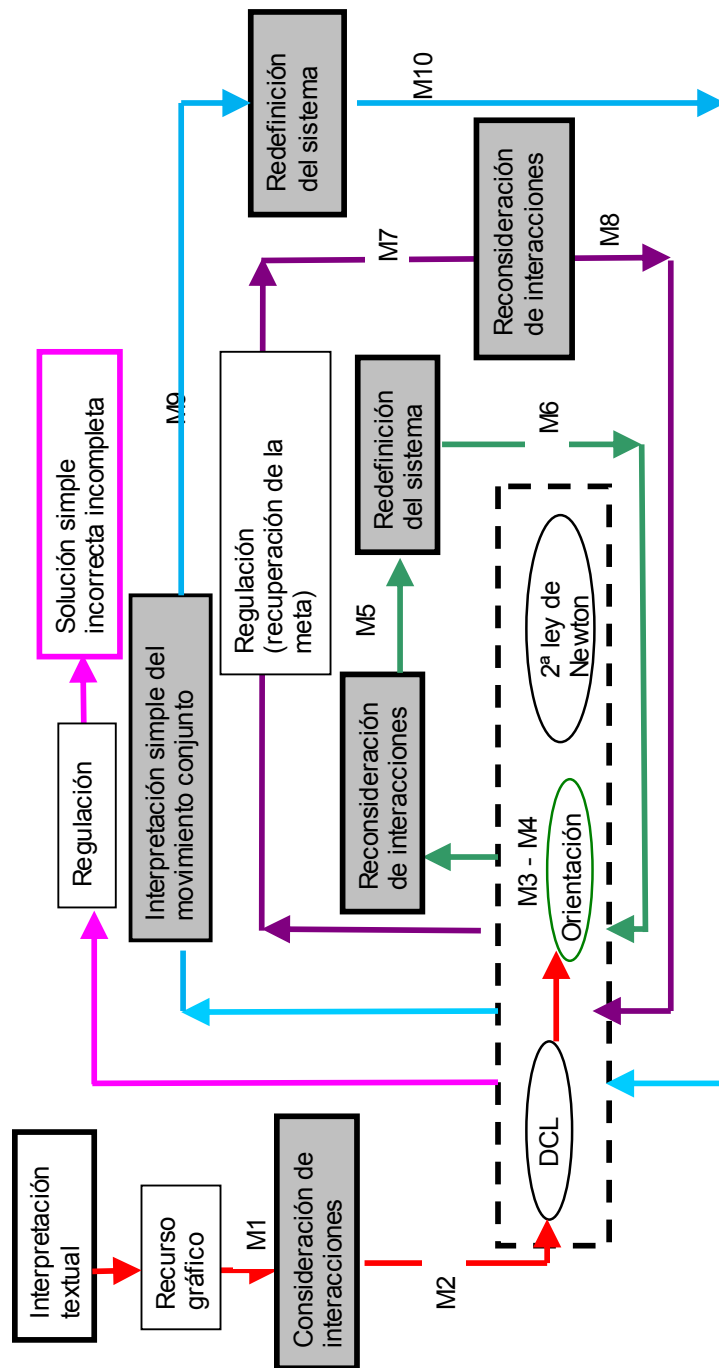


Figura 6.10. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al camión, T_2 : al papel, T_3 : al parabrisas; P_1 y P_2 : propiedades de los elementos T_1 y T_2 , MA: medio ambiente).

6.3.3.2b Esquema de resolución

El Esquema de resolución 6.10 correspondiente a Pablo, donde puede observarse un proceso complejo, con varias entradas al operador central, tanto por un cambio en los elementos considerados relevantes como por correcciones en las fuerzas actuantes sobre esos elementos.



Esquema 6.10. Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado concreto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pablo.

6.3.3.3 Enunciado concreto – con gráfica – con datos numéricos. Caso Carlos

En el Episodio 1 “Reconociendo la situación”, el alumno relee selectivamente las condiciones que considera relevantes en la situación presentada: “*el camión tiene una aceleración constante a* ” y “*el papel no tiene que deslizar*”. Lee y se detiene a observar el dibujo, dando muestra de una lectura textual y gráfica comprensiva de

la situación. Identifica así desde un primer momento los elementos que constituirán su sistema de estudio.

En el Episodio 2 “Integrando los elementos del sistema”, explicita los elementos relevantes de su modelo al anunciar que hará los diagramas de cuerpo libre del camión y el papel como primer paso para calcular “*lo que me piden*”. La información del texto del enunciado y la gráfica que lo acompaña le permiten conformar su modelo situacional seleccionando los elementos relevantes.

Aplicando la estrategia de *búsqueda hacia adelante*, el estudiante recupera el esquema de resolución *diagrama del cuerpo libre (DCL)* aplicando el operador *reconocimiento de interacciones*. Dando cuenta de un sesgo *facilitador* lo hace sobre un dibujo figurativo del camión unido al papel en lugar de hacer un DCL para cada elemento por separado. Incluye una fuerza de rozamiento entre el camión y el piso, a pesar que no se menciona en el enunciado textual la existencia de tal rozamiento. El modelo mental correspondiente al episodio anterior ha evolucionado, pero es un *modelo sesgado* por análisis parcial, ya que hay interacciones ausentes como consecuencia de haber representado al camión con el papel como un todo. Sin embargo, incluye la fuerza de roce sobre el papel que reconoce como responsable de que el mismo “*no se caiga*”. Incorpora además una fuerza ejercida por el viento, de la cual no se dan datos en el enunciado, para justificar “*que el papel no se vaya*”. Por otro lado, este estudiante no detecta, a través de

un análisis gráfico, que no puede justificar el sentido de la aceleración, dando cuenta de un *sesgo facilitador*, ya que no relaciona el diagrama con la situación que describió en el primer episodio.

En estas condiciones, da por finalizado el diagrama de fuerzas, sin detectar las contradicciones, y se dispone a operar algebraicamente. Antes relea el enunciado a fin de recuperar la meta.

El Episodio 3 “El trabajo algebraico redefine el sistema” se caracteriza por la aplicación de la 2ª ley de Newton. En este planteo algebraico analiza las interacciones actuantes en ambos cuerpos por separado, sin detectar las contradicciones e interacciones ausentes. Hay una *redefinición del sistema*: su modelo mental, que había quedado desdibujado en el episodio anterior, está compuesto ahora por los dos elementos identificados en un principio. Recién en el planteo algebraico del modelo trata a ambos cuerpos por separado, incluyendo las interacciones que considera están actuando en cada uno. En este episodio se produce además una relectura para recuperar la meta y la *interpretación de la condición* de la situación como concepto físico, al considerar que la aceleración de ambos elementos es la misma.

En el Episodio 4 “Hallando una solución ilusoria” el alumno se centra exclusivamente en las ecuaciones correspondientes al papel (antes vuelve a releer la meta). En la dirección del movimiento considera que la fuerza del viento es la causa de la aceleración del papel, sin detectar las inconsistencias entre el DCL y el sentido de la aceleración. Expresa que “*en realidad... esa fuerza del viento viene a ser como la normal...*” y obtiene una expresión simple pero incoherente del coeficiente de roce (signo negativo). Dando cuenta de un *sesgo de simplicidad y de confirmación* da por finalizada la resolución, sin intentar hacer los cálculos. Alcanza una solución incorrecta e incompleta.

6.3.3.3a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M1 (Figura 6.11) se genera por aplicación del operador *lectura gráfica y textual*. El operador de evolución complejo (**A**) corresponde a la *redefinición del sistema por consideración de interacciones*. Los operadores correspondientes a las flechas en el interior de las elipses representan al operador general: *interacciones - estado*, centrado en el reconocimiento de interacciones, la orientación y la aplicación de una relación causal entre fuerza resultante y aceleración.

El operador *consideración de interacciones* (**B**) ahora permite incorporar una interacción de alto contenido perceptivo como lo es la fuerza del viento. La nueva aplicación del operador *redefinición del sistema por consideración de interacciones* (**C**) genera modelos donde el camión y el papel aparecen disociados. En **D** vuelve a aplicarse una *redefinición del sistema*, pero ahora conjuntamente con la *interpretación de la condición*, determinando una focalización del sistema con la consiguiente transformación de la condición de la situación en concepto físico. Se genera así el modelo final que contiene a la meta y lleva a una solución ilusoria.

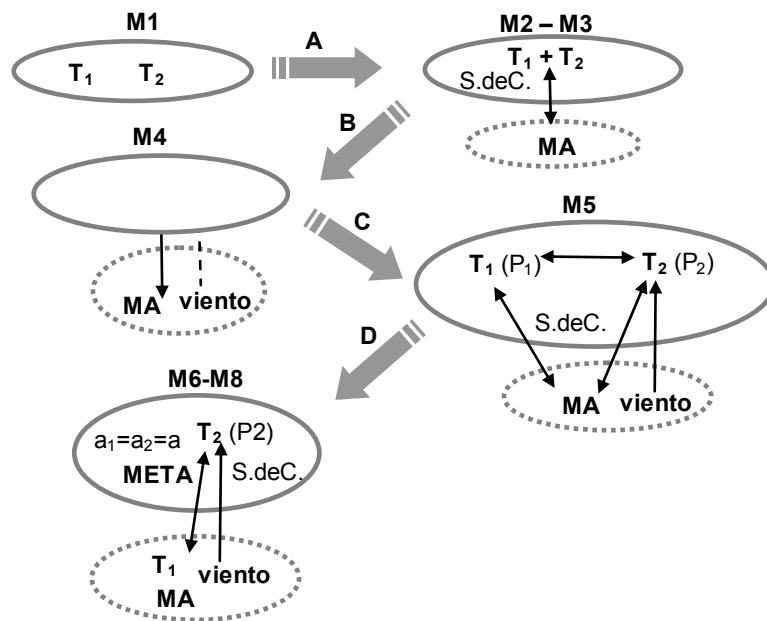
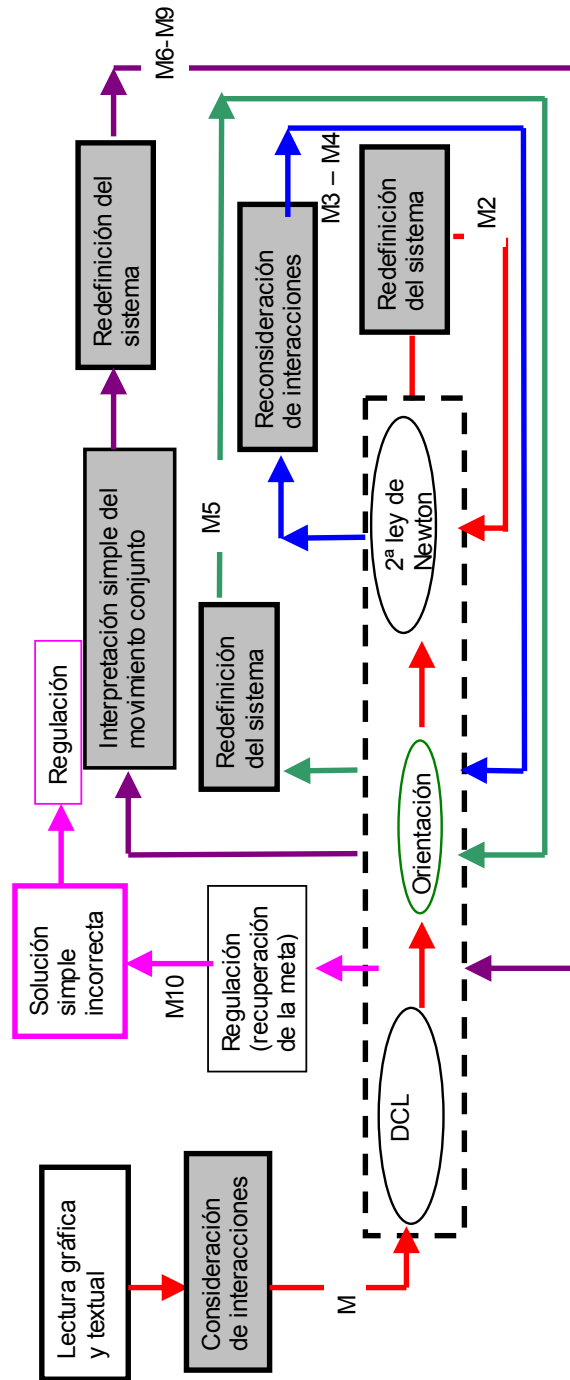


Figura 6.11. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la Situación 2 con enunciado concreto con gráfica y con datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al camión, T_2 : elemento correspondiente al papel; P_1 y P_2 : propiedades de los elementos T_1 y T_2).

6.3.3.3b Esquema de resolución

El Esquema 6.11 representa la resolución de la SP2 correspondiente a Carlos, con varias entradas al operador *interacciones - estado*. En este caso también tales retornos se producen por correcciones en la consideración de las fuerzas actuantes o por redefiniciones del sistema de estudio.



Esquema 6.11. Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado concreto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Carlos.

6.3.3.4 Enunciado concreto – sin gráfica – con datos numéricos. Caso Ana

En el Episodio 1: “Transformación de la situación concreta en abstracta”, la alumna manifiesta la necesidad de representar gráficamente la situación (operador *recurso gráfico*). En primer lugar aplica el operador *orientación espacial* al identificar el sistema de coordenadas. Realiza luego un dibujo figurativo elemental, casi esquemático del camión, indicando su masa M . Mientras dibuja va describiendo en voz alta la situación descrita en el enunciado.

Hay signos de interpretación y codificación del texto, ya que en lugar de aceleración fija dice aceleración *constante*. Relee luego la condición central del problema asociada a la posición del papel: “*queda adherido en su parabrisas vertical*”. Dibuja el papel como otro cuadrado más pequeño ubicado delante del dibujo que representa al camión. En este momento su modelo mental inicial incluye dos elementos correspondientes al camión y el papel y está en el mismo estado que si el enunciado hubiera sido abstracto.

En el Episodio 2: “Reconociendo la condición impuesta al papel” la estudiante escribe μ_e en la superficie de contacto vertical y dibuja un vector indicando el sentido de la aceleración. En esta etapa de comprensión del enunciado, la alumna da muestras de su codificación al “traducir” la condición impuesta al papel “... *queda adherido...*”, transformándola en una proposición negativa. Destaca así, qué es lo que no tiene que suceder (“... *el papel no se tiene que caer*”) para que esta condición se cumpla. Esto permite inferir que está construyendo un modelo *dinámico*, que le permite predecir el estado de movimiento del papel, sin establecer aún relaciones causales. En este episodio hay muestras de retención de la meta.

Comienza el Episodio 3: “Reconociendo interacciones” aplicando el operador correspondiente al *reconocimiento de las interacciones* a través del *diagrama de cuerpo libre* (DCL) con la intención de aplicarlo a ambos elementos del sistema. Realiza primero el correspondiente al camión,

reconociendo sólo su peso, sin incluir las fuerzas de contacto con el papel ni la normal ejercida por el piso. Con las interacciones que dibuja, es imposible que el camión se esté moviendo aceleradamente hacia delante. Puede interpretarse que la alumna no considera al camión como un elemento relevante de la situación pero su representación para dibujar las fuerzas muestra que lo considera parte de su sistema. Sigue con el DCL del papel en el cual reconoce el peso y la normal ejercida por el parabrisas del camión, pero en sentido contrario al movimiento, comprimiendo al papel sobre el vidrio. Recupera luego la meta a través de una relectura de la consigna, generando una asociación a partir de la cual toma conciencia de la ausencia de la fuerza de roce en los DCL. A partir de allí completa los diagramas incluyendo la fuerza de roce entre camión y papel en el sentido correcto en ambos elementos.

En el Episodio 4: “Reconsideración de la condición impuesta al papel partir del trabajo algebraico”, la estudiante se muestra conforme con los diagramas y se dispone a aplicar el operador correspondiente a la 2ª Ley de Newton por componentes. Esto indica que no hace una lectura comprensiva de los diagramas de fuerzas. No detecta tampoco en las ecuaciones la incoherencia con el movimiento supuesto. En principio no nombra a la aceleración ni la incluye en el planteo algebraico. Pero luego explicita que el camión y el papel están acelerados, e incluye esta variable cinemática, considerando implícitamente que ambos tienen la misma aceleración. La consideración de las fuerzas como interacciones le permite detectar la ausencia de la fuerza normal que el piso ejerce sobre el camión. Corrige luego las ecuaciones incorporando la fuerza normal ausente. Da muestra de no retener los datos, al considerar que la aceleración es una incógnita, dando además indicios de pérdida de la meta.

Al comenzar el Episodio 5: “Interpretando la condición impuesta en el enunciado”, aparentemente, establece una submeta en el trabajo algebraico: calcular la fuerza de contacto normal papel-parabrisas. En sus expresiones

deja claro que considera a esa fuerza como la responsable de que se cumpla la condición “... *que no deslice hacia abajo*”. Reafirma que su meta es calcular la normal del papel. A partir de allí calcula “su meta” como la masa del papel por su aceleración.

En el Episodio 6: “Hallazgo de una solución inconclusa”, recupera nuevamente la meta por relectura, reconociendo la necesidad de calcular el coeficiente de roce. Explora las ecuaciones y manifiesta que con las correspondientes al papel puede alcanzar la solución. En un trabajo algebraico confuso, reconoce esta situación al expresar “...*me parece que me compliqué mucho...*”. Explicita el carácter estático de la fuerza de roce y la iguala al coeficiente μ por la normal, sin aclarar que esta igualdad sólo es válida para la fuerza de roce estático máximo. Vuelve a reconocer la meta en medio del trabajo algebraico y recuadra las ecuaciones del papel sin obtener una expresión del coeficiente de roce en función de los datos, obteniendo una solución incompleta e incorrecta.

6.3.3.4a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

Como se observa en la Figura 6.12, el modelo inicial M1 se genera por aplicación del operador *interpretación textual*. La flecha **A** corresponde al operador *consideración de interacciones*, que mantiene los mismos componentes del sistema indicados en M1. Los operadores correspondientes a las flechas en el interior de las elipses representan al operador general: *interacciones - estado*, centrados en el reconocimiento de interacciones, la orientación y la aplicación de una relación causal entre fuerza resultante y aceleración. El operador complejo *reconsideración de interacciones* combinado con la *interpretación de la condición* de la situación como concepto físico (**B**) determina un cambio sustancial del modelo en curso, al establecer la consideración general de aceleraciones iguales. Finalmente, el operador **C**

correspondiente a una *redefinición del sistema*, focaliza su modelo en el papel, y llega a una solución inconclusa.

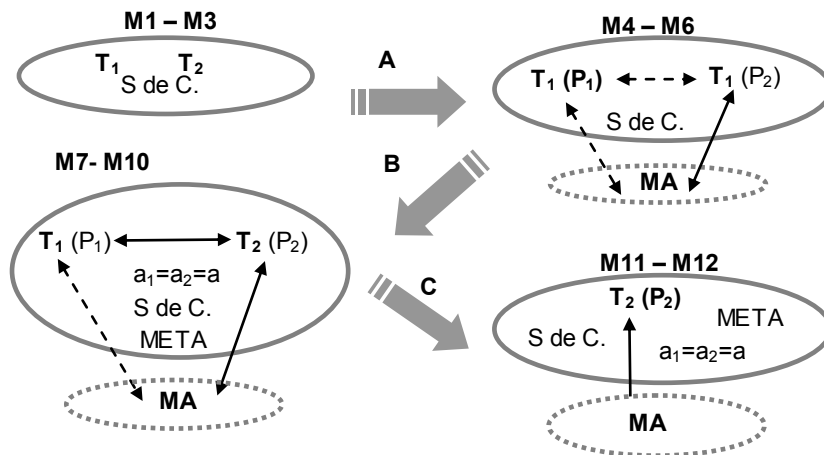
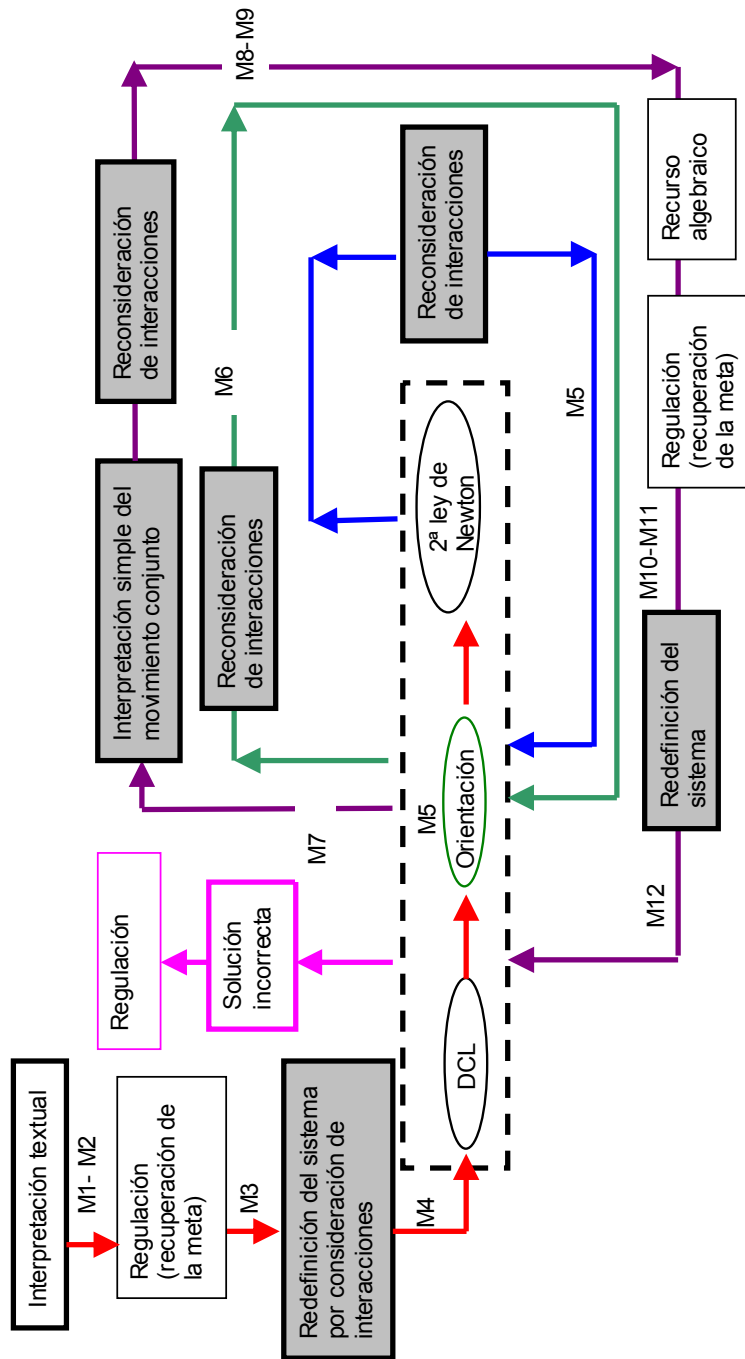


Figura 6.12. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la Situación 2 con enunciado concreto sin gráfica y con datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al camión, T_2 : elemento correspondiente al papel; P_1 y P_2 : propiedades de los elementos T_1 y T_2 , MA: medio ambiente).

6.3.3.4b Esquema de resolución

El Esquema 6.12 representa la resolución de la SP2 correspondiente a Ana, también con varias entradas al operador *interacciones–estado*, fundamentalmente por la reconsideración de las fuerzas actuantes.



Esquema 6.12. Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Ana.

6.3.3.5. Enunciado abstracto – con gráfica – sin datos numéricos. Caso María

El Episodio 1: “Definiendo el sistema de estudio” comienza con la aplicación del operador *lectura gráfica y textual* del enunciado; el comentario de la estudiante sobre el dibujo de la situación “*parece una taza*”, da indicios de una primera lectura fuertemente gráfica. Inmediatamente dice que en realidad son dos cuerpos, relea el enunciado rápidamente y luego expresa que esa situación “*sólo se puede mantener así si se mueven... y rápido*”. Puede considerarse que la estudiante construye su MM inicial fundamentalmente a partir del dibujo del enunciado. Tal modelo puede caracterizarse como *dinámico*, ya que no sólo es capaz de predecir los cambios y movimientos de las entidades representadas, sino que además establece relaciones causales. Da muestras de mantener la meta en su memoria de trabajo, por lo cual el proceso de resolución se desarrolla guiado por ella.

Inmediatamente, en el inicio del Episodio 2: “Reconociendo gráficamente las interacciones”, la estudiante identifica las interacciones y los criterios que aplica para su reconocimiento. Aplica luego el operador *consideración de interacciones* correspondiente al esquema de resolución DCL, en primer lugar al cuerpo pequeño en forma completa y correcta. Infiere la existencia de roce entre los cuerpos por una inferencia causal. Supone además que hay rozamiento entre el mayor y el piso, sin detectar la inconsistencia entre ese DCL y el hecho de que dicho cuerpo se acelere hacia el lado contrario al que están apuntando las fuerzas.

En el Episodio 3: “Planteando las ecuaciones”, recupera y aplica el esquema de resolución correspondiente a la *2ª Ley de Newton* a ambos cuerpos. Implícitamente define su sistema de coordenadas como guía para desarrollar las ecuaciones. El planteo de las ecuaciones es coherente con los diagramas.

El Episodio 4: “Focalizando el sistema a partir del trabajo algebraico” se caracteriza por un análisis algebraico centrado en el cuerpo pequeño. Obtiene una expresión del coeficiente de roce utilizando sólo las ecuaciones correspondientes al cuerpo pequeño, que pasa a ser su elemento relevante. De este modo, se produce una revisión y corrección de su modelo en curso a través de la manipulación algebraica del mismo. En este punto deja de tener importancia el análisis de las interacciones sobre el cuerpo mayor, ya que no interviene en el cálculo de la meta. A fin de dar por finalizada la resolución, explicita sin dudar que las aceleraciones de ambos cuerpos son iguales, recordando que la aceleración del cuerpo mayor era un dato.

El modelo *dinámico* incluye así una relación causal entre los eventos representados: “...si el cubo más pequeño se mantiene en la posición entonces la aceleración de los dos cuerpos es la misma”. Esto está indicando una exitosa resolución de la condición clave del problema (...el cubo más pequeño se mantiene en la posición...). Explicita que ya ha alcanzado la meta “... ya puedo calcular directamente lo que le piden...” y da por finalizada la resolución. Esta estudiante alcanza una solución correcta incompleta.

En todo el proceso de *búsqueda* de la solución la alumna aplicó la estrategia de *búsqueda hacia adelante*, que le permitió alcanzar la meta, que siempre mantuvo en su memoria de trabajo. La evolución de sus modelos muestra, no sólo que es éste un problema “familiar” para la estudiante (que le permite aplicar un heurístico de *representatividad*), sino que su estructura conceptual es coherente, lo cual le permite *comprender* la situación presentada, ya que es capaz de integrar la información del enunciado con sus conocimientos previos.

6.3.3.5a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

En la figura 6.13 se muestra la evolución de los modelos y de los operadores durante la resolución. El modelo inicial, constituido por los

elementos correspondientes a ambos cuerpos se genera por aplicación del operador *lectura gráfica y textual*. El operador *consideración de interacciones* (**A**) genera modelos más completos al incorporar el reconocimiento de interacciones y aplicación de la relación causal entre fuerza resultante y aceleración, presentes en las flechas internas representando al operador *interacciones - estado*. El operador **B**: *redefinición del sistema*, aplicado durante el trabajo algebraico, marca un cambio en el modelo mental, que aparece ahora centrado en el cuerpo menor. Finalmente, el operador *Interpretación de la condición* de la situación como concepto físico (**C**) le permite alcanzar una solución simple coherente.

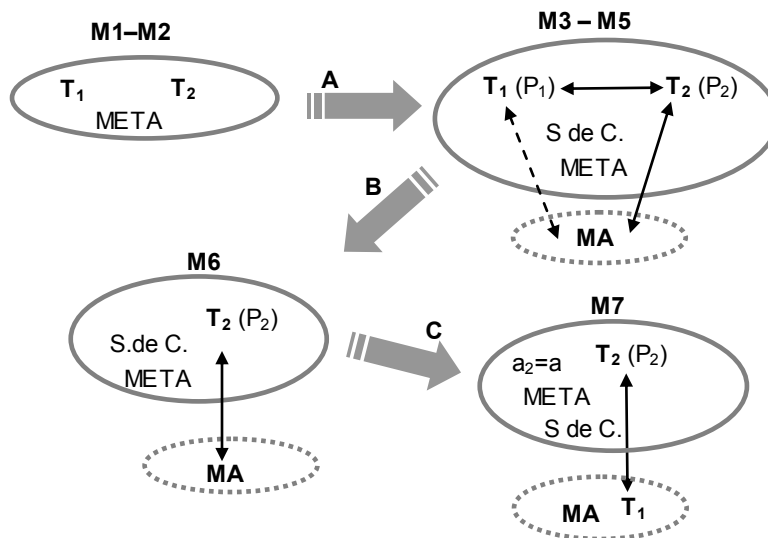
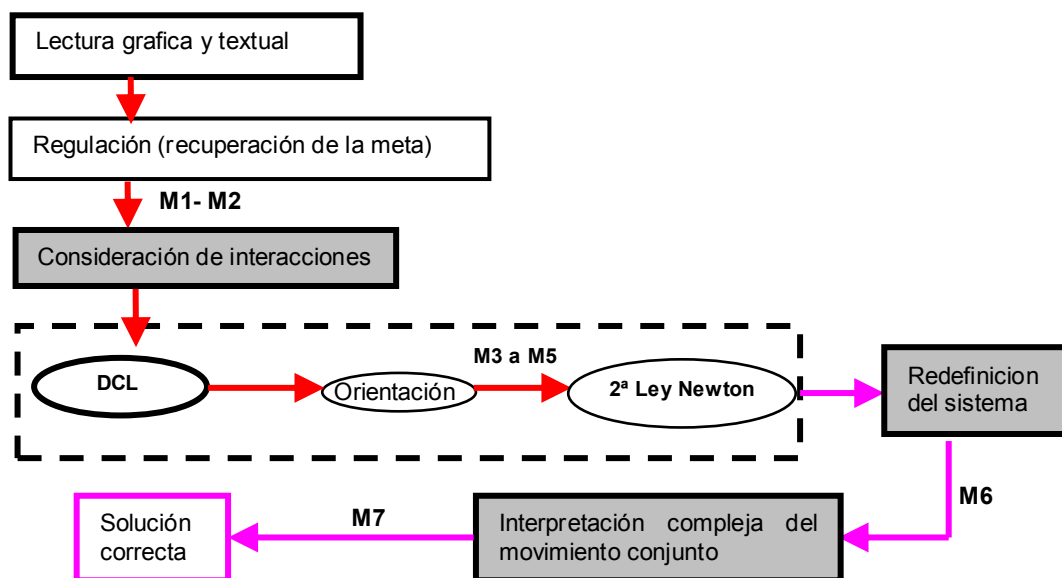


Figura 6.13. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado abstracto con gráfica y sin datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al cuerpo mayor, T_2 : elemento correspondiente al cuerpo menor; P_1 y P_2 : propiedades de los elementos T_1 y T_2 , MA: medio ambiente).

6.3.3.5b Esquema de resolución

En el Esquema 6.13 se representa la resolución de la SP2 correspondiente a María. Este diagrama es simple y directo hacia la meta.



Esquema 6.13. Secuencia de operadores y modelos correspondientes a la resolución de la SP2 con enunciado abstracto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso María.

6.3.3.6 Enunciado abstracto – sin gráfica – sin datos numéricos. Caso Pedro

En el Episodio 1: “Graficando la situación”, el alumno manifiesta la necesidad de dibujar la situación (operador *recurso gráfico*), incluyendo los dos cuerpos y una línea que representa la superficie sobre la cual se mueve el cuerpo mayor. Esta representación externa guía su proceso de solución y actúa como simulacro mental de su percepción del mundo. Relee el enunciado para asegurarse que incluyó todos los elementos mencionados en el mismo.

Al comenzar el Episodio 2: “Reconociendo interacciones”, el estudiante explicita su decisión de hacer los DCL para responder a la primera consigna. Para ello dibuja ambos cuerpos unidos, explicitando que determinará el sistema de coordenadas antes de realizar los DCL. Aplica luego el operador *consideración de interacciones* correspondiente al *esquema de resolución DCL*. Si bien dibuja las fuerzas sobre los cuerpos unidos, va explicitando correctamente las fuerzas que se ejercen sobre cada uno, trabajando con los

dos cuerpos simultáneamente. Va identificando los pares de acción y reacción, pero asigna mal el sentido de la fuerza de contacto normal en el camión. El hecho de considerar ambas fuerzas normales en el sentido de la aceleración da muestras de un *sesgo facilitador* ya que le genera un modelo sesgado pero funcional que le permite justificar que ambos cuerpos estén acelerados hacia adelante. Es posible identificar además otro sesgo de *economía cognitiva*, ya que, al no hallar datos acerca de la fuerza de roce entre el cuerpo mayor y el piso, decide que no lo necesita (“...no necesito conocerlo...”).

Inmediatamente, en el Episodio 3: “Trabajo algebraico con meta desdibujada”, recupera y aplica otro esquema de resolución: la 2ª Ley de Newton. Identifica a los cuerpos por una propiedad: su masa. Así, habla de masa 1 y masa 2, lo cual implica un mayor grado de generalización del problema. Comienza por las ecuaciones de la masa mayor, donde la única fuerza en el sentido del movimiento es la normal ejercida por el cuerpo más pequeño. No incluye la fuerza de roce ejercida por la masa menor, si bien la había dibujado en el DCL. Sin detectarlo, sigue adelante con el planteo de las ecuaciones del cuerpo pequeño. Si bien en un primer momento no incluye el peso del mismo, a partir de una relectura selectiva de la condición impuesta al papel “*acá dice sin deslizar...*” lo incorpora en la ecuación correspondiente. Puede considerarse que su modelo es *dinámico* ya que es capaz de imaginarse el sentido de movimiento de los cuerpos y de establecer relaciones causales.

El Episodio 4 “Focalización del sistema”, comienza con la recuperación de la meta, que no ha mantenido en su memoria de trabajo. Hasta el momento ha aplicado una estrategia de *búsqueda hacia adelante* con la meta desdibujada, guiada por un esquema de resolución. A partir de una nueva relectura, recuperada la meta, centra todo su análisis en las ecuaciones del cuerpo más pequeño, comenzando una *búsqueda hacia atrás*. Dando cuenta de un *sesgo de economía cognitiva*, manipula únicamente las ecuaciones

correspondientes a ese cuerpo. De este modo el modelo en curso se ha “recortado”, focalizándose en un solo elemento relevante. El operador *interpretación de la condición de la situación* como concepto físico le lleva a explicitar que el cuerpo pequeño está acelerado constantemente hacia delante “*para acompañar al mayor*”. Obtiene una expresión correcta del coeficiente de roce en función de uno solo de los datos: la aceleración. Expresa que “*bueno, ya está... no hago la cuenta...*” sin recordar que en el enunciado no se daban datos numéricos. Obtiene, pues, una solución correcta y completa.

6.3.3.6a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M1 (Figura 6.14), constituido por los elementos correspondientes a ambos cuerpos se genera por aplicación del operador *recurso gráfico*. El operador *consideración de interacciones (A)*, mantiene los mismos elementos del sistema indicados en M1 y genera modelos más completos. Como se ha mencionado en otros casos similares, los operadores correspondientes a las flechas interiores representan al operador general *interacciones-estado*, que involucra el reconocimiento de interacciones, la orientación y la aplicación de la 2ª ley de Newton. El operador *redefinición del sistema (B)* se aplica a partir de una relectura de las consignas y marca un modelo focalizado exclusivamente en el cuerpo superior. La aplicación del operador **C**, correspondiente a la *interpretación de la condición de la situación como concepto físico*, determina la conformación del modelo final y el fin de la resolución.

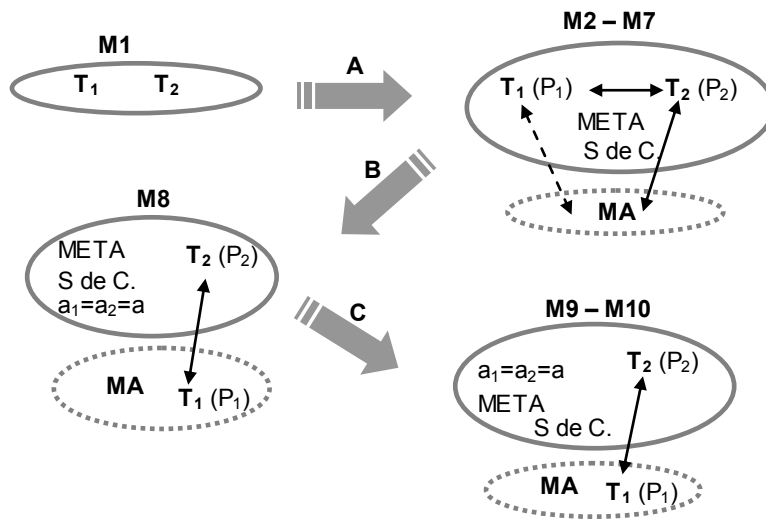
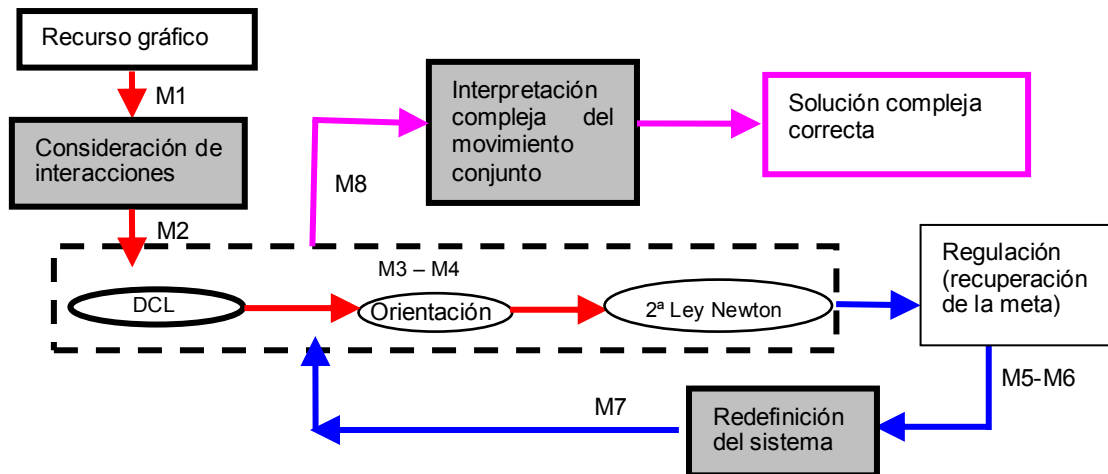


Figura 6.14. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado abstracto sin gráfica ni datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al cuerpo mayor, T_2 : elemento correspondiente al cuerpo menor; P_1 y P_2 : propiedades de los elementos T_1 y T_2).

6.3.3.6b Esquema de resolución

En el Esquema 6.14 se la resolución de la SP2 correspondiente a Pedro, que si bien representa un proceso de resolución simple, retorna dos veces al operador central.



Esquema 6.14. Representación de la resolución de la SP2 con enunciado abstracto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pedro.

6.3.3.7 Enunciado abstracto – con gráfica – con datos numéricos. Caso Luis

En el Episodio 1: “Presentando la planificación de la resolución” el estudiante anuncia los pasos que seguirá para alcanzar la solución: “... *primero hago el diagrama de los dos cuerpos, aísto y extraigo los datos, después hago la sumatoria de fuerzas*”. De este modo recupera, antes de comenzar a resolver, el operador correspondiente al esquema completo de resolución de un problema de dinámica de la partícula, que hemos denominado *interacciones-estado*. Define además su sistema de estudio, evidenciando un modelo mental constituido por ambos cuerpos, incorporando, a través del operador *orientación espacial* el sistema de coordenadas que guiará el proceso de resolución.

En el Episodio 2: “Reconociendo las interacciones y las relaciones entre ellas” aplica el esquema ya anunciado correspondiente al DCL. Para ello, dibuja los dos cuerpos por separado, reafirmando así su sistema de estudio. En el diagrama correspondiente al cuerpo mayor incluye las interacciones del mismo con el medio ambiente, infiriendo la existencia de roce con el piso. No considera el efecto del cuerpo pequeño sobre él, sin embargo dibuja correctamente dichas interacciones en el DCL del cuerpo menor. Aquí se manifiesta un *sesgo de creencia* por el cual se considera que los pares de acción son diferentes si uno de los cuerpos interactuantes tiene una masa mucho mayor que el otro. De este modo, es como si la presencia del mayor fuera relevante para mantener al pequeño, pero el efecto recíproco es despreciable. Es interesante destacar que no reconoce a la fuerza de contacto normal entre los cuerpos, ya que la denomina genéricamente como “*una fuerza que le hace M grande a m chica*”. Esto indica que, aún con un modelo mental sesgado, el estudiante es capaz de manipularlo, prediciendo el sentido de una interacción a partir de una simulación mental del movimiento posible de *m*. Por lo tanto, su modelo en curso puede caracterizarse como *dinámico*. Aplica a continuación el operador correspondiente al esquema de resolución: la 2ª ley

de Newton. El planteo de las ecuaciones es coherente con los diagramas, donde continúan ausente las fuerzas mencionadas en el análisis del DCL del cuerpo mayor.

El Episodio 3: “Incorporando una fuerza para justificar el sentido de la aceleración” comienza con un análisis de la situación interpretando la ecuación correspondiente al cuerpo mayor en la dirección del movimiento. A través del trabajo algebraico detecta una incoherencia entre el sentido de la aceleración y la única fuerza que incluyó en el DCL. Observando la ecuación para la masa mayor en la componente horizontal expresa: “*Acá me parece que me falta algo...*”. Analiza la situación comparando el trabajo algebraico con los DCL. Explicita que la fuerza de roce con el piso es correcta (*Está bien dibujado, es menos...*). De este modo confirma y justifica su modelo, detectando, sin embargo, la incoherencia entre el sentido de la aceleración y el de las fuerzas. Para salvar esta inconsistencia recurre a una hipótesis *ad-hoc* que involucra un *sesgo de economía cognitiva*: supone la existencia de otra fuerza F sobre el cuerpo mayor para justificar su movimiento acelerado hacia delante. Este análisis, si bien comenzó a partir del trabajo algebraico, es eminentemente gráfico ya que se desarrolla mientras observa el DCL del cuerpo mayor.

El Episodio 4: “Justificando y sosteniendo el modelo en curso” comienza con una relectura del enunciado, haciendo hincapié en los datos. Sigue con el reconocimiento de los pares de acción y reacción, por sugerencia externa. A partir de esto, el estudiante detecta que no incluyó las fuerzas de contacto en el cuerpo mayor. Explicita que en realidad no dudó en dibujarla en el DCL del cuerpo pequeño porque era evidente para él que había una “*fuerza que le hace M a m* ”. Esto confirma la hipótesis de adjudicar este hecho a un sesgo de creencia, como se mencionó en el episodio 2. Si bien aplicó el esquema de resolución típico desde un principio, no retiene la meta en su memoria de trabajo. Debe recuperarla por relectura: “*Yo tengo que calcular el μ estático*”

para que este cuerpo no se caiga". No sólo recupera la meta, sino que refuerza la condición que debe cumplir el cuerpo pequeño.

El Episodio 5: "Hallazgo de la meta" se centra en el trabajo algebraico, obteniendo una expresión del coeficiente de roce en función de algunos datos, pero también de una fuerza externa F y la fuerza de roce entre el cuerpo mayor y el piso, no incluidas en el enunciado. Considera que ambos tienen la misma aceleración. Revisa superficialmente las ecuaciones, vuelve a releer y no encuentra información sobre dichas fuerzas. En ese momento analiza las ecuaciones y se da cuenta que con la correspondiente al cuerpo pequeño puede calcular el coeficiente de roce, focalizando su modelo en este cuerpo. No obtiene la expresión final, pero se siente satisfecho al considerar que resolvió el problema. Su camino no fue lineal, trabajó con modelos sesgados, pero efectivamente alcanzó la meta. Su solución es, correcta e incompleta.

6.3.3.7a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

En este caso, el operador *lectura gráfica y textual* genera el modelo inicial $M1$ (Figura 6.15), constituido por los elementos correspondientes a ambos cuerpos. El operador *reconocimiento de interacciones*, representado por la flecha **A**, determina modelos que van evolucionando en el reconocimiento de interacciones y la aplicación de una relación causal entre fuerza resultante y aceleración (operador general *interacciones-estado*). En **B** se aplica el operador *interpretación de la condición de la situación como concepto físico asociado a una reconsideración de las interacciones*. Finalmente, el operador *redefinición del sistema*, desencadenado durante el trabajo algebraico, le permite arribar a una solución simple centrada en el cuerpo menor.

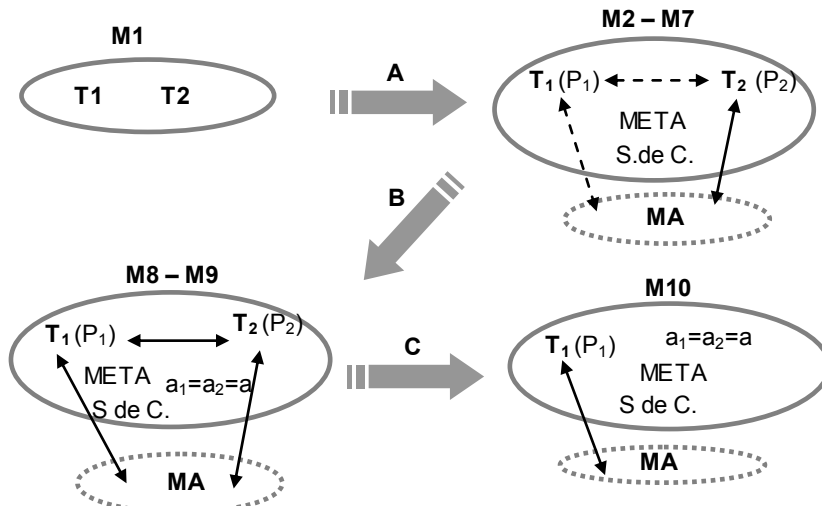
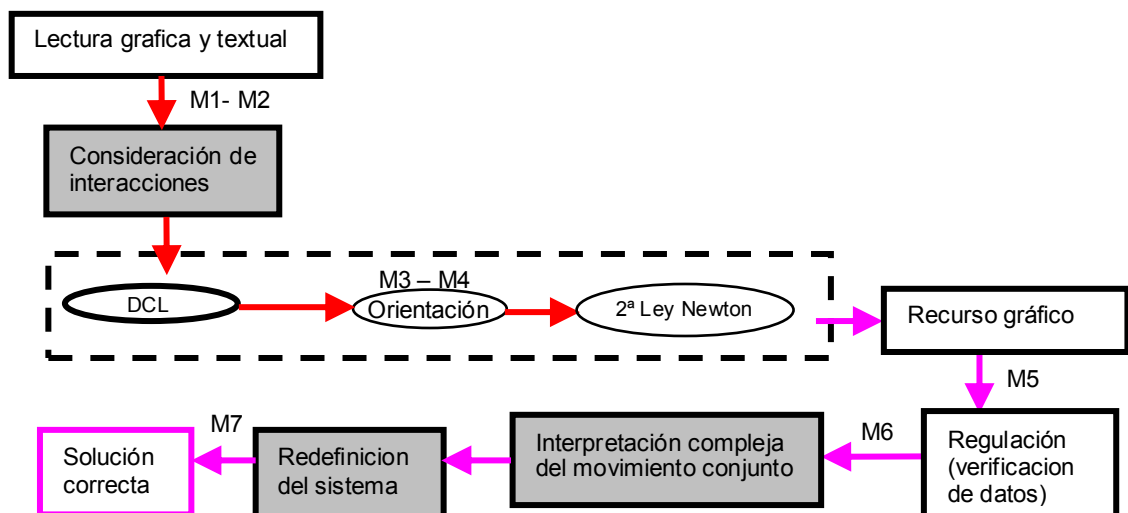


Figura 6.15. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la SP2 con enunciado abstracto con gráfica y con datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al cuerpo mayor, T_2 : elemento correspondiente al cuerpo menor; P_1 y P_2 : propiedades de los elementos T_1 y T_2 , MA: medio ambiente).

6.3.3.7b Esquema de resolución

En el Esquema 6.15 se representa la resolución de la SP2 correspondiente a Luis, que representa un proceso de resolución simple.



Esquema 6.15. Representación de la resolución de la SP2 con enunciado abstracto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Luis.

6.3.3.8 Enunciado abstracto – sin gráfica – con datos numéricos. Caso Damián

En el Episodio 1: “Análisis gráfico”, el alumno manifiesta de forma espontánea e inmediata la necesidad de hacer un dibujo de la situación descrita en el enunciado “... *así me ubico...*” (operador *recurso gráfico*). Reconoce implícitamente 2 elementos correspondientes a los dos cuerpos identificándolos a través de una de sus propiedades relevantes: su masa. De este modo, nombra al cuerpo mayor como m_2 y al pequeño m_1 . El modelo mental inicial se corresponde a un único estado de cosas, y surge de la lectura de dicho enunciado literal, pasando luego a la representación gráfica en el plano. Dibuja los cuerpos y una línea horizontal representando a la superficie sobre la que se apoya el cuerpo mayor. Explicita los datos que le provee el enunciado (“*yo conozco las masas, la medida de los cuerpos... y la aceleración*”). A partir de un análisis de la situación da cuenta de reconocer la condición central del problema y la meta.

El Episodio 2: “Reconociendo interacciones” comienza con la aplicación del operador *orientación en el plano* incorpora un nuevo elemento: el sistema de coordenadas. Con el operador *consideración de interacciones* recupera el *esquema de resolución DCL*, comienza con el cuerpo mayor sin incluir ninguna fuerza ejercida por el cuerpo pequeño. Infiere la existencia de roce entre el mismo y la superficie sobre la cual se mueve. Esta última es una relación inferida, ya que no se dan datos sobre las mismas en el enunciado literal. Puede interpretarse que el estudiante mantiene en su memoria de trabajo la expresión “*coeficiente de roce*” mencionada en la última consigna referida a la interacción entre los cuerpos, la generaliza y la extiende, dando cuenta de un sesgo facilitador. En el cuerpo pequeño reconoce la acción del mayor, pero no se plantea el principio de acción y reacción. Explicita que la fuerza de roce en el cuerpo pequeño es determinante “*para que no se caiga para abajo*”, estableciendo una relación causal que da cuenta de un modelo *dinámico*. En

este episodio su modelo mental va evolucionando, ya que, además de los elementos correspondientes a los cuerpos presentes en su modelo inicial, incorpora relaciones incompletas entre elementos (la fuerza de roce y las normales entre los cuerpos) y relaciones entre los elementos y el medio ambiente (las fuerzas peso, normal y de roce con el piso del cuerpo mayor). Por intervención externa, reconoce que no incluyó los pares de acción y reacción de las fuerzas de contacto entre los cuerpos en el cubo mayor. Los incluye en el correspondiente DCL. Al final de este episodio queda claro que su modelo mental está compuesto por dos elementos con sus correspondientes relaciones entre sí y con el medio ambiente.

El Episodio 3 “Focalización del sistema por análisis algebraico” se caracteriza por la aplicación directa de la *2ª Ley de Newton*, pero sólo al cuerpo pequeño. Antes de esto, y por relectura del enunciado, aplica el operador *interpretación de la condición de la situación* como concepto físico e infiere que ambos cuerpos se mueven con la misma aceleración, confirmando el carácter *dinámico* del modelo en curso. Es decir, el modelo se reduce, incorporándose una propiedad inferida: la aceleración. Deja expresada una relación donde la única incógnita es el coeficiente de roce. Se manifiesta sorprendido al verificar (por relectura) que sólo necesitó uno de los datos brindados por el enunciado, pero se muestra seguro de la solución alcanzada y calcula numéricamente el valor del coeficiente. A partir de esto hace un juicio de valoración “...era *re-fácil*...” Se detecta un trabajo regulado, guiado explícitamente por la meta, que le permitió arribar a una solución correcta y completa.

6.3.3.8a Secuencia de modelos identificados y operadores de evolución

El modelo inicial M1 (Figura 6.16), constituido por los elementos correspondientes a ambos cuerpos se genera por aplicación del operador *recurso gráfico*. El operador *consideración de interacciones (A)* determina nuevos modelos compuestos por los elementos correspondientes a ambos

cuerpos y sus interacciones. Como se ha mencionado, los operadores correspondientes a las flechas interiores representan al operador general *interacciones-estado*, que involucra el reconocimiento de interacciones, la orientación y la aplicación de la 2ª ley de Newton. El operador *interpretación de la condición de la situación como concepto físico (B)* genera nuevos modelos que permiten operar algebraicamente. El operador *redefinición del sistema (C)* determina un cambio en el modelado al focalizarse y seleccionar implícitamente al cuerpo superior como el elemento relevante en la etapa final de la resolución.

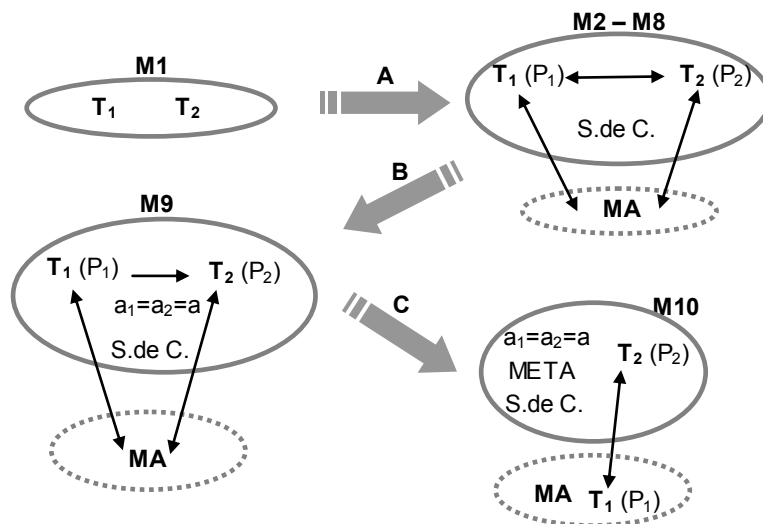
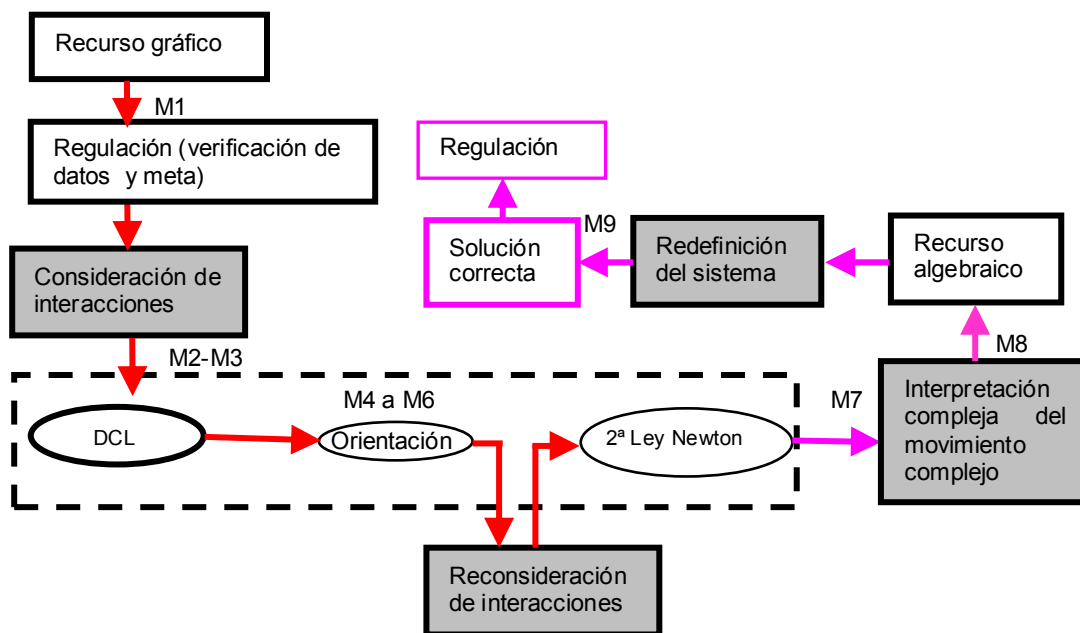


Figura 6.16. Diagrama de la evolución de los modelos identificados en la resolución de la Situación 2 con enunciado abstracto sin gráfica y con datos numéricos (T_1 : elemento correspondiente al cuerpo mayor, T_2 : elemento correspondiente al cuerpo menor; P_1 y P_2 : propiedades de los elementos T_1 y T_2 , MA: medio ambiente).

6.3.3.8b Esquema de resolución

En el Esquema 6.16 se representa la resolución de la SP2 correspondiente a Damián, que representa un proceso de resolución lineal.



Esquema 6.16. Representación del proceso de resolución de la SP2 con enunciado abstracto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Damián.

6.4 DISCUSIÓN

Entre las tres variables que estudiadas que caracterizan la forma del enunciado: nivel de concreción del problema (*concreto- abstracto*), presencia o no de un dibujo de la situación descrita en el enunciado (*con gráfica – sin gráfica*) y formato de los datos (*con datos numéricos – sin datos numéricos*), el efecto más notable se evidenció en relación con la referencia *concreta* o *abstracta* de los enunciados.

Si bien los resultados del estudio desarrollado en el capítulo anterior también marcaron diferencias entre las resoluciones de problemas con referente *concreto* o *abstracto*, tales diferencias se centraron en la caracterización de los modelos iniciales y finales. Como ha podido observarse en este estudio de casos, a través del análisis de las resoluciones en voz alta se ha obtenido mayor información, pormenorizada y muy valiosa, del proceso

de resolución. Así, se han identificado las sucesivas transformaciones de los modelos, que algunas veces se engrosaban- cuando se agregaba un elemento antes ignorado- y otras se focalizaban- cuando el estudiante se centraba en uno de los elementos dejando de lado los otros-. Más aún, en este estudio hemos podido observar la forma en que un estudiante va elaborando el modelo con el cual comienza la resolución, caracterizando este modelo inicial como *parcial o completo* a partir de su construcción. Las sucesivas transformaciones de ese modelo inicial, cuyas causas y justificaciones constituyen una información valiosa, llevan al que hemos denominado modelo final que ha podido caracterizarse no sólo a través de la solución alcanzada sino además a partir de las expresiones y comentarios acerca del resultado obtenido.

Las diferencias entre las resoluciones de enunciados concretos y abstractos halladas en este estudio de casos se pone de manifiesto si, a efectos comparativos, observamos la totalidad de los esquemas de resolución de los estudiantes (Véanse la Tablas 6.9 para la SP1 y la Tabla 6.10 para la SP2). Como puede observarse, el proceso de resolución en las versiones abstractas de los dos problemas es mucho más simple que en las versiones concretas.

SP1	Sin datos numéricos	Con datos numéricos
<p>Concreto con gráfica</p>		
<p>Concreto sin gráfica</p>		
<p>Abstracto con gráfica</p>		
<p>Abstracto sin gráfica</p>		

Tabla 6.9. Síntesis de las estructuras de los esquemas de resolución para los diferentes enunciados de la SP1.

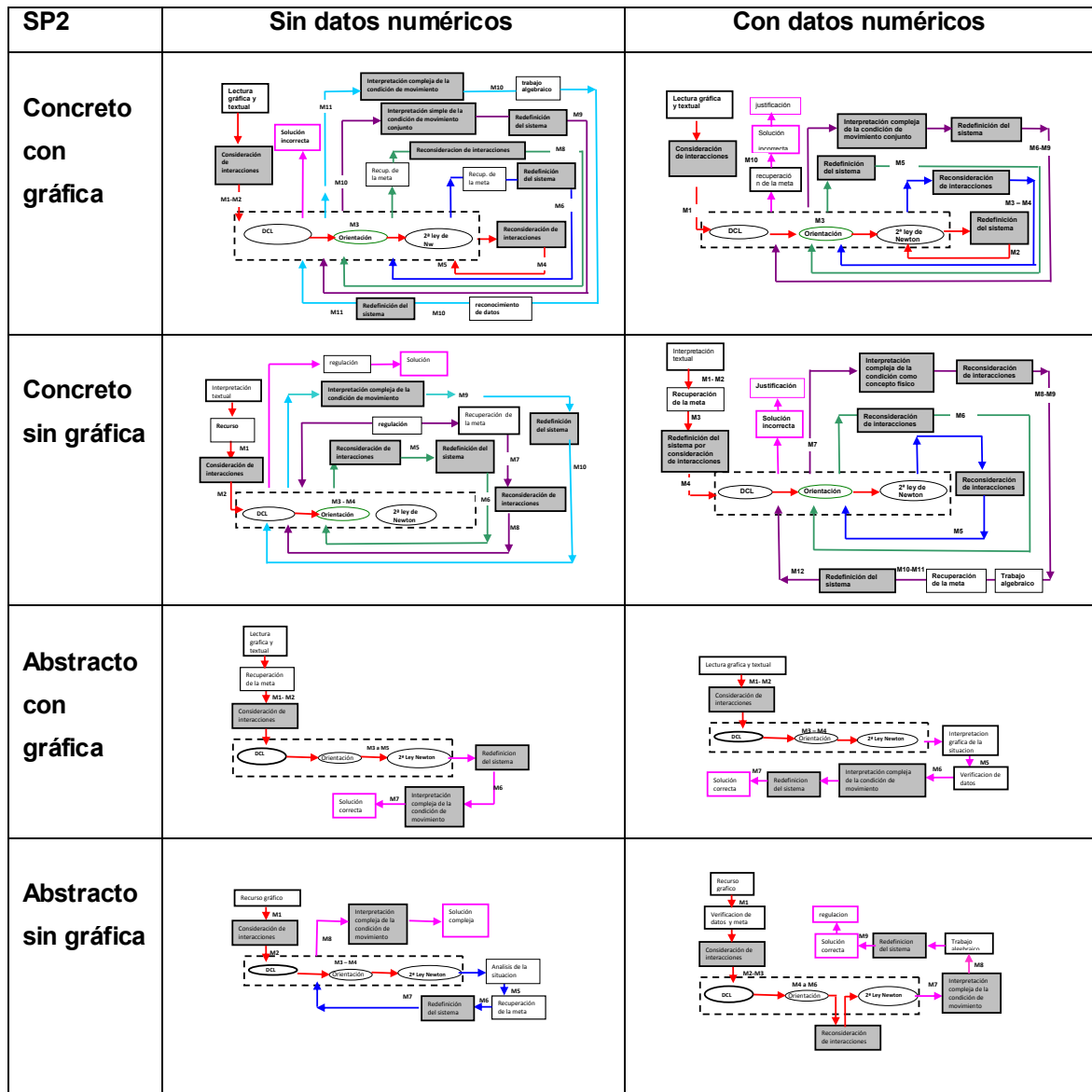


Tabla 6.10. Síntesis de las estructuras de los esquemas de resolución para los diferentes enunciados de la SP2.

En efecto, a través de estos esquemas es posible identificar los retornos al operador central *interacciones–estado* (IE), que se indica como un rectángulo en línea de puntos con tres óvalos en su interior, representando a los operadores internos: *representación de interacciones*, *orientación espacial* y *relación causal*. Tales retornos al operador IE quedan definidos por modificaciones en los elementos del modelo en curso o por consideración o por

cambios en la identificación y caracterización de las fuerzas ejercidas en los elementos del modelo. Es importante destacar que los estudiantes no podrían alcanzar una solución, ya sea correcta o incorrecta, sin pasar por ese rectángulo central, que permite operativizar la solución. De este modo, cada entrada indica un nuevo planteo de ecuaciones para operar con ellas, intentando alcanzar la meta. Por lo tanto, el número de vueltas de los esquemas dan cuenta de la complejidad del proceso de resolución, ya que cada entrada al rectángulo central implica un nuevo planteo de la situación, generando un cambio fuerte en el modelo en curso.

Puede observarse que los movimientos alrededor del rectángulo central se transforman en cíclicos en el caso de los enunciados *concretos*, con un número significativamente mayor de entradas y salidas. En el caso de los enunciados *abstractos*, en ambos problemas, los esquemas son más simples, con escasos retornos al operador IE.

Si bien estos esquemas permiten apreciar estas diferencias en complejidad entre las resoluciones de los enunciados concretos y abstractos, a partir de ellos no es posible establecer algún efecto de la presencia de una gráfica o del tipo de datos.

Sin embargo, para profundizar en la caracterización de los procesos de resolución, es necesario ir más allá de la *forma* de estos esquemas, analizando no sólo el número de vueltas alrededor del operador IE, sino además, la cantidad de redefiniciones del sistema y de modelos identificados. Estos datos, junto a otra información relevante recogida a partir de las resoluciones en voz alta (*tiempo de resolución y número de relecturas*) se presentan en la tabla 6.11. En las dos primeras columnas de dicha Tabla se caracterizan los enunciados, en la tercera se indica el tiempo que demandó la resolución en cada uno de los casos y en la cuarta columna se señala el número de vueltas o retornos cíclicos registrados en cada uno de los esquemas. Como se ha mencionado, se considera que este número constituye un índice del grado de

complejidad encontrado por el estudiante para encarar el problema y darle solución. En la quinta, sexta y séptima columnas se registran: el número de redefiniciones del sistema de estudio (con cambios en los elementos considerados relevantes), el número de modelos identificados así como el número de relecturas del enunciado, respectivamente.

Teniendo en cuenta que se trata de un análisis de casos, no es posible hacer un análisis estadístico, pero el análisis cualitativo de la tabla revela que la resolución de los problemas con enunciados *concretos* se asocia directamente a un mayor tiempo de resolución con respecto a su par abstracto, un mayor número de relecturas y más redefiniciones del sistema, modelos y vueltas alrededor del operador general IE, lo que ocurre tanto para la situación problemática 1 como para la 2.

	Tipo de enunciado	tiempo resolución (minutos)	Nº vueltas	Nº redefiniciones	Nº modelos	Nº relecturas
S P 1	Concreto c/g s/n	40	4	4	14	10
	Concreto c/g c/n	45	4	4	11	8
	Concreto s/g s/n	35	3	5	14	6
	Concreto s/g c/n	30	3	3	11	6
	Abstracto c/g s/n	17	0	0	8	4
	Abstracto c/g c/n	16	0	1	8	4
	Abstracto s/g s/n	26	1	1	6	2
	Abstracto s/g c/n	25	1	1	8	2
S P 2	Concreto c/g s/n	25	5	3	11	8
	Concreto c/g c/n	28	4	3	10	8
	Concreto s/g s/n	22	3	2	10	4
	Concreto s/g c/n	17	3	2	12	4
	Abstracto c/g s/n	10	0	1	7	2
	Abstracto c/g c/n	11	0	1	7	4
	Abstracto s/g s/n	16	1	1	9	2
	Abstracto s/g c/n	16	0	1	9	0

Tabla 6.11. Índices que dan cuenta del grado de complejidad de las resoluciones (c/g: con gráfica, s/g: sin gráfica, c/n: con datos numéricos, s/d: sin datos numéricos).

Un primer indicador del efecto de los diferentes tipos de enunciados lo brinda el tiempo global³⁷ que demandó a los estudiantes la resolución en sí misma. Antes es necesario aclarar que este tiempo es visiblemente mayor en las versiones concretas, especialmente en la versión concreta de la SP1, lo que podría constituir un índice de la mayor dificultad encontrada tanto en la

³⁷ El tiempo de resolución resultó ser mayor para la SP1 (M=29) que para la SP2 (M=18) lo cual era esperable, ya que, como se ha visto, la resolución de la SP2 es más directa y admite sólo una interpretación a la situación de movimiento conjunto.

comprensión del problema como en su resolución, como se muestra en la Fig. 6.17. En esta figura también se observa que, independientemente de la situación problemática presentada a los estudiantes, se ha demorado más, en todos los casos, en dar solución a los problemas con referencias concretas ($M_{\text{concretos}}=30,25$; $M_{\text{abstractos}}=17,12$).

Asimismo, también puede observarse que los tiempos mayores corresponden, tanto para SP1 como para SP2, a los enunciados *concretos* acompañados *con gráficas* figurativas. Los máximos registrados en los tiempos de resolución cuando el enunciado concreto contiene datos numéricos puede explicarse teniendo en cuenta que el estudiante puede desarrollar un intento de cálculo adicional para finalizar la resolución.

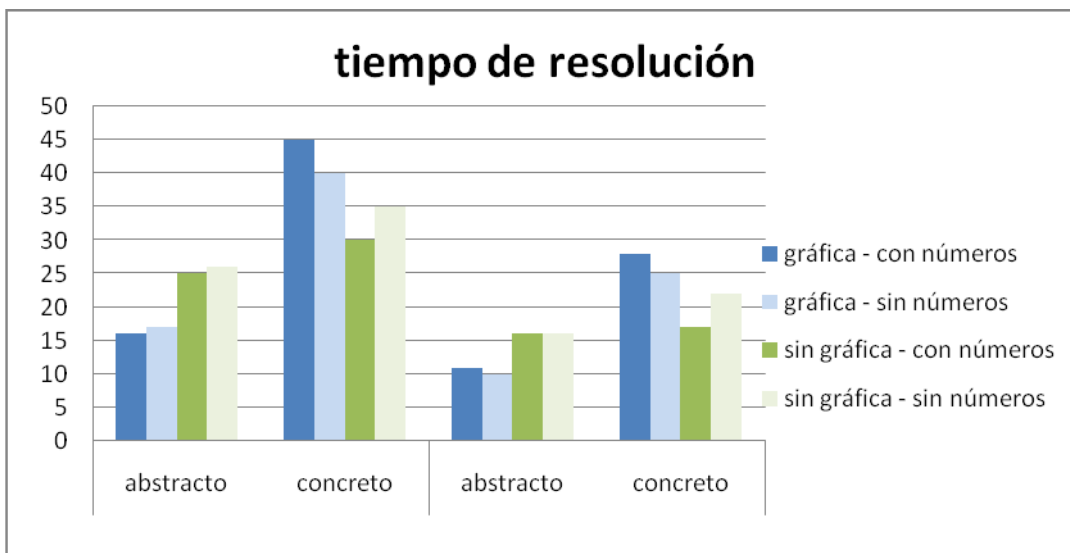


Figura 6.17. Tiempo de resolución en función del tipo de enunciado para los problemas SP1 y SP2.

Si se tienen en cuenta, además, los resultados representados en la Fig. 6.18, puede observarse que el procesamiento de los enunciados *concretos* requiere mayor número de *relecturas*. Tales relecturas se dan durante los procesos de comprensión y búsqueda, ya sea para recuperar la meta, revisar la situación o verificar datos, lo que implica continuas actualizaciones del modelo mental, que es mayor en las versiones *concretas con gráfica*. Puede inferirse

que en este tipo de enunciados que incluyen un dibujo de la situación descrita, los estudiantes efectúan una lectura superficial del texto, por lo que deben recurrir a repetidas relecturas. Este efecto de interpretar el enunciado a partir del dibujo que lo acompaña se pone en evidencia claramente en la resolución de la SP1 efectuada por Damián. En su discurso, en lugar de “*tractor*” dice “*locomotora*” (el dibujo permitía esa posible interpretación), y en lugar de “*camioneta*” dice “*vagón*”, independizándose del texto. De este modo, organiza su modelo inicial a partir de la gráfica que acompaña al enunciado, con una lectura superficial del texto y una fuerte influencia de la lectura gráfica que le lleva a seleccionar como elementos relevantes del sistema a los más “visibles”, ignorando al más pequeño. Las consecuentes carencias en la codificación de la información del enunciado le llevan a las múltiples relecturas. Esto sugiere que, en el caso de los enunciados *concretos con gráfica* existe una tendencia a realizar primero la lectura gráfica y recién más adelante proceder a la lingüística. Mientras que cuando los enunciados concretos no se acompañan con gráficos, se desarrollaría una modelización progresiva imaginando la situación descrita verbalmente.

El menor *número de relecturas* en las resoluciones de los enunciados *concretos sin gráfica* da indicios de una lectura más cuidadosa del enunciado. En este tipo de problemas, inmediatamente después de la lectura, los estudiantes hacen un dibujo figurativo de la situación descrita, mostrando la necesidad de representarla en un formato que actúa como una simulación mental de su experiencia perceptiva en el mundo. En la SP1, por ejemplo, María, a pesar de expresar que la situación “*es una cosa simple*” muestra dudas en cuanto a la correspondencia del dibujo con la descripción provista por el enunciado literal. Evidenciando una modelización física incipiente de la situación, en lugar de dibujar el tractor dibuja una flecha que representa su tracción sobre la camioneta.

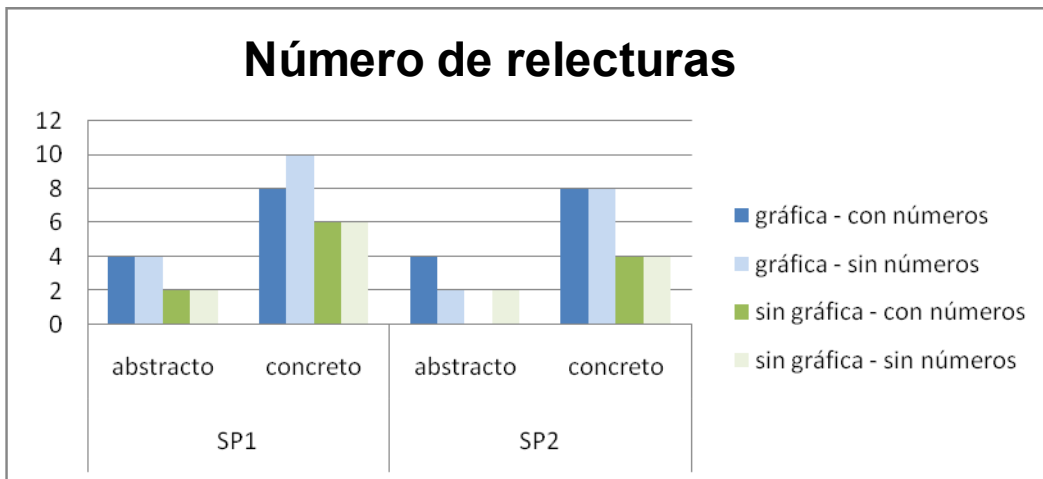


Figura 6.18. Número de relecturas en función del tipo de enunciado para los problemas SP1 y SP2.

En los enunciados *abstractos* también se registran más relecturas en los que incluyen un dibujo. Parece ser que la presencia de un dibujo en los enunciados requieren la capacidad de integrar dos representaciones externas: la descripción textual y el dibujo para conformar el espacio del problema. El relato orienta la lectura del dibujo que lo acompaña, estableciendo el marco para iniciar la organización de referencias sobre los movimientos implicados.

Existe además una relación entre el *número de vueltas* alrededor del operador IE y el *carácter* del enunciado. Efectivamente, como puede observarse en la Fig. 6.19, la cantidad de *vueltas* presentes en los esquemas de resolución es mucho mayor en los problemas con enunciados *concretos*. Un rasgo característico que puede apreciarse en esta figura y se verifica estadísticamente, es que el *número de vueltas* prácticamente resulta independiente de la presencia de *datos numéricos* y de la *situación* problemática abordada.

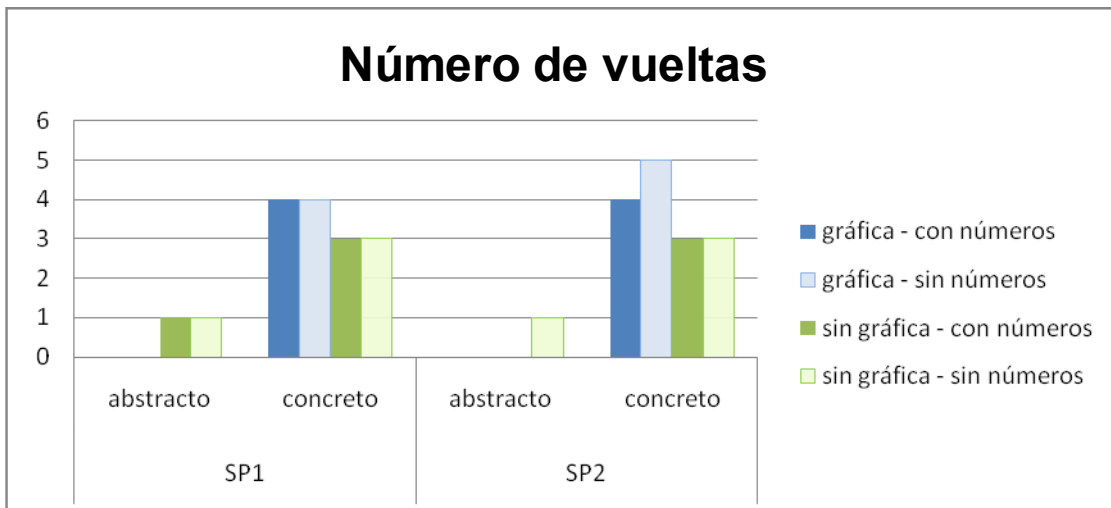


Figura 6.18. Número de relecturas en función del tipo de enunciado para los problemas SP1 y SP2.

Otra característica que distingue las actuaciones ante los enunciados *concretos* es el *número de redefiniciones* del sistema de estudio así como la *cantidad de modelos* identificados, representados en las Figuras 6.20 y 6.21 respectivamente.

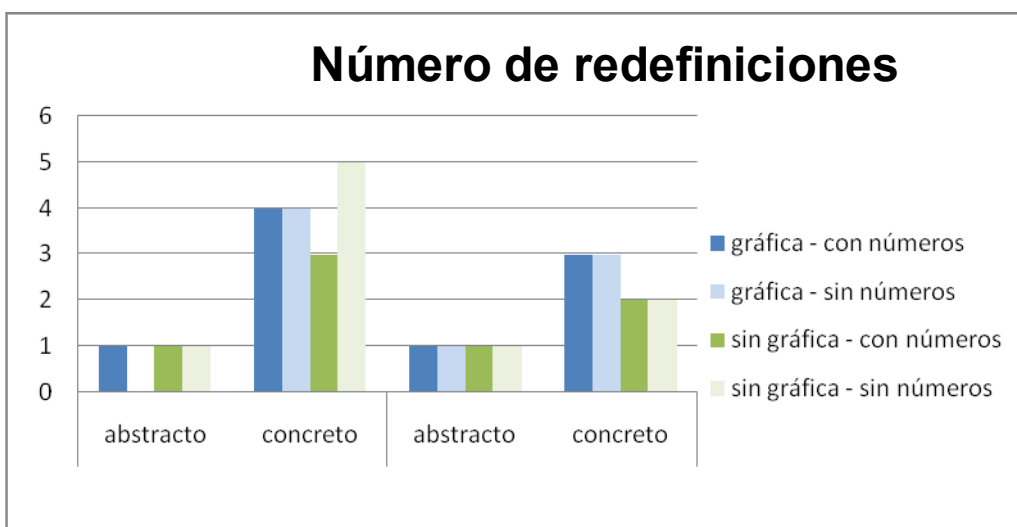


Figura 6.18. Número de relecturas en función del tipo de enunciado para los problemas SP1 y SP2.

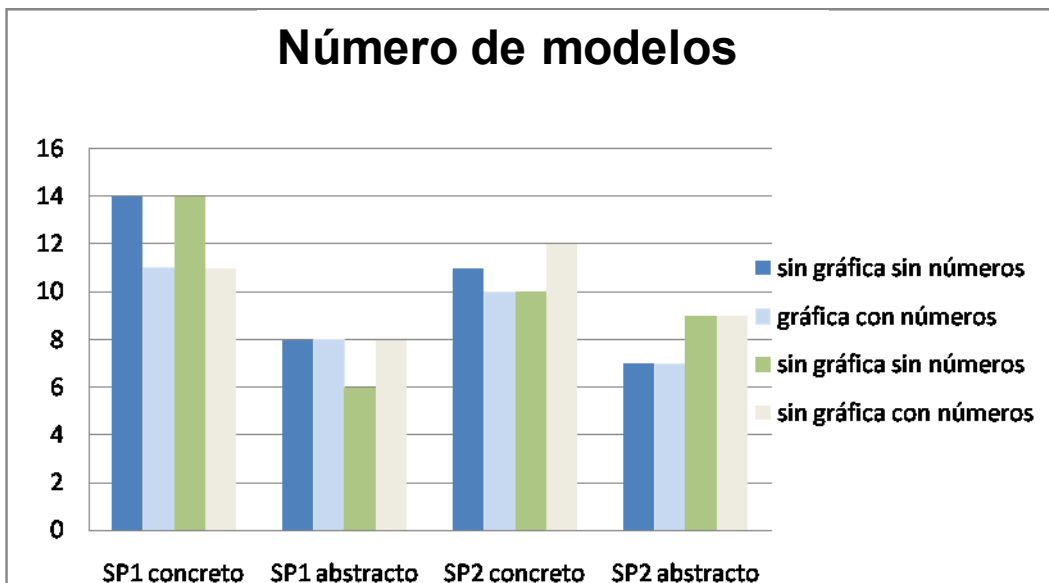


Figura 6.18. Número de relecturas en función del tipo de enunciado para los problemas SP1 y SP2.

Ciertamente, en las resoluciones correspondientes a los enunciados *concretos* hay sucesivos cambios de los elementos que conforman el sistema de estudio, con las correspondientes reconsideraciones de las fuerzas que actúan sobre tales elementos. Cuando estos alumnos detectan que una suposición es inconsistente con su modelo, lo revisan y actualizan para acomodar la aseveración. Es decir, las revisiones recursivas de los modelos mentales se generan cuando los estudiantes reconocen que el modelo en curso es errado porque no les permite acercarse a la meta. Estos cambios se dan hasta alcanzar un modelo que los sujetos consideran que acota la información relevante, a través de un complejo recorrido por el espacio del problema. Tal es la situación que se presenta cuando los estudiantes que resolvieron la SP1 con referente concreto deciden calcular el coeficiente de roce entre la carga y el piso del camión (la meta) y se dan cuenta que no pueden hacerlo porque no han incluido la fuerza de roce en sus diagramas. Modifican entonces su modelo, incorporando la carga, por ejemplo, de manera tal que esa fuerza aparezca. El significativo número de relecturas registrado en

las resoluciones de los problemas concretos se centran fundamentalmente en la recuperación de la meta. Las resoluciones de Pedro y Damián de la SP1 son especialmente representativas de la complejidad de los espacios del problema explorados por estos alumnos. Estas diferencias tan notables en los rendimientos de los estudiantes ante los referentes concretos o abstractos del enunciado dan cuenta del *efecto del contenido*. Efectivamente, en este estudio se ha podido constatar que el *tipo de contenido* afecta la resolución, con resultados negativos en los casos de referente concreto. Diversas investigaciones que han estudiado el efecto de los *contenidos concretos* en la resolución de tareas lógicas han destacado su relevancia, señalando que facilitan la resolución cuando se trata de contenidos significativos o familiares para quien resuelve (Griggs y Cox, 1982; Johnson Laird y Legrenzi, 1974; Mantektelow y Evans, 1979; Reich y Ruth, 1982; Wason, 1983; Wason y Shapiro, 1971). Sin embargo, otros investigadores no han hallado tal efecto facilitador, mostrando que el estudio de la influencia de las variables de contenido y factores contextuales sobre el razonamiento es una cuestión compleja (Espino, Santamaría y García Madruga, 1999; Evans, Kaplan, Cane y Villalba, 2001. Evans, Clibbens y Rood, 1995; Evans, Feeney y Venn, 2001; Evans y Curtis-Holmes, 2005; García-Madruga y Carretero, 1996; Johnson-Laird y Byrne, 1991; Johnson Laird y Byrne, 1991; Klauer, Musch y Naumer, 2000; Oakhill, Johnson-Laird y Garnham, 1989; Oakhill & Johnson-Laird, 1985; Santamaría, 1989; Santamaría, García Madruga y Carretero, 1996; Yachanin y Tweney, 1982). Estos investigadores señalan que, si bien el contenido temático de las tareas le permite al sujeto recuperar un escenario mental familiar que le hace considerar a la tarea como más natural y satisfactoria, tales conocimientos previos pueden favorecer la elaboración de un modelo idiosincrático pero lógicamente incorrecto, empeorando la ejecución de la tarea (Seoane y Valiña, 1988).

Pero es necesario señalar que, en los estudios sobre lógica, las tareas abstractas son entendidas como *arbitrarias*, en el sentido que son tareas que no activan conocimientos previos. En los problemas trabajados en esta tesis, en cambio, tanto los enunciados concretos como los abstractos remiten a un contenido. Efectivamente, el problema que hemos denominado “abstracto” remite al dominio de la Física, en particular a la Dinámica de la partícula, tema en el cual los estudiantes habían sido recientemente evaluados. El problema concreto, en cambio, remite en primer lugar a la experiencia cotidiana, lo cual dificulta y retarda la conformación del modelo conceptual que les permitirá arribar a la meta. Puede interpretarse que, en el caso de los enunciados concretos, los alumnos, al no realizar una comprensión profunda del problema, no son capaces de reconocer y aplicar en las situaciones cotidianas las leyes de la física. Es decir, en los problemas abstractos aplican mecánicamente un esquema que previamente han recuperado de su MLP, mientras que en los problemas concretos les resulta difícil recuperar ese esquema. Para la teoría de Johnson – Laird, el efecto del contenido pone de manifiesto que la comprensión semántica de los enunciados supone la integración de la nueva información con los conocimientos previos, lo cual afecta al modelo mental que el individuo construye. Desde esta perspectiva, puede interpretarse que, en el caso de los problemas *abstractos*, la “nueva información” que presentan sus enunciados se integra más fácilmente con los conocimientos previos específicos, de forma tal que los estudiantes construyen sin mayores dificultades un modelo conceptual adecuado. En los enunciados concretos el conocimiento cotidiano interfiere en esa integración, dado que los alumnos deben mantener activos en su memoria de trabajo los dos modelos: el *físico*, surgido a partir del conocimiento cotidiano, y el *conceptual*, que les permitirá planificar una solución. Esta carga, en una memoria de capacidad limitada, puede explicar la mayor dificultad de esta tarea, de modo que el espacio del problema que generan estos estudiantes es más complejo, con cambios sucesivos de sus modelos por revisión y ajuste de las fuerzas actuantes y de

los elementos considerados relevantes. Estos resultados refuerzan la hipótesis general de esta tesis, según la cual “*El escaso éxito de los alumnos al resolver situaciones problemáticas que involucren interacciones mecánicas está vinculado en forma directa con las dificultades para integrar dichas interacciones conformando un adecuado modelo mental*”. El modelo mental adecuado mencionado en esta hipótesis general es un *modelo conceptual* que deben construir necesariamente todos los estudiantes en sus resoluciones para arribar efectivamente a la meta.

Es importante destacar que todos los estudiantes aplican el esquema de resolución correspondiente al operador *interacciones – estado* (IE), que implica efectuar los diagramas del cuerpo libre y plantear las ecuaciones correspondientes a la Segunda ley de Newton. Es decir, activan el conocimiento procedimental adecuado, determinado por el contexto en el cual se desarrolló el estudio, el cual les indica los pasos a seguir y las estrategias a través de las cuales están en condiciones de alcanzar una solución. Pero en las situaciones concretas o de contenido realista fallan en la consideración de los elementos relevantes y por ende, en la conformación de un modelo mental adecuado que les permitiría alcanzar la meta.

Resumiendo, se ha mostrado que las resoluciones de los problemas de referente *concreto* corresponden a espacios del problema más complejos, implicando mayor tiempo de resolución y mayor cantidad de relecturas, redefiniciones del sistema y modelos. Esto puede explicarse si se tiene en cuenta que los alumnos que los resuelven se plantean como submeta transformar el problema en uno de los que han resuelto en la asignatura, lo cual les requiere un trabajo cognitivo extra hasta modelizar físicamente la situación y, a partir de allí, aplicar los algoritmos de solución. En estos casos, es posible identificar la aplicación de heurísticos de resolución, como la *reducción de la diferencia*, con una exploración del espacio del problema a través de estrategias generales como el *análisis de medios fines*, reconocido

en la mayoría de estas resoluciones. En el caso de la SP1, tratan de reducir las diferencias entre el problema que se les ha presentado y un típico “problema de plano inclinado”, asociado con la pendiente del camino y en consecuencia con la inclinación que adquiere la camioneta en el ascenso. Esto es evidente cuando analizan a la carga interactuando con el piso de la camioneta (que representa al plano inclinado), y efectúan su dibujo separado del resto de la camioneta.

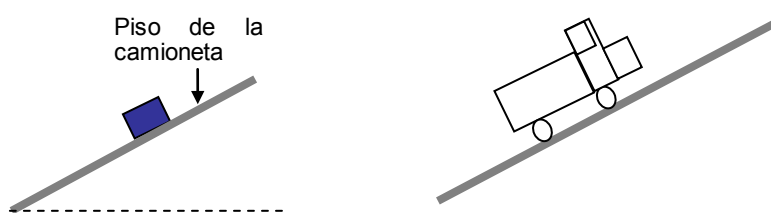


Figura 6.22. Consideración de la carga interactuando con el piso de la camioneta.

A estos estudiantes les resulta cognitivamente costoso llegar a construir un modelo que les permita aplicar el algoritmo adecuado para alcanzar la solución. Es decir, deben hacer un trabajo mental importante a fin de actualizar el modelo mental dado de la situación real hacia un modelo mental más simplificado, donde sólo se presenten los rasgos relevantes en el contexto de la Física para diseñar una planificación efectiva y aplicar estrategias adecuadas a fin de resolver el problema. En el caso de la SP1, la situación simplificada corresponde a un cuerpo apoyado sobre otro con la caracterización de la interacción externa ejercida por el tractor para que suban, lo cual corresponde al dibujo incluido en las versiones de los enunciados abstractos.

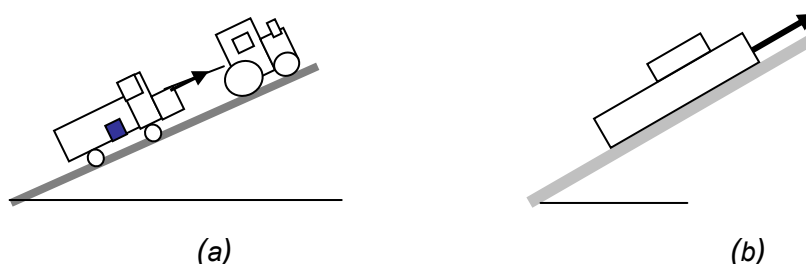


Figura 6.23. Dibujo incluido en los enunciados con gráfica: (a) concretos y (b) abstractos.

Coincidiendo con los resultados obtenidos en el Estudio II, se ha detectado que los sujetos que recibieron las *versiones concretas*, cuando comienzan a resolver tienen en cuenta todos los elementos del sistema, es decir, comienzan el proceso de búsqueda a partir de un modelo mental que se ha denominado *completo*. En tales casos, estos modelos iniciales tienen un fuerte correlato perceptivo, asociado a su interacción cotidiana con el mundo, a través de la cual fueron desarrollando modelos mentales que le resultaron funcionales y pasaron a formar parte de su conocimiento. La complejidad identificada en la resolución de este tipo de enunciado de las resoluciones se asocia a la necesidad de transformar ese modelo inicial, con referencias al mundo cotidiano, en un modelo conceptual, cargado de entidades simbólicas, como es el caso de reemplazar al tractor por su acción mediante un vector que represente la fuerza que hace sobre la camioneta. En estos casos los alumnos deben transformar el problema concreto en su versión abstracta, elaborando una reducción de lo real utilizando conceptos y abstracciones, que se organizan conformando un *modelo físico que es tridimensional y dinámico*, dado que los enunciados describen situaciones de movimiento en el espacio y en el tiempo que remiten al estudiante a su experiencia perceptiva e implica relaciones causales entre los eventos representados. Como se ha señalado, en el contexto de la Física, al estudiar un fenómeno, la modelización constituye una etapa básica en la cual se procede a la representación de una porción del universo, caracterizada por los atributos que se asumen como relevantes a la cuestión planteada. Esta transformación, que tanto esfuerzo cognitivo les demanda a estos estudiantes, constituye el primer paso en la resolución de un experto, que atiende a la estructura profunda del problema. Este estadio de la resolución corresponde al denominado “análisis cualitativo” por Mc Dermott y Larkin (1978), estadio en el cual estos autores ubican la construcción de la representación interna del problema. Puede interpretarse, pues, que en los *enunciados concretos* algunos sujetos deben realizar una tarea extra de selección de la información relevante, que implica una abstracción de la

situación presentada, para abordar la búsqueda de la meta. Por lo tanto, los *enunciados concretos* se asocian a la dificultad que supone ir transformando el modelo inicial elaborado con elementos concretos hasta llegar a un modelo mental que incluya sólo lo relevante, que servirá de base para planificar y elaborar el trabajo algebraico.

Como rasgo distintivo, en las resoluciones correspondientes a los enunciados *concretos* de la SP2 se evidencia la necesidad de incluir una fuerza con una importante carga perceptiva que permite justificar la situación descrita en el enunciado. Así, 3 de los 4 estudiantes que resolvieron esta versión (Raquel, Carlos y Pablo), para justificar que el papel se mantenga sobre el parabrisas suponen que el viento lo “pega” sobre el vidrio. Esto ocurre aún cuando incluyen una fuerza de roce hacia arriba contrarrestando al peso que sería suficiente para explicar por qué no cae. En la situación real de un automóvil en movimiento, su desplazamiento provoca una interacción sobre la masa de aire, supuesta inicialmente en reposo, en torno a él. Se generan así corrientes de aire (la situación es más compleja si acontece en un día con viento, dependiendo incluso de su dirección de movimiento y su intensidad). En estas condiciones reales, la fuerza del viento existe y si se considera que el móvil se desplaza en aire calmo, actúa como supone y representan estos alumnos (véase F_v en Fig. 6.17a). Cabe destacar que este tipo de fuerza no se ha trabajado en clase, ya que los contenidos de la asignatura no incluyen la dinámica de los fluidos, tema que es tratado en el siguiente curso de Física. En consecuencia, las situaciones que se abordan se analizan bajo la suposición de ausencia de aire (vacío), hecho que anula la existencia de la fuerza del viento.

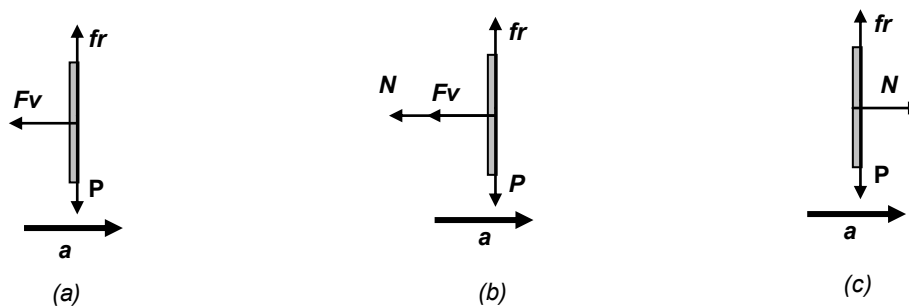


Figura 6.24. (a) Diagrama de cuerpo libre del papel considerando sólo la fuerza del viento (F_v) en la dirección del movimiento; (b) Diagrama de cuerpo libre del papel considerando la fuerza del viento y la fuerza de contacto normal (N), como si el parabrisas “chupara” al papel; (c) Diagrama de cuerpo libre considerando la fuerza normal de contacto. (El vector a corresponde a la aceleración del camión, P : peso del papel y fr : fuerza de roce entre el papel y el parabrisas).

Como se ha visto en la resolución de la SP2 desarrollada en el apartado 5.2.2h, es posible justificar la situación del papel a través del reconocimiento de las fuerzas conocidas por los estudiantes, sin incluir la fuerza del viento (Fig. 6.24c). Pero es tan marcado el efecto del aire para los estudiantes como agente externo por su referencia perceptiva, que se pierden los efectos de contacto, es decir, no reconocen a la fuerza N como causa de que el papel tenga la misma aceleración que el camión. La otra alumna que resolvió esta versión (Ana) supone que el parabrisas en realidad lo “chupa” (Fig. 6.24b). Para ella la condición de que el papel no se caiga implica que quede pegado al vidrio, es decir, el papel se mantendrá fijo sólo si el parabrisas impide que se “vuele” hacia adelante.

En las situaciones mencionadas se presenta una contradicción lógica en el contexto de la Física, que los estudiantes no logran detectar: la dirección y sentido de la o las fuerzas horizontales supuestas (Figs. 6.24 a y b) no son coherentes con la aceleración dada como dato en el enunciado. De este modo, todas las fuerzas horizontales sobre el papel apuntan hacia la izquierda, por lo cual es imposible que el mismo se mueva aceleradamente hacia la derecha acompañando el movimiento del camión. Cuando suponen la existencia de una fuerza del viento como la acción de “chupar” del parabrisas, es evidente que la

experiencia cotidiana es la que determina el modelado situacional, prevaleciendo sobre la estructura conceptual. Tal es así, que ninguno de estos alumnos reconoce el efecto de sostén del parabrisas; si bien dos de ellos (Ana y Pablo), que incluyen además la fuerza de contacto normal, lo hacen con el sentido opuesto al físicamente correcto.

También se reconocen sesgos en las resoluciones de las versiones abstractas. En la SP2, por ejemplo, resuelven desde un modelo construido en el vacío sin explicitarlo. Este recorte tiene su explicación en la experiencia de formación académica, ya que en todos los problemas trabajados en el aula se desprecia el rozamiento con el aire en los movimientos, estableciendo desde el inicio que se realiza esta suposición para comenzar el estudio del movimiento en la situación más sencilla. Pero, como se ha mencionado, ante la misma situación en contexto real (el papel en el parabrisas), la fuerza del viento que incluyen es un supuesto fuerte de sentido común que les impide recuperar lo académico para simplificar el problema y llegar a suponer que tal fuerza del viento se considera despreciable. La complejidad de lo real les impide llegar a la meta.

Es interesante destacar que en ninguna de las resoluciones de la SP1 concreta se planteó el efecto de la fuerza del viento, lo cual sugiere que en la versión concreta de la SP2 tiene más peso el análisis perceptivo de la situación.

Un *sesgo de creencia* que se reconoce tanto en las versiones concretas como en las abstractas es el denominado “efecto del mayor”, que ocurre cuando se reconoce el efecto del cuerpo mayor sobre el menor, pero no del menor sobre el mayor. Este sesgo implica considerar que los pares de acción y reacción son distintos si uno de los cuerpos interactuantes tiene una masa mucho mayor. De este modo, la presencia del mayor se considera relevante para “mantener” al menor pero el efecto recíproco es considerado despreciable.

En las resoluciones correspondientes a los enunciados *abstractos*, el recorrido lineal por el espacio del problema, en un tiempo menor y con menos vueltas y menor cantidad de modelos y operadores, permite identificar el proceso de *comprensión* a partir del enunciado y la consecuente *búsqueda* de la solución. En las resoluciones de los problemas *concretos* se observa cómo estos procesos de comprensión y búsqueda se dan alternativamente, verificándose una revisión recursiva de sus modelos en curso, cuando no logran acercarse a la meta. La mayor parte del proceso de búsqueda se centra en el trabajo algebraico, y esas estrategias de búsqueda están claramente predeterminadas precisamente por el tipo de enunciado. Es decir, el enunciado abstracto, al menos en este estudio, activa una estrategia de resolución que puede ser efectiva, ya que remite a problemas “tipo” para los cuales poseen esquemas de resolución pertinentes. Puede interpretarse que en los enunciados *abstractos*, la falta de intencionalidad y la descripción de las situaciones, donde los elementos se denominan genéricamente “cuerpos”, hacen que la comprensión del discurso se centre fundamentalmente en el contexto de la Física, y específicamente, en el conocimiento disponible para un “problema tipo” (Chi, Feltovich y Glaser, 1981), activando esquemas de conocimiento pertinentes (Rumelhart, Smolensky, MacClelland y Hinton, 1986). A partir de esto, los estudiantes generan un modelo mental *conceptual relacional*, reconociendo los elementos que representan entidades individuales (los dos cuerpos), sus propiedades (por ejemplo, sus masas) y una notación especial con un número finito de relaciones abstractas entre las entidades individuales (las fuerzas como interacciones entre los cuerpos).

Estas diferencias en las actuaciones de los alumnos frente a enunciados *concretos* y *abstractos* puede explicarse a la luz de la teoría de los modelos mentales de Johnson Laird. Efectivamente, en los enunciados de referente concreto, los alumnos deben mantener activos en su Memoria de Trabajo los dos modelos: el *físico*, surgido a partir del conocimiento cotidiano, y el

conceptual, que les permitirá planificar una solución. Esta carga, en una memoria de capacidad limitada, puede explicar la mayor dificultad de esta tarea.

En principio, estos resultados parecen no coincidir con los obtenidos por Buteler et al (2001), quienes sostienen que los problemas en contextos cotidianos son representados más exitosamente que los del ámbito escolar. En realidad en ese trabajo se presenta como cotidiano un problema que los alumnos podían resolver desde el sentido común, sin utilizar los conocimientos físicos. En el caso de esta tesis, en cambio, los enunciados concretos, si bien tienen referentes cotidianos, necesitan del conocimiento específico para arribar a una solución. Este conocimiento específico se manifiesta fundamentalmente en el operador *interacciones - estado*, presente en todas las resoluciones. Como se ha mencionado, en los problemas utilizados para el desarrollo de esta tesis, el conocimiento cotidiano, lejos de facilitar la tarea de los estudiantes, hace más complicada su resolución y, en la mayoría de los casos, no les permite alcanzar una solución correcta.

Otro índice que permite analizar las diferencias entre las resoluciones de los problemas con diferente tipo de enunciado es la *precisión de la respuesta* obtenida, que se sintetiza en la Tabla 6.12.

Antes de proceder a analizar las relaciones entre los tipos de enunciados y las soluciones obtenidas, es necesario recordar las diferencias entre las dos situaciones problemáticas. La SP1 admite dos formas posibles de hallar una solución correcta: una simple, considerando que los dos móviles se mueven, sin desplazarse uno respecto al otro, con velocidad constante y otra compleja, cuando se supone que ambos también se mueven juntos, pero con aceleración constante. En cambio, la SP2 admite sólo una solución posible, ya que en el enunciado se explicitaba que estaban acelerados.

	enunciado	compleja	simple	Correcta	Incorrecta	Completa	incompleta
S P 1	Concreto c/g s/n	X	X		X		X
	Concreto c/g c/n		X		X		X
	Concreto s/g s/n		X		X		X
	Concreto s/g c/n		X	X		X	
	Abstracto c/g s/n	X		X			X
	Abstracto c/g c/n	X		X			X
	Abstracto s/g s/n	X		X			X
	Abstracto s/g c/n	X		X			X
SP 2	Concreto c/g s/n	X	NC		X		X
	Concreto c/g c/n	X	NC		X		X
	Concreto s/g s/n	X	NC		X		X
	Concreto s/g c/n	X	NC		X		X
	Abstracto c/g s/n	X	NC	X			X
	Abstracto c/g c/n	X	NC	X			X
	Abstracto s/g s/n	X	NC	X		X	
	Abstracto s/g c/n	X	NC	X		X	

Tabla 6.12. Caracterización de las soluciones alcanzadas en las resoluciones de los diferentes tipos de enunciados. Las siglas **NC** (No Corresponde) indican que la opción: solución simple no es posible en la SP2.

Los cuatro alumnos que resolvieron las *versiones concretas* de la SP1 llegaron a una *solución simple* pero incorrecta (ver Tabla 6.12), a través de un *modelo simple*, en el cual interpretaron la condición de que ambos cuerpos se muevan juntos en el sentido de movimiento con la misma velocidad constante. Los estudiantes que trabajaron con los *enunciados abstractos*, por su parte, optaron por una resolución considerando que los cuerpos se mueven juntos pero con velocidad variable, es decir con la misma aceleración no nula. Como se ha mencionado, puede interpretarse que quienes resolvieron los problemas

concretos, ante una modelización que les demanda importantes recursos cognitivos, a la hora de operar eligen la opción más simple.

Es posible observar que la mayoría de los estudiantes no llegan a una solución completa, abandonan su trabajo cuando consideran que están en condiciones de alcanzar la meta. En cuanto a la calidad de las soluciones, en la SP1 y la SP2, todos los que resolvieron la versión abstracta obtuvieron una solución correcta y todos los que trabajaron la versión concreta no pudieron llegar a la meta, planteando soluciones incorrectas.

En cuanto a la otra variable independiente asociada al *formato de los datos*, sus efectos en las resoluciones fueron leves. Un rasgo común en la mayoría de las resoluciones de los problemas presentados con datos numéricos fue la necesidad de releerlos antes de analizar la interpretación física de la condición “*que se muevan juntos*”. Es decir, los estudiantes recuperan los datos por relectura antes de organizar un modelo coherente de la situación. En este sentido, este resultado está de acuerdo con la tendencia marcada por Buteler, Gangoso, Brincones y González (2001), en cuanto a que la presencia de tales datos favorece la construcción de representaciones adecuadas.

Finalmente, en relación con las hipótesis que orientaron esta tesis, cabe establecer que:

- a) En relación con la hipótesis H_1 , referida a que *las representaciones internas que construye un sujeto cuando resuelve un problema dependen de la forma en que se enuncie*, ha sido confirmada en este estudio, ya que se han identificado y caracterizado modos de resolución *diferentes* para el mismo problema dependiendo del referente *concreto* o *abstracto* del enunciado. Se ha hallado además una leve influencia de la variable *gráfica*, que genera soluciones más complejas en las versiones concretas cuando se incluye un dibujo de la situación en el enunciado, mientras que en los problemas con

enunciados *abstractos* se detecta un leve efecto contrario. Ésta es una característica que surge del estudio de casos y que no coincide con los resultados del Estudio II, ya que está marcando, al menos en los casos analizados, que la presencia de la gráfica tiene alguna incidencia en las resoluciones con los enunciados abstractos, facilitando el proceso de resolución.

- b) En cuanto a la hipótesis H_2 , según la cual *las fallas en el modelado se deben a errores en el reconocimiento de las interacciones, principalmente las fuerzas de rozamiento*, la misma también ha sido confirmada en este estudio. Efectivamente, aún los estudiantes que alcanzan una solución coherente muestran dudas al asignar el sentido de la fuerza de roce entre los cuerpos en la SP1 y la fuerza normal en la SP2³⁸. Esto permite afirmar que la interacción más conflictiva, tanto en enunciados concretos como abstractos, fue la *fuerza de contacto en la dirección del movimiento*, que en la SP1 corresponde a la fuerza de roce y en la SP2 a la fuerza normal. Esas fuerzas se constituyen en las interacciones claves para justificar la condición de reposo relativo impuesta en los enunciados: que los cuerpos más pequeños no deslicen respecto a los mayores. Dicha condición, en todas las versiones, constituye una señal semántica cuyo fin es la construcción de un modelo mental que incluya las principales relaciones entre las ideas del enunciado textual.
- c) En relación con la hipótesis H_4 : *las representaciones proposicionales sustentadas en modelos mentales inadecuados pueden permitir algunos movimientos correctos, pero no llevan a una solución correcta*, también se confirma en este estudio. Efectivamente, todos los estudiantes que obtuvieron una solución errónea plantearon las ecuaciones y trabajaron algebraicamente con ellas. Pero ese trabajo algebraico, a partir de un

³⁸ Sólo Pedro, en la SP1 concreta, reconoce explícitamente una relación causal al expresar: “... *la fuerza de roce es la causa de la aceleración de la carga*” y le asigna el sentido correcto.

modelo inconsistente con la situación presentada en el problema, no les permitió hallar a una solución correcta. En estos casos, los estudiantes aceptaron y justificaron sus resultados aún cuando detectaran alguna incoherencia, obteniendo las denominadas soluciones ilusorias. Este es el caso de los estudiantes que plantean las ecuaciones coherentes con su diagrama de fuerzas, pero con una de las fuerza con el sentido erróneo, Trabajan algebraicamente y llegan a expresar la meta en función de los datos (esto correspondería a los *movimientos correctos*), pero obtienen una solución incoherente.

A través de este análisis, y sin pretender generalizar, se han confirmado las hipótesis formuladas en esta tesis. De este modo se han dado respuesta a las preguntas centrales que han orientado esta tesis, considerando que la actuación de los estudiantes al resolver problemas que involucren *interacciones* mecánicas está vinculada en forma directa con las dificultades para integrar dichas interacciones conformando un adecuado *modelo mental*. Efectivamente, se han caracterizado las actuaciones de los estudiantes al resolver problemas que involucren fuerzas en función de la sucesión de operadores y modelos, inferidos a partir de sus palabras y sus escritos mientras resuelven y se han establecido relaciones entre las características del enunciado y los modos de resolución.

Los diferentes operadores que los alumnos iban aplicando durante la resolución se identificaron a partir de indicios surgidos en el análisis de las transcripciones, complementadas con las notas de campo. Así, se reconoció el operador *redefinición del sistema* toda vez que un estudiante anunciaba que su modelo estaba incompleto (“Ah!!!... me olvidé de la carga!”), y a continuación incorporaba un nuevo elemento como parte relevante del sistema, o cuando, sin decirlo, dejaba de lado a uno de los componentes del modelo que antes había considerado, focalizándose en el análisis del movimiento de los otros elementos. También se identificó este operador en los casos en que el

estudiante daba indicios de disociar el modelo, como en los casos en que se consideró al “piso de la camioneta” como un elemento más del modelo. La aplicación del operador *reconsideración de las interacciones* se daba algunas veces en forma directa (“*Me parece que la fuerza de roce está al revés...*” o “*Oh!!! Me olvidé de la normal...*”) y otras a través de variadas expresiones que anunciaban su aplicación (“*No, esto no puede ser... me parece que se va a mover para el otro lado...*” o “*Ah..., pero este cuerpo lo ayuda a este otro a subir... entonces...*”). En este sentido, la resolución en voz alta permitió acceder a los sucesivos cambios en los elementos del modelo mental y en la reconsideración de las fuerzas, que no quedan registrados en una solución escrita, en la cual sólo consta el resultado y no el proceso que llevó al sujeto a tomar una determinada decisión.

Si bien es posible identificar la forma en que un alumno interpreta el movimiento conjunto a través de las ecuaciones que usa en su solución escrita (velocidad constante o aceleración constante), la resolución en voz alta permitió identificar no sólo en qué momento aplica el operador *interpretación de la condición*, sino además si lo hace mecánicamente o a partir de una argumentación (“*Ah... si no desliza sobre el otro entonces tiene aceleración cero...*”, “*... si la carga no desliza... quiere decir que la aceleración de los 3 es la misma*”, “*bueno... si no desliza entonces está quieto*”). Estos datos son muy valiosos en el análisis de las resoluciones, ya que la aparición de este operador da cuenta de la forma en que los estudiantes transforman la condición de la situación impuesta en el enunciado (“*... la fuerza es la máxima para que la carga no deslice...*” o “*... para que esta situación sea posible...*”) en los conceptos físicos de velocidad y aceleración. Es decir, su aplicación implica el establecimiento de una correlación entre tal condición y el espacio de los conceptos físicos que el alumno debe detectar e incluir en su modelo para poder arribar exitosamente a la meta.

Como se ha mencionado al principio de este capítulo, la aplicación de estos tres operadores, que hemos denominado *de evolución*, provoca cambios sustantivos en los modelos desarrollados en la resolución. En función de estos operadores, los modelos desarrollados y las soluciones alcanzadas, y teniendo en cuenta que las mayores diferencias se dieron en la resoluciones correspondientes a enunciados concretos frente a los abstractos, en las Figuras 6.25 y 6.26 se caracterizan, en general, los modelos de actuación correspondientes a ambos tipos de problemas.

Como puede observarse en la Fig. 6.26, el operador *consideración de interacciones* caracteriza a las resoluciones de las versiones abstractas, que obtienen *soluciones correctas* a través de una *interpretación compleja* de la situación. En el modelo generalizado de las resoluciones de las versiones concretas, la *reconsideración* de las interacciones indica una revisión sucesiva de las mismas. Estas soluciones implican, además, *redefiniciones* del sistema y la repetida aplicación del operador *recuperación de la meta*, mostrando que estos estudiantes tuvieron dificultades en el proceso de comprensión de la situación y necesitaron volver a leer el enunciado en busca de la consigna como guía de la resolución.

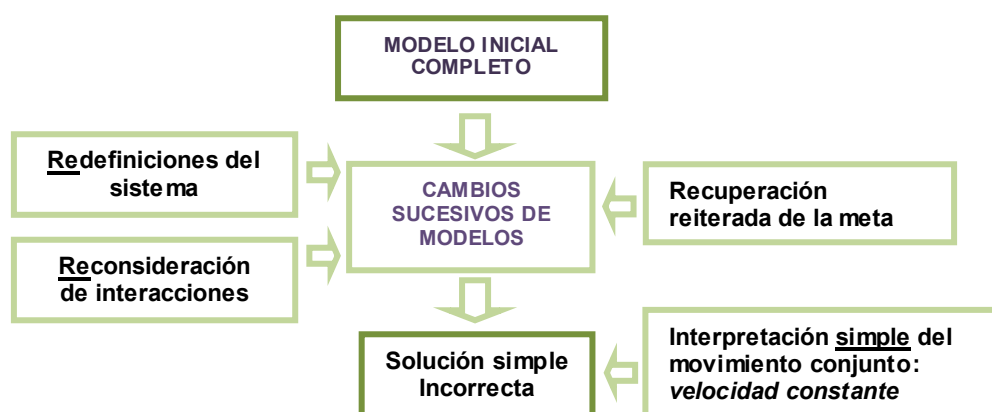


Figura 6.25. Modelo de actuación de los estudiantes cuando resuelven un problema de referente concreto.

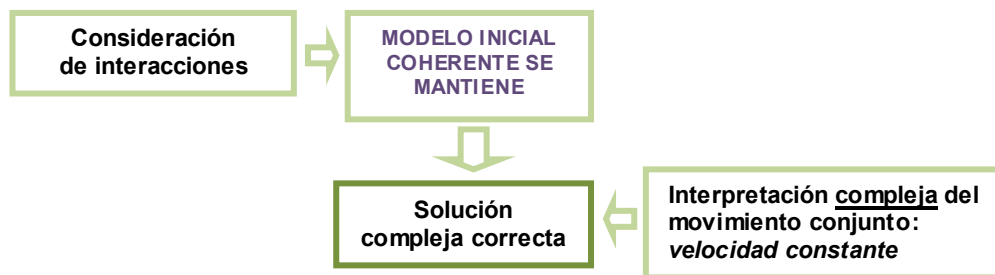


Figura 6.26. Modelo de actuación de los estudiantes cuando resuelven un problema de referente abstracto.

La información obtenida a través de la técnica del “pensamiento en voz alta” permitió organizar y esquematizar las resoluciones, obteniendo los *esquemas de resolución*, que dan una visión global y clara del espacio del problema desarrollado por cada estudiante. Pero además, a través de esta técnica fue posible conocer las causas y/o justificaciones de las *redefiniciones del sistema* o de la *reconsideración de las fuerzas* que generaban cambios en el modelo mental en curso. Así, hemos podido analizar las fundamentaciones orales al asignar, por ejemplo, el sentido a una fuerza de roce. En algunos casos, aún cuando el sentido era el correcto, las explicaciones orales evidenciaban que lo hacían a partir de un esquema de resolución inadecuado para analizar esa situación. En general, muchas expresiones aclaraban razonamientos que no habían escrito ni explicitado de otro modo. Por ejemplo, cuando un estudiante, refiriéndose a la aceleración de la carga de la camioneta de la SP1, decía: “... se la hace el roce”, estaba reconociendo a la fuerza de roce como la *causa* de la aceleración de la carga.

A través de esta técnica fue posible detectar, además, los momentos en que un estudiante se encontraba en un camino sin salida para alcanzar la solución. En muchos casos pudo verificarse la resistencia del estudiante a revisar su modelo en curso, a pesar de las sugerencias de la investigadora. Se ha podido identificar, asimismo, el carácter dinámico del modelo desarrollado a través de ciertas expresiones orales que implicaban que el estudiante no sólo

era capaz de predecir los cambios y movimientos de las entidades representadas, sino que además establecía relaciones causales. Por ejemplo, cuando un estudiante expresa “... esa fuerza hace que no se deslice sobre la superficie”, o, “... a pesar que la está empujando, la masa 1 no se desliza...”, reconociendo implícitamente a la fuerza de roce como responsable de este efecto.

Es decir, la técnica de resolución en voz alta permitió detectar y esquematizar la complejidad del espacio del problema, reconociendo las redefiniciones, las relecturas, las expresiones de duda acerca de las fuerzas de contacto, pero sobre todo las justificaciones de inconsistencias y la detección de los sesgos que dificultaban la resolución. Efectivamente, los sesgos cobraron mayor sentido en este estudio, ya que fue posible detectar su origen, no sólo a través de lo que el estudiante escribía sino sobre todo de lo que el estudiante decía. Así, el *sesgo de economía cognitiva* se reconoció muchas veces cuando un estudiante expresaba su decisión de avanzar hacia la meta ante una inconsistencia, obviando una necesaria revisión del modelo en curso que le permitiría resolver el conflicto. Pero tal revisión le insumiría mayores recursos cognitivos. También las expresiones de los estudiantes permitieron detectar los *sesgos de fijación o creencia* que interferían en el análisis conceptual y los de *confirmación* que en muchos casos dieron lugar a un cierre prematuro, aún frente a soluciones finales que el mismo estudiante reconocía como, al menos, discutibles.

Con la aplicación de esta técnica se obtuvieron, además, ricas informaciones acerca del pensamiento de quien resuelve a través de aseveraciones de valor (“...esto es re fácil...”), de dudas (“... y ahora como sigo?”), de toma de decisiones (“...y si... la fuerza de roce va para allá...”). En función de lo expuesto, consideramos que la técnica del pensamiento en voz alta es muy valiosa, dada su riqueza interpretativa, que nos ha permitido un

acercamiento a vocalizaciones de un “discurso interno” que fue imposible conocer analizando sólo las resoluciones escritas en el Estudio I.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES

7.1 INTRODUCCION

En el capítulo 1 de esta tesis se ha discutido acerca del papel central de la resolución de problemas en el aprendizaje y su evaluación en los cursos universitarios de Física básica, y he expresado mi interés por estudiar aspectos asociados al proceso de resolución. A partir de esto, se definió el tema central de la investigación: *el estudio de los procesos asociados con la resolución de problemas de Dinámica de la partícula a partir de la comprensión de diferentes tipos de enunciados*. En este contexto, la Física provee una teoría específica (las *leyes de Newton*) y la Psicología Cognitiva brinda un marco que permite interpretar las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven problemas de esa temática.

Se plantearon dos cuestiones centrales: *¿cómo pueden interpretarse las dificultades observadas en los estudiantes universitarios, de carreras con fuerte base física, en la resolución de problemas que involucren interacciones mecánicas?* (cuestión 1) y *¿cuál es la relación entre las características del enunciado de estos problemas y las representaciones internas de los estudiantes puestas en juego durante su resolución?* (cuestión 2). Estas preguntas, que se retoman aquí con miras a sintetizar las respuestas encontradas, parten de asumir que es posible analizar las representaciones internas de quien resuelve a partir de sus representaciones externas.

7.2 TRABAJO EMPIRICO

Los trabajos empíricos se diseñaron asumiendo que las personas resuelven los problemas guiadas por un *modelo mental* que construyen a partir de la lectura del enunciado y de sus conocimientos previos. De este modo, se

obtuvo información vinculada con la hipótesis general, que supone que los frecuentes fracasos de los alumnos al resolver problemas que involucren fuerzas mecánicas, concebidas como *interacciones* entre los cuerpos, están vinculados en forma directa con las dificultades para integrar dichas interacciones conformando *modelos mentales* adecuados, dependiendo de las características de los enunciados. Los tres estudios desarrollados se realizaron con estudiantes universitarios del primer curso de Física de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario con calificaciones comprendidas entre 5 y 6³⁹ en el examen parcial y con un rendimiento semejante en Álgebra I y Análisis Matemático I.

A fin de obtener indicadores efectivos para diseñar los problemas de la investigación central (estudios II y III), detallada en los capítulos 5 y 6, se desarrolló el Estudio I, de carácter exploratorio. El mismo se organizó con problemas en los que intervenían dos cuerpos en contacto, en diferentes estados de movimiento: a) ambos en reposo con respecto a la Tierra, b) moviéndose con la misma velocidad con respecto a la Tierra (que implica el reposo relativo entre ellos), y c) con movimiento relativo entre ellos (es decir, ambos se movían con respecto a la Tierra, pero con diferentes velocidades). En primer lugar, se llevó a cabo un análisis de las ejecuciones de los 51 participantes en cada uno de los problemas, lo cual permitió diferenciar los modelos mentales característicos construidos para resolver cada uno de los problemas. Posteriormente, a partir del análisis global de las actuaciones, se determinaron grupos de alumnos con patrones de resolución de problemas prototípicos. Los resultados obtenidos mostraron que, en las resoluciones de las situaciones de *reposo* con respecto a la Tierra y de *movimiento relativo* los estudiantes dan muestra de sesgos y dificultades que interfirieron u obstaculizaron el proceso de comprensión, mientras que en el caso del *reposo relativo* se detectaron diferentes alternativas válidas de solución que fueron

³⁹ La calificación se realiza en la escala 0-10.

interpretadas a partir de la caracterización de diferentes modelos mentales asociados a distintas formas de comprender las situaciones. A partir de estos resultados se decidió seleccionar situaciones con cuerpos en *movimiento conjunto*, pero en *reposo relativo* entre sí. Se observó, además, que las resoluciones estaban determinadas fundamentalmente por las suposiciones acerca del rozamiento entre las superficies en contacto, de modo que su identificación brindó información relevante acerca del *modelo mental* desde el cual los estudiantes encaraban las cuestiones a resolver. Por esta razón, en los nuevos problemas la fuerza de roce se constituyó en la interacción relevante para interpretar o explicar el movimiento conjunto. Se incluyó, además, una superficie de contacto con diferente orientación, a fin de analizar la dirección que asignaban los estudiantes a la fuerza de contacto normal en este caso.

Pero, además de la fuerza de roce, se detectó que la inclusión de una fuerza externa al sistema -que actuaba sólo sobre uno de los cuerpos- daba lugar a interpretaciones diversas en cuanto a la forma en que los estudiantes justificaban su efecto sobre el otro cuerpo. Por su riqueza interpretativa se decidió incorporar tal fuerza en los problemas empleados en el Estudio II, cuyas resoluciones permitieron poner a prueba la hipótesis H_2 , que asume que *los obstáculos en el desarrollo de un modelo mental adecuado se producen cuando no se reconocen las interacciones relevantes, prioritariamente por errores en las fuerzas de rozamiento.*

Para que las resoluciones de los nuevos problemas pudieran dar información referida a la cuestión 2, se enunciaron manipulando dos variables independientes: el *contenido del problema: concreto* -cuando alude a una situación de la vida cotidiana- y *abstracto* -cuando corresponde a una situación con elementos modelados físicamente- y la *presencia o no de un dibujo* en el enunciado (*texto acompañado de gráfica* o *texto sin gráfica*). Estos diferentes formatos permitieron poner a prueba la hipótesis H_1 , en la cual se sostiene que

las representaciones internas que construye un sujeto cuando resuelve un problema dependen de la forma en que éste se enuncie.

En el Estudio II los problemas diseñados fueron resueltos por otro grupo de 40 estudiantes, cuyos protocolos de resolución escrita ofrecieron información que dieron respuesta a las dos cuestiones. Por un lado, se interpretaron las dificultades en la resolución de los problemas presentados a partir de fallas en la construcción de los modelos mentales de las situaciones y, por otro, se identificaron modelos mentales característicos asociados con cada tipo de enunciado. Las dimensiones de análisis establecidas contemplaban las *características del enunciado*, los *indicios acerca del modelo inicial* y la *evolución de los modelos* durante la resolución. Esto permitió reconocer una relación entre las dos últimas dimensiones con las características del enunciado, diferenciándose tres grupos de individuos: los que resolvieron problemas con enunciados *concretos con gráfica*, quienes trabajaron sobre enunciados *concretos sin gráfica* y un tercer grupo que abordó cuestiones con enunciados *abstractos*- independientemente de la existencia o no de la gráfica-.

Los alumnos que resolvieron los problemas con *enunciados concretos*, finalizaban la resolución adoptando un *modelo mental simplificado y sesgado*. Esta simplificación se da desde un principio en el caso de los enunciados *concretos sin gráfica*, mientras que en las resoluciones de los *concretos con gráfica*, los estudiantes comienzan la resolución con un *modelo mental inicial completo*, con todos los elementos del sistema, simplificando su modelo en algún punto del proceso y obteniendo una solución simple incorrecta, a través de un modelo de máxima simplicidad, en el cual consideran que los cuerpos se mueven juntos con la misma velocidad constante. Como se ha expresado en las conclusiones del estudio II, puede interpretarse que, en los problemas con enunciados *concretos*, la mayoría de los sujetos muestran la necesidad de realizar una tarea extra de selección de la información que consideran relevante, tratando de transformar el problema original en un problema

abstracto típico de los trabajados en el aula. Es decir, ante una modelización que les demanda importantes recursos cognitivos, a la hora de operar eligen la opción más simple.

Los *enunciados abstractos, con o sin gráfica*, por su parte, se asocian con la elaboración de un *modelo completo* coherente desde el principio. Los estudiantes que trabajaron con estos enunciados consideraron que los cuerpos se movían juntos, con velocidad variable pero con la misma aceleración, encarando la resolución con una importante carga algorítmica que les permitió arribar a la meta.

Estas diferencias en las actuaciones de los estudiantes, relacionadas con el referente *concreto* o *abstracto* de los enunciados, constituye un resultado relevante para la presente tesis, confirmando parcialmente la hipótesis H_1 .

En relación con las interacciones, las *de contacto* (fuerza normal y fuerza de roce) resultaron las más conflictivas en su reconocimiento o caracterización. Efectivamente, en uno de los problemas (que se ha denominado SP1) los estudiantes mostraron dificultades en relación con la fuerza de roce, mientras que en el segundo, indicado como SP2, las mayores dificultades se dieron con la identificación de la fuerza normal. Estas fuerzas tenían una característica común: ambas actúan en la dirección del movimiento, de modo que sólo era posible explicar el movimiento conjunto si tales fuerzas eran identificadas correctamente. Aquí se verifica en forma parcial la hipótesis H_2 , ya que en este caso, si bien los obstáculos en la conformación de *un modelo mental adecuado se produjeron cuando no se reconocían las interacciones relevantes*, esas fuerzas relevantes no fueron sólo las de rozamiento sino, en general, las de contacto en la dirección del movimiento. También se verificó parcialmente la hipótesis H_3 , según la cual *las representaciones sustentadas en modelos mentales inadecuados pueden permitir algunos movimientos correctos, pero no llevan a una solución correcta*, ya que los grupos de estudiantes que obtuvieron

una expresión de la meta en función de los datos, pero a partir de un modelo sesgado, fueron capaces de alcanzar una solución aunque incorrecta.

Para analizar en profundidad el proceso de resolución de los problemas propuestos y estudiar si se mantienen las tendencias reflejadas en el estudio anterior, se desarrolló finalmente el denominado Estudio III o Estudio de casos, donde, además de analizar la incidencia del nivel de concreción del contenido del enunciado y la presencia o no del gráfico, se introdujo otra variable independiente asociada al formato de los datos: *con datos numéricos* o *sin ellos*. Se analizaron las resoluciones de 8 alumnos que no habían participado de los estudios anteriores, a partir de dos registros simultáneos: las resoluciones escritas y las grabaciones en audio mientras resolvían en voz alta, empleando las mismas dimensiones de análisis que en el estudio anterior. Si bien los modelos mentales inferidos fueron idiosincrásicos y generan espacios del problema diferentes para cada caso estudiado, fue posible encontrar ciertas características comunes en la resolución, asociadas con cada tipo de enunciado. Allí se observó que quienes resolvieron los problemas con *enunciados concretos* tardaron *más tiempo*, realizaron *mayor número de relecturas*, *más redefiniciones* del sistema y construyeron un *mayor número de modelos* que en su par abstracto. Estas características implican una importante carga cognitiva que lleva a los alumnos, en muchos casos, a optar por la solución más sencilla aunque *incorrecta*, sin intentar soluciones alternativas, lo cual coincide con los resultados del Estudio II, que asocian los enunciados concretos con un modelo final simplificado y sesgado. Se reconoció además que la presencia o ausencia de *datos numéricos* no fue relevante en el proceso de modelado.

Cabe destacar que el *número de relecturas* fue levemente mayor en las versiones *concretas con gráfica*, indicando que la presencia de un dibujo en el enunciado induce, en una etapa inicial, a una lectura superficial del texto, con predominio de una lectura gráfica. En las resoluciones de los enunciados

concretos sin gráfica, el menor *número de relecturas* se interpretó como un indicio de una lectura más cuidadosa del enunciado. Como se ha señalado en el estudio presentado en el capítulo 6, en este tipo de problemas, inmediatamente después de la lectura, los estudiantes hicieron un dibujo figurativo de la situación descrita, mostrando la necesidad de representarla en un formato que actúa como una simulación mental de su experiencia perceptiva en el mundo.

Coincidiendo también con los resultados obtenidos en el Estudio II, se ha detectado que los estudiantes que recibieron las *versiones concretas con gráfica*, cuando comienzan a resolver tienen en cuenta todos los elementos del sistema, es decir, comienzan el proceso de búsqueda a partir de un modelo mental que se ha denominado *completo*. En tales casos, estos modelos iniciales de los estudiantes tienen un fuerte correlato perceptivo, asociado a su interacción cotidiana con el mundo, a través de la cual fueron desarrollando modelos mentales que les resultaron funcionales y pasaron a formar parte de su conocimiento. Como se ha mencionado, la complejidad identificada en la resolución de problemas con este tipo de enunciado se asocia a la necesidad de transformar ese modelo inicial, con referencias al mundo cotidiano, en un modelo conceptual, cargado de entidades simbólicas, como es el caso de reemplazar la acción del tractor mediante un vector que represente la fuerza que hace sobre la camioneta.

En general, los procesos de resolución fueron marcadamente más *complejos* ante los *enunciados concretos* y más lineales para los abstractos, con un camino a la meta más directo. Puede interpretarse que los estudiantes muestran la necesidad de transformar los problemas de *referente concreto* en un problema abstracto de los típicos de la asignatura, pero se detectan serias dificultades en la elaboración de modelos mentales coherentes que conjuguen el aspecto cotidiano con el contenido conceptual. Nuestro estudio refuerza los resultados hallados por Hegarty (1991, en Maloney, 1994), ya que hemos

puesto claramente en evidencia que, en la resolución de problemas de mecánica elemental de referente cotidiano, se pone en juego no sólo el conocimiento conceptual específico adquirido por los estudiantes formalmente sino, además, el *conocimiento intuitivo conceptual*, incorporado a través de su experiencia acerca del movimiento y el *conocimiento intuitivo práctico* adquirido a través de la interacción con diversos aparatos mecánicos. En las resoluciones de los problemas con enunciado concreto se evidencia la dificultad de integrar el conocimiento conceptual y el intuitivo para construir la representación del problema, manifestando una puja manifiesta entre ambos tipos de conocimiento. En este aspecto, volvemos a marcar las diferencias con el trabajo de Buteler, Gangoso, Brincones y González (2001), quienes encontraron que los problemas de contexto cotidiano son representados más exitosamente por los estudiantes que aquellos problemas pertenecientes al ámbito escolar, aún cuando los conceptos necesarios hayan sido enseñados formalmente. No obstante, su definición de problema de contexto cotidiano es muy diferente a la considerada en esta tesis. Para ellos un problema es de *contexto cotidiano* si no requiere de ningún concepto físico aprendido formalmente para su solución. Para nosotros, en cambio, la resolución de todos los problemas presentados, tanto los *concretos* como los *abstractos*, requiere de los mismos contenidos conceptuales. La diferencia estriba en que los enunciados *concretos* involucran elementos de la vida cotidiana que interactúan entre sí (camioneta, cuesta de una montaña, carga, tractor, etc.), por lo cual son de contexto cotidiano, en oposición a los enunciados *abstractos*, que corresponden a situaciones con elementos modelados físicamente.

Otra característica de las resoluciones de los problemas *concretos* es que en ellas los procesos de comprensión y búsqueda se alternan, verificándose, por parte de los estudiantes, una revisión de sus modelos en curso, cuando no logran acercarse a la meta. En cambio, en las resoluciones de los problemas *abstractos*, la mayor parte del proceso de búsqueda se centra

en el trabajo algebraico. Es decir, el enunciado abstracto activa una estrategia de resolución que puede ser efectiva, ya que remite a problemas “tipo” para los cuales los estudiantes poseen esquemas de resolución pertinentes. Puede interpretarse que en tales enunciados, la falta de intencionalidad (“... *La masa inferior asciende por el plano inclinado...*” en el enunciado abstracto de la SP1 frente a “*Una camioneta debe entregar una carga en una casa situada en lo alto de una montaña...*” en su par concreto) y la descripción de las situaciones, donde los elementos se denominan genéricamente “cuerpos”, hacen que la comprensión del discurso se centre fundamentalmente en el contexto de la Física, y específicamente, en el conocimiento disponible para un “problema tipo”, activando esquemas de conocimiento pertinentes. Las actuaciones más débiles de los estudiantes frente a enunciados *concretos* se ha explicado en esta tesis a la luz de la teoría de los modelos mentales de Johnson-Laird, ya que en este tipo de enunciados los alumnos deben mantener activos en su memoria de trabajo los dos modelos: el físico, surgido a partir del conocimiento cotidiano, y el conceptual, que les permitirá planificar una solución. Esta carga, en una memoria operativa o de trabajo de capacidad limitada, puede explicar la mayor dificultad de esta tarea.

Las resoluciones de los problemas de contenido *concreto* o *abstracto* muestran otra diferencia interesante en la precisión de la respuesta obtenida, ya que todos los estudiantes que resolvieron la *versión abstracta* obtuvieron una *solución correcta* y todos los que trabajaron la *versión concreta* plantearon *soluciones incorrectas*. Como hemos mostrado, los procesos de resolución correspondientes a los enunciados concretos se caracterizaban por la construcción y manipulación de un mayor número de modelos, por lo cual puede afirmarse que existe una relación inversa entre el número de modelos mentales implicados en la resolución del problema y las resoluciones correctas, tal y como predice la teoría de los modelos mentales de Johnson-Laird, concordando además con los resultados hallados por Solaz-Portolés y Sanjosé

(2006). Efectivamente, en nuestro trabajo se ha mostrado ampliamente que los estudiantes, ante las situaciones de contenido concreto, se esfuerzan por desarrollar un modelo auto-consistente que les permita justificar las situaciones presentadas en los problemas. Coincidimos con Chi (2000) en que tal "auto-explicación" corresponde al proceso de revisión recursiva del modelo mental en curso, que le permite al estudiante elegir un modelo mental que le satisfaga.

Como hemos mencionado en la revisión de los estudios previos, también otras investigaciones hallaron que la resolución dependía de la forma en que se enunciaba el problema (Gil Pérez y Martínez Torregrosa, 1983; Meltzer, 2005; Potgietera, Malatjeb, Gaigherc y Venterd, 2009 y Van Heuvelen, 1999). Como hemos señalado repetidas veces, en nuestro caso, las mayores diferencias se dieron en cuanto al contenido concreto o abstracto del problema. Es decir, frente a problemas isomórficos -que presentaban la misma situación y las mismas consignas- difiriendo sólo en el contenido *concreto* o *abstracto*, las diferencias en su resolución fueron notables, confirmando en este sentido los resultados obtenidos por Singh (2008) en su investigación acerca de la resolución y categorización de problemas isomórficos. Cabe aclarar que su concepto de isomorfismo es más amplio que el planteado en esta tesis, ya que para él dos problemas son isomórficos si se aplican las mismas leyes para su resolución y aquí consideramos que lo son si, además, describen exactamente la misma situación.

El hecho de que los datos numéricos no hayan sido relevantes en este estudio, parece contradecir nuevamente el trabajo de Buteler y col. (2001) antes citado, ya que sus resultados sugieren que la presencia de los datos numéricos en el enunciado favorece la generación de representaciones mentales más adecuadas. Pero es necesario tener en cuenta que los participantes de ese estudio no tenían que resolver los problemas, sólo debían realizar un dibujo a partir de la lectura del enunciado, indicar qué datos eran necesarios para su resolución y decir el grado de dificultad que estimaban les

ofrecía el problema. Además, como hemos señalado, estos investigadores relativizan sus resultados al reconocer la necesidad de revisar los criterios de categorización de algunas de las variables utilizadas.

Además de las diferencias y contrastes entre las resoluciones de los problemas presentados con enunciado concreto o abstracto, es importante destacar los factores que fueron comunes a todas las resoluciones. A través de tales factores no sólo fue posible interpretar las dificultades de los estudiantes en la resolución de los problemas presentados -dando respuesta a la primera de las cuestiones centrales de esta tesis- sino que se pudo describir minuciosamente todo el proceso de resolución, siendo este un aporte significativo de esta tesis. En este sentido fueron definidos un conjunto de operadores que los estudiantes aplican en la resolución para construir o modificar sus modelos mentales. Así, se ha observado que todos los estudiantes reconocen a las situaciones problemáticas como “problemas de dinámica de la partícula”, por lo cual aplican el operador general identificado como “*interacciones – estado*”. Recuperan tal operador a través de la aplicación de los operadores de evolución, que generan un cambio significativo del modelo en curso. Como se recordará, en este estudio se consideraron tres operadores de evolución, uno relacionado a la *consideración de interacciones*, otro referido a *una redefinición del sistema* y un tercer operador asociado a la *interpretación de la condición como concepto físico*. En la mayoría de los casos los retornos al operador general se producen, directa o indirectamente, por una reconsideración de las fuerzas actuantes. Por esto, puede considerarse que son las interacciones (identificadas como relaciones entre los “*tokens*”) las que determinan la mayor actividad en el tránsito a través del espacio del problema. En particular, en este estudio no sólo las fuerzas de contacto en la dirección del movimiento resultaron ser las más conflictivas, sino que, además, todos los estudiantes, a fin de dar sentido a una situación, incluyeron una fuerza con una fuerte carga perceptiva que no correspondía a ninguna de las interacciones

estudiadas en el curso. Nos estamos refiriendo a la “fuerza del viento” sobre el papel, incluida en la mayoría de las resoluciones de la SP2 en su versión concreta. Su reconocimiento prevaleció ampliamente frente a la identificación de la fuerza normal ejercida por el parabrisas que hubiera permitido justificar el movimiento del papel en el marco de las leyes de Newton. Este resultado constituye un importante aporte al campo didáctico, ya que marca la necesidad de promover el reconocimiento de fuerzas incorporando elementos concretos que actúen como testigos de las acciones desde lo perceptivo. Por ejemplo, es posible usar sensores de fuerza entre las superficies en contacto de modo que emerjan señales para la organización de modelos mentales adecuados.

Se detectó además que muchos alumnos, cuando logran un modelo que les resulta funcional, abandonan la resolución formal, describiendo en forma general cómo continuarían su camino hacia la meta. Este efecto de *cierre prematuro* está indicando que estos estudiantes presuponen que, encontrado ese modelo que para ellos tiene sentido, llegar a la meta es algo inmediato.

7.3 PRINCIPALES APORTES

Como hemos señalado, las cuestiones centrales de esta tesis se han respondido, ya que efectivamente se interpretaron las dificultades de los estudiantes en la resolución de los problemas presentados en función de los modelos mentales inferidos, mostrándose que tales representaciones internas dependían de las características del enunciado. Pero queremos destacar que la información recabada en el análisis de los protocolos de resolución en voz alta fue mucho más allá, superando ampliamente las respuestas buscadas. En un principio, el *Estudio de casos* se desarrolló para analizar en profundidad el proceso de resolución de los problemas y estudiar si se mantenían las tendencias reflejadas en el Estudio II, en el cual la información obtenida a partir de las resoluciones escritas permitió reconocer el *modelo inicial* y el *modelo final* que construían los estudiantes en la resolución. La riqueza de la

información obtenida a través del análisis de los protocolos de resolución en voz alta permitió una interpretación más acabada y completa del proceso de resolución desarrollado por los estudiantes a través de sus comportamientos y verbalizaciones en el momento en que iban resolviendo el problema. Efectivamente, los informes así generados, considerados como los que menos distorsionan la información sobre los procesos cognitivos (Ericsson y Simon, 1993), proporcionaron una valiosa base de datos para identificar las representaciones que los estudiantes construyen mientras resuelven un problema. Las actividades realizadas para la obtención de los datos fueron *variadas*, ya que se realizó una revisión de las producciones escritas y de las transcripciones del audio, se correlacionaron ambas producciones y, en caso necesario, se realizaron entrevistas individuales. Dichas actividades fueron además *profundas* porque permitieron indagar minuciosamente los procesos cognitivos durante la resolución, que no pueden observarse con otros métodos y *fructíferas* pues brindaron información valiosa acerca de cómo los estudiantes construyen y usan las representaciones durante la resolución (Villegas y Castro, 2000). Los datos así obtenidos se analizaron a la luz de la teoría de los modelos mentales de Johnson-Laird (1983) y la de Newell y Simon (1980) sobre resolución de problemas. En este marco se recabó información acerca de los modelos mentales construidos y manipulados por los participantes en su Memoria Operativa o de Trabajo, mientras estaban resolviendo.

En contraste, los estudios previos acerca de las representaciones mentales de la persona que resuelve que hemos presentado en el capítulo 3, centraban su atención en los modelos mentales de un determinado fenómeno o concepto, correspondientes a una estructura conformada y estable de ese fenómeno o concepto (Borges, 1998; Buckley y Boulter, 2000; Diakidoy, Greca y Moreira, 1997; Halloun, 1996; Harrison y Treagust, 1996; Jonassen, 2003; Krappas, Alves y Carvalho, 2000; Taber, 2003; Treagust, Chittleborough y Mamiala, 2004; Vosniadou, 1994; Vosniadu y Hawks, 1997; Warnakulasooriya

y Bao, 2002). Así, estos autores han analizado los modelos mentales de la Tierra, los que se construyen para interpretar el ciclo del día y la noche, los de fuerza y de calor (Vosniadou, 1994), los de campo eléctrico (Greca y Moreira, 1997) o de fuerza y energía (Lagreca y Moreira, 1999). En realidad estos denominados *modelos mentales* son estructuras conceptuales que corresponden a concepciones estables que los estudiantes han recuperado de su memoria de largo plazo. Es decir, en estas investigaciones, las actuaciones de los estudiantes al resolver problemas, responder cuestiones o al realizar un mapa conceptual se utilizan para inferir tales modelos estables. Como señala Vosniadou (1994), corresponden a modelos mentales que los alumnos han construido en algún momento y les han resultado útiles, por lo cual lo almacenan en su memoria a largo plazo como conocimiento adquirido. En los trabajos desarrollados por Greca y Moreira (1996, 1997), por ejemplo, se estudiaron las *representaciones mentales* usadas al resolver problemas y cuestiones referidas al concepto de campo eléctrico. Si bien estos investigadores analizaron las resoluciones identificando el tipo de representación mental de los estudiantes, su objetivo fue recabar información acerca del modelo mental subyacente de campo eléctrico que ellos tenían. En particular es importante destacar que, cuando afirman que existe una relación directa entre *alto nivel de comprensión* y activación de *modelos mentales* por un lado, y entre *bajo nivel de comprensión* y uso exclusivo de *estructuras algorítmicas* por otro, se están refiriendo a la comprensión general del concepto de campo, de modo que si un estudiante lo comprende usará el modelo conceptual adecuado que rescatará de su memoria a largo plazo y podrá resolver el problema. Esto marca una gran diferencia con nuestra investigación, que trata de caracterizar los sucesivos modelos mentales desarrollados durante la resolución, que no son estables, que van cambiando paso a paso, y que corresponde a “esa” situación que debe resolver y a “ese” instante de la resolución. De esta manera, en esta tesis se ha logrado avanzar en el estudio

de la dinámica de esta construcción de modelos mentales y su relación con los referentes de la situación en análisis.

En otra investigación también presentada en el capítulo 3, Lagreca y Moreira (1999) infirieron características de las representaciones internas de los estudiantes en términos de *modelos mentales*, analizando las resoluciones de problemas de mecánica elemental y *los mapas conceptuales* realizados por los alumnos, caracterizando a los modelos mentales construidos en la resolución en función de la coherencia de sus mapas conceptuales. Encontraron que un grupo de alumnos usaban *proposiciones aisladas*, sin llegar a conformar un modelo mental de la situación presentada, ya que no lograban relacionar las ecuaciones ni comprender la estructura conceptual de la teoría y de los fenómenos asociados a la misma. En otro grupo reconocieron la construcción de *modelos mentales básicamente proposicionales*, que no coincidían con los científicamente aceptados, pero les permitían resolver e interpretar situaciones diferentes, de modo que estos alumnos conseguían establecer algunas relaciones físicas entre los conceptos al realizar los mapas conceptuales. Finalmente, los estudiantes que construían *modelos mentales básicamente imaginísticos* resolvían bien los problemas, explicaban y predecían correctamente las situaciones presentadas, a partir de un modelo científicamente correcto mostrado en sus mapas conceptuales. Pareciera que estos investigadores consideran que algunos estudiantes no pudieron conformar un modelo mental de la situación porque no eran capaces de comprender la estructura conceptual. Es decir, suponen que los estudiantes sólo pueden construir un modelo mental de la situación si poseen una estructura conceptual adecuada, ya que caracterizan los modelos mentales en función de la coherencia de sus mapas conceptuales. Nuestro trabajo se ha centrado en un análisis más profundo de la resolución como proceso activo, donde los modelos mentales van mudando en un recorrido particular a través del espacio del problema. En este sentido, a diferencia de los investigadores

antes citados, consideramos que los estudiantes, cuando resuelven un problema, siempre construyen “su” modelo mental de la situación, que puede no coincidir con el modelo físicamente correcto de la situación (el modelo del experto).

En esta línea se ha mencionado además, en la revisión desarrollada en el capítulo 3, un estudio sobre modelos mentales en resolución de problemas en el ámbito de la propagación del sonido (Hrepic, 2002). Se identificaban allí tres tipos de modelos en las actuaciones de los estudiantes: el científicamente consensado, el modelo alternativo dominante y un *modelo híbrido*, conformado por la fusión de ambos, que se corresponde con el *modelo sintético* de Vosniadou (1994). A la luz de esta mirada, nuestros resultados permiten afirmar que, en las resoluciones de los enunciados abstractos, los modelos mentales finales de los estudiantes coincidían con los de un experto, mientras que en el caso de los enunciados concretos, tales modelos finales pueden caracterizarse como híbridos, conformados después de numerosos revisiones de modelos mentales sucesivos. Pero este investigador también infiere, a través de las resoluciones escritas, el *modelo mental estable* del sonido que subyace en ellas. Esto se confirma cuando reinterpreta otra investigación en resolución de problemas de mecánica elemental, donde se refiere a la identificación de modelos estables del concepto de fuerza que subyacen a los modos de resolución y no a la caracterización de los modelos mentales construidos en la resolución. Es decir, se refiere a modelos estables que el estudiante recupera de su memoria a largo plazo para resolver los problemas. Esta misma concepción subyace en el trabajo de Hegarty (1991, citado en Maloney, 1994), comentado en el inciso anterior.

Volvemos a remarcar que, en esta tesis, y fundamentalmente a través del estudio de las resoluciones en voz alta, analizamos la resolución en términos de construcción y cambio o actualización de modelos mentales no necesariamente coincidentes con el modelo científicamente aceptado. Este

hecho marca la diferencia más significativa de nuestro trabajo con las investigaciones antes mencionadas, ya que el proceso de construcción y los cambios de modelos mentales sucesivos van conformándose en la memoria operativa. Por supuesto que los estudiantes tienen, parafraseando las investigaciones previas “su modelo mental de las leyes de Newton”, pero no era ese el interés de esta investigación, sino inferir acerca de la generación y cambio de modelos mentales sucesivos en la Memoria Operativa hasta arribar a un modelo mental de la situación presentada, de modo que les permita alcanzar la meta. Desde este punto de vista, el trabajo desarrollado en esta tesis constituye un aporte a la teoría de los modelos mentales de Johnson-Laird (Johnson-Laird, 1983; Johnson-Laird y Byrne, 1991, 2000; García Madruga, 2006) en el campo de la resolución de problemas de Física, ya que se ha desarrollado a partir de la concepción de que estos modelos mentales, en tanto representaciones, se construyen, se mantienen y se manipulan dentro de la memoria operativa.

Asimismo, desde el punto de vista metodológico creemos que el análisis de las transcripciones de las resoluciones en voz alta es, en sí mismo, un resultado relevante de esta investigación. Efectivamente, el estudio de estos protocolos junto a las resoluciones escritas permitió obtener valiosa información acerca de los procesos mentales y las representaciones que los estudiantes van construyendo mientras ejecutan la tarea. El trabajo efectuado a partir de las transcripciones y su codificación permitió identificar diferentes episodios, caracterizando los sucesivos modelos mentales que cada estudiante iba construyendo. Fue posible caracterizar tales modelos en función de los “tokens” o *elementos* constitutivos representando a los objetos de la situación presentada, las representaciones de las *propiedades* asociadas a esos elementos y las representaciones de *relaciones* entre los mismos. Esas relaciones se hicieron corresponder a las interacciones físicas entre los elementos del sistema, es decir, son las fuerzas que el estudiante reconoce

actuando sobre cada elemento. También fue posible analizar el modo en que los modelos incluyen, además, la condición impuesta en el enunciado (“... *la fuerza es la máxima para que la carga no deslice...*” o “... *para que esta situación sea posible...*”), condición que el alumno debe detectar y organizar representacionalmente en su modelo para poder arribar a la meta. El análisis de las transcripciones permitió identificar los cambios significativos de los modelos en curso, ya sea por la incorporación o eliminación de alguno de sus elementos, por incorporar o desechar alguna de las propiedades de esos elementos o por la inclusión o el cambio de ciertas relaciones entre ellos. En el estudio de casos fue posible, además, identificar distintos tipos de operadores que generaban cambios en los modelos mentales construidos. Así, fueron reconocidos los siguientes operadores:

- Los denominados *preliminares*, construidos a partir de la lectura del enunciado. Ellos fueron designados como: *lectura gráfica - lectura gráfica y textual - interpretación textual*.
- Los *de evolución* provocaban un cambio sustantivo en el modelado. Se reconocieron los siguientes: *consideración de interacciones - redefinición del sistema - interpretación de la condición de movimiento conjunto*.
- Los *internos* que causaban pequeños cambios en los modelos en curso, tales como: *regulación de solución - recurso algebraico - recurso gráfico*.
- Finalmente mencionaremos al operador general que hemos denominado *interacciones-estado*, compuesto por los operadores: *reconocimiento de interacciones, orientación espacial y relación causal* (este último correspondiente a la aplicación de la 2ª ley de Newton).

Este *operador general* corresponde al esquema completo de resolución de un problema de dinámica de la partícula está presente en todas las resoluciones y se vuelve a identificar toda vez que los estudiantes deciden cambiar los elementos del modelo y/o sus relaciones. Así, por ejemplo, el

operador que generaba un aumento o una disminución en el número de elementos de un modelo se denominó *redefinición del sistema* (ya que generaba un modelo con elementos diferentes al modelo anterior), mientras que el cambio o la incorporación de alguna fuerza actuante se asociaba a la aplicación del operador *consideración de interacciones*.

La denominación y caracterización de estos operadores se realizó de modo tal que fuera posible comparar las actuaciones de los estudiantes y establecer relaciones con los diferentes tipos de enunciados.

De este modo, el estudio de casos permitió describir, paso a paso, la conformación del *espacio del problema*, uno de los procesos básicos de la resolución de problemas enunciados por Newell y Simon (1973). Así, fue posible reconocer la secuencia particular de operadores y modelos que articula cada estudiante durante la resolución. Los operadores aplicados pueden ser los mismos, pero todos y cada uno de estos “espacios del problema” presentan diferentes calidades de solución. Describir esos sucesivos modelos mentales inestables, dinámicos y muchas veces físicamente incorrectos durante la resolución permitió además esquematizar el proceso.

Precisamente, consideramos que otra contribución interesante de esta tesis es la forma en que se ha interpretado el proceso de resolución a través de los esquemas presentados en el Capítulo 6, que constituyen una síntesis gráfica de tal proceso ya que permiten visualizar claramente la secuencia de los operadores y los modelos inferidos en las actuaciones de los alumnos. En estos esquemas se reproduce la sucesión de los diferentes operadores que actúan generando cambios en los modelos organizados de modo que la resolución se presenta como un proceso activo de circulación en el espacio del problema. Tales esquemas no sólo permitieron caracterizar cada resolución sino que, además, posibilitaron efectuar un análisis comparativo de las actuaciones de los estudiantes, mostrando la forma en que se mueven en el

espacio del problema durante la resolución, con diferencias notables en función del contenido concreto-abstracto de los enunciados. Efectivamente, los esquemas correspondientes a las resoluciones de los enunciados *concretos* son más complejos, mostrando un tránsito entre modelos que se transforma en cíclico por entradas y salidas al rectángulo central correspondiente al operador general interacciones estado, de modo que cada una de esas entradas implica un nuevo planteo de la situación. A fin de resaltar la utilidad de estos esquemas a la hora de comparar las resoluciones en función del contenido de los enunciados, en la Figura 7.1 se reproduce el esquema de resolución correspondiente a la versión concreta de la SP1 y en la Figura 7.2 el de la versión la abstracta del mismo problema. En estos esquemas prototípicos se evidencia con claridad la mayor complejidad del espacio del problema en el caso de contenido concreto

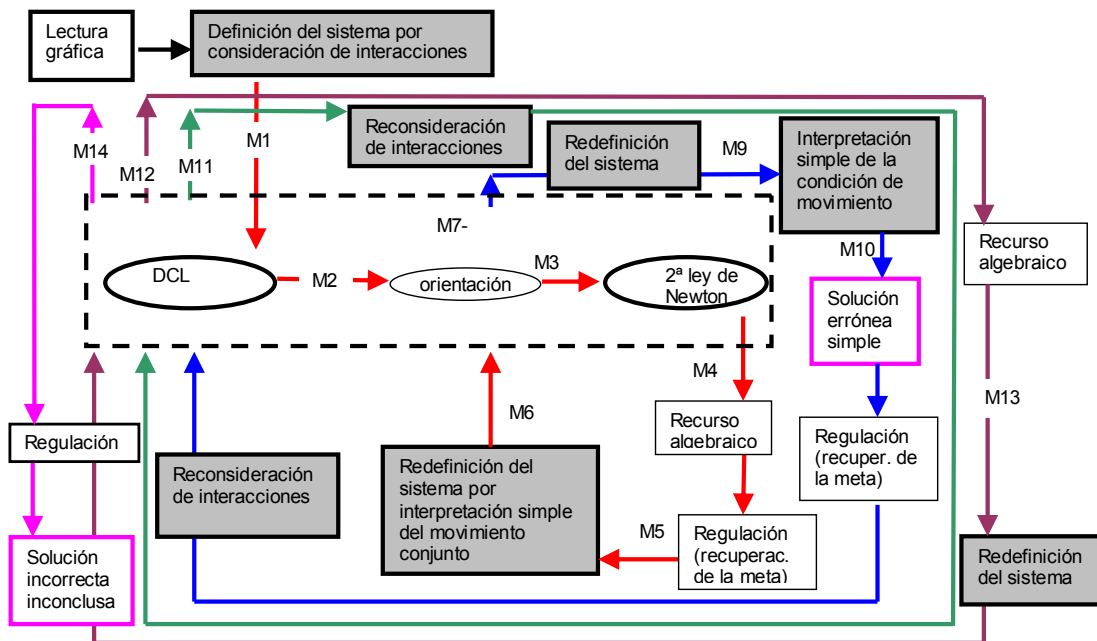


Figura 7.1. Esquema de resolución de la SP1 correspondiente a una versión concreta.

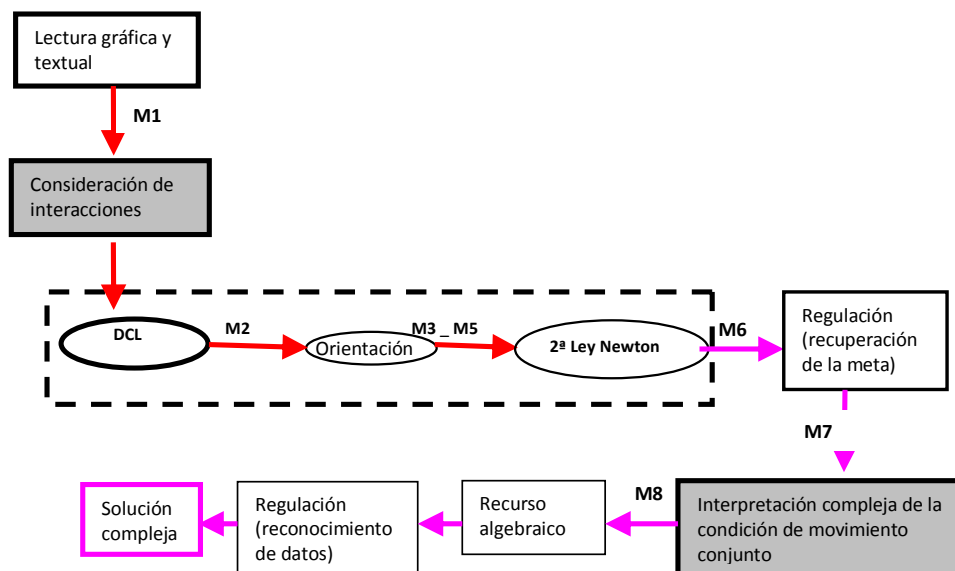


Figura 7.2. Esquema de resolución de la SP1 correspondiente a una versión abstracta.

7.4 LIMITACIONES

El hecho de que los resultados se obtuvieran exclusivamente a partir del análisis de las resoluciones de dos problemas diseñados para esta investigación constituye una primera limitación de este trabajo. No obstante, los dos problemas elegidos pueden ser considerados como representativos del tipo de problemas complejos que implica el aprendizaje de las leyes de Newton en el campo de las Ciencias. Por otro lado, si bien se reconocen las limitaciones del uso de las verbalizaciones, aún cuando se trate de un registro simultáneo a la resolución escrita, creemos haber mostrado que sus ventajas en cuanto a la riqueza de información recogida en el estudio en profundidad superan ampliamente tales limitaciones.

Por otra parte, la metodología aplicada en el estudio de casos puede verse como una limitación teniendo en cuenta que los resultados no pueden generalizarse. Si bien en el Estudio II tal generalización fue posible, los resultados obtenidos analizando sólo las resoluciones escritas fueron limitados si los comparamos con la riqueza de la información recogida a partir de las transcripciones de las resoluciones en voz alta. Como dejamos expresado al finalizar en capítulo 6, el estudio de casos nos ha permitido un acercamiento a

vocalizaciones de un discurso interno de los estudiantes mientras resolvían los problemas, al que no accedimos analizando sólo las resoluciones escritas.

7.5 IMPLICACIONES EDUCATIVAS

Como se ha mencionado al comienzo de esta tesis, la resolución de problemas constituye uno de los ejes sobre los que se centra el aprendizaje y la evaluación en cursos universitarios de Física básica. Esto se contrapone con la forma tradicional de desarrollar las clases prácticas de Física Básica para futuros ingenieros. En general, en el aula no se analiza ni se discute un aspecto fundamental como es la comprensión del enunciado. Se incentiva muy poco el trabajo sobre las hipótesis, las interpretaciones y las fundamentaciones erróneas, priorizándose, en su lugar, las respuestas correctas que permiten avanzar en forma lineal hacia la solución.

Los resultados obtenidos en esta investigación muestran que la resolución de problemas no implica una simple aplicación de contenidos. Es más, se ha puesto en evidencia la estrecha relación entre la *forma de los enunciados* y los *modelos mentales* que construyen los estudiantes mientras resuelven los problemas. Muchos de estos modelos son deficientes en varios aspectos, incluyendo elementos innecesarios en algunos casos (como lo hace el alumno que considera al tractor como elemento relevante del sistema), erróneos en otros (es el caso del estudiante que considera a la camioneta y su carga como un único elemento) o contradictorios (como cuando se considera que el papel está afectado por una fuerza que lo mantiene “pegado” al parabrisas). Los resultados de esta tesis desvelan aspectos que permiten entender los modelos confusos, indefinidos o incompletos que construyen los estudiantes al resolver problemas. A partir de esto, en la instrucción en resolución de problemas es necesario tener en cuenta las formas en que esas representaciones diversas o múltiples de una misma situación conviven o

coexisten tanto dentro de una misma persona como en el marco de una comunidad de aprendizaje (Pozo y Rodrigo, 2001).

Como ya se ha señalado, los esquemas de resolución construidos a partir del análisis de las resoluciones en voz alta dan cuenta del tipo y grado de dificultad que pueden tener los estudiantes en la resolución, manifestado fundamentalmente en las sucesivas vueltas al operador general *interacciones-estado*. Las diferencias encontradas en tales esquemas cuando se resuelven problemas concretos o abstractos aportan elementos que pueden ser significativos para reorientar las prácticas de aula. Así, los problemas de contenido *abstracto* (del tipo de los que resuelven habitualmente) llevan a soluciones coherentes por aplicación, fundamentalmente del operador *consideración de interacciones*, en un proceso lineal, por lo cual pueden seguir utilizándose para organizar procedimientos de trabajo algebraico. Los problemas con enunciados *concretos*, en cambio, requieren la elaboración de un modelo mental en el cual se deben integrar de manera coherente los conocimientos cotidianos que dan sentido a la situación y la estructura conceptual específica que permite operar para arribar a una solución correcta. Es necesario destinar más tiempo al aprendizaje de su resolución, prestando especial atención a aspectos relacionados con la comprensión de las situaciones reales, tendiendo puentes que permitan relacionar el conocimiento cotidiano y el específico.

Teniendo en cuenta que los alumnos sobre los cuales se realizó este estudio son estudiantes de ingeniería, es menester prepararlos desde la física básica universitaria a resolver problemas de referente concreto, como una aproximación a las situaciones que deberán enfrentar en su vida profesional. En este sentido, es importante que los profesores trabajen este tipo de problemas en el aula, orientando a los estudiantes en la elaboración de modelos coherentes y funcionales a partir de una lectura comprensiva del enunciado y de un análisis cualitativo de la situación. El ejercicio de esa lectura

comprensiva en conjunto, entre profesor y alumnos, identificando los datos explícitos y ocultos, las implicancias de las condiciones claves y las hipótesis implícitas permitirá que los estudiantes se apropien de criterios de análisis que les facilitarán el abordaje de situaciones nuevas. Tal explicitación permitirá reflexionar acerca de la situación presentada en el enunciado y llegar a una modelización con las abstracciones que la misma implica. Durante el análisis de la situación problemática es menester, además, que los docentes expliciten los “puentes” que deben tenderse entre el conocimiento cotidiano y el marco teórico disciplinar que permitirán transformar esa situación concreta en un problema que pueden resolver. En este sentido, es importante trabajar sobre situaciones que admitan soluciones alternativas, contrastando sus creencias con las estructuras de conocimiento implicadas en la disciplina a fin de detectar y explicitar toda posible inconsistencia (Gutiérrez Martínez, 1999). De este modo el estudiante podrá dar un nuevo sentido a la información presente en el enunciado contemplando su estructura conceptual en consonancia con su experiencia cotidiana, revisando y modificando las creencias de partida, identificando la información externa relevante y recuperando y aplicando la información interna útil.

Una recomendación que se deriva de este trabajo tiene que ver con la formación y actualización de los docentes de física básica universitaria. Para que las acciones propuestas sean viables es necesario que esos profesores se capaciten y se involucren en este tipo de análisis. Cuantos más datos dispongan acerca de los modelos elaborados y del tipo de razonamiento que los generan, más posibilidades tendrán de diseñar modos de intervención didáctica que orienten a los estudiantes en la tarea de resolver problemas.

7.6 ALGUNAS POSIBLES DERIVACIONES

Tan rica fue la información obtenida a partir de las transcripciones de las resoluciones *en voz alta* que los mismos documentos podrían utilizarse para analizar otros aspectos como, por ejemplo, estudiar exclusivamente los sesgos, las argumentaciones previas a una relectura, las tomas de decisiones, el tipo de planificación, o hacer un análisis comparativo entre las actuaciones de un mismo sujeto en cada uno de los problemas. Creemos que sería interesante aplicar el mismo material a grupos de estudiantes con características diferentes a las que se analizaron en esta tesis, a fin de indagar los espacios de problema desarrollados. Por ejemplo, analizar las resoluciones de estudiantes que han abandonado la asignatura después de reprobado el primer parcial, o alumnos que tuvieron un rendimiento muy bueno en la asignatura. Esto permitirá profundizar, mediante un estudio comparativo entre estos grupos, sobre las características del espacio del problema, de los operadores y de los modelos construidos durante la resolución.

También queda abierta la posibilidad de aplicar este análisis a otros problemas, complementando la información obtenida con registros adicionales como entrevistas y mapas conceptuales.

Es importante destacar que, desde el punto de vista didáctico, a partir de esta investigación se han desarrollado talleres de capacitación destinados a docentes de Física básica de la Facultad de Ciencias, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario en torno a esta temática. Muchos de estos profesores han incorporado a su trabajo en el aula problemas con enunciados concretos, es decir, de contexto real, realizando con sus alumnos un profundo análisis cualitativo de las situaciones antes de comenzar a resolver, con estrategias orientadas a la comprensión de enunciados textuales, el uso de representaciones externas que den cuenta de lo expresado mediante palabras en el enunciado y la transformación a esquemas gráficos

simplificados. El esfuerzo y el tiempo dedicado a analizar este tipo de problemas se justifica ampliamente ya que nuestros estudiantes son los futuros ingenieros, cuya vida profesional se centrará precisamente en la resolución de problemas concretos. Se trata de enseñar a nuestros alumnos diferentes modos de enfrentarse y resolver tales situaciones de contexto cotidiano, potenciando sus capacidades cognitivas para mantener activos en su Memoria de Trabajo tanto el modelo *físico*, surgido a partir del conocimiento cotidiano como el *conceptual*, que les permitirá planificar una solución efectiva. En este sentido, los resultados obtenidos hasta el momento son alentadores, no sólo en cuanto al rendimiento de los estudiantes sino además en el clima de entusiasmo que se genera en el aula. Estos docentes destacan que, con el correr del tiempo, sus intervenciones van decreciendo, ya que los estudiantes discuten sus interpretaciones entre sí, confrontando ideas y justificando sus explicaciones.

A fin de incorporar problemas significativos para nuestros estudiantes los docentes de la Cátedra de Física I han trabajado conjuntamente con profesores y auxiliares de la Escuela de Ingeniería Mecánica responsable de la formación profesional en los últimos 3 años de la carrera. En conjunto analizaron problemas específicos de esa especialidad que fueron adaptados e incorporados a las prácticas de aula de mecánica elemental. Recíprocamente, los docentes del ciclo profesional pudieron conocer las dificultades de los estudiantes cuando deben resolver problemas de contenido concreto o cotidiano.

En este momento, desde la cátedra se está elaborando una propuesta didáctica a fin de sistematizar esta forma de trabajo, presentando los problemas concretos de una forma gradual y trabajando con los estudiantes el análisis cualitativo de las situaciones, de modo que ellos expliciten los modelos que construyen, estableciendo puentes entre tales modelos y los modelos conceptuales de la física que les permitirán arribar efectivamente a la meta. Se

trata de lograr que los estudiantes desarrollen la capacidad de integrar los modelos cotidianos y los modelos conceptuales de modo que puedan interpretar desde la Física diferentes situaciones cotidianas --como puede ser, por ejemplo, el funcionamiento de una persiana o de una bicicleta- y resolverlas utilizando los contenidos disciplinares.

Para terminar, recuperando lo expresado en las primeras páginas, queremos destacar que esta tesis constituye un aporte para la Psicología Cognitiva desde la Física, al contribuir a ampliar el conocimiento acerca de los procesos mentales desarrollados por los estudiantes durante la resolución de un problema de contenido específico. Es preciso remarcar, además, el doble sentido de esta relación, ya que se pone de manifiesto aquí que también es relevante el aporte de la Psicología Cognitiva para la enseñanza de la Física, donde la resolución de problemas es un aspecto esencial. En este sentido, el marco cognitivo ha posibilitado desentrañar el proceso de resolución de un problema de Física en términos de *modelos mentales* y *operadores*, reconociendo los *sesgos* que obstaculizan el camino a la meta. A partir de este conocimiento, son mayores las posibilidades de interpretar las actuaciones de los estudiantes y de orientarlos en la difícil pero apasionante tarea de resolver problemas.

BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, J. R. (1978). Arguments concerning representations for mental imagery. *Psychological Review*, 85(4), 249-277.
- Anderson, J. R. (1983). *The Architecture of Cognition*, Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Anderson, J. R. (2000). *Learning and memory: an integrated approach*. New York: Wiley.
- Anderson, J. R. & Bower, G. H. (1973). *Human associative memory*. Washington: Winston and Sons.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D. & Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognitivo*. (10ª Reimpresión), México: Editorial Trillas.
- Baddeley, A. D. (2003). Working memory: Looking back and looking forward. *Nature Reviews Neuroscience*, 4, 829–839.
- Bao, L. (1999). *Dynamics of student modeling: A theory, algorithms, and application to quantum mechanics*. Unpublished Ph.D. Dissertation, University of Maryland, College Park, MD.
- Bao, L. & Redish, E. F. (2006). Model Analysis: Representing and Assessing the Dynamics of Student Learning. *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.*, 2, 010103.

- Bao, L., Zollman, D., Hogg, K. & Redish, E. F. (2002). Model Analysis of Fine Structures of Student Models: An Example with Newton's Third Law. *American Journal of Physics*, 70(7), 766-778.
- Becerra Labra, C., Gras-Martí, A. & Martínez-Torregrosa, J. (2004). Análisis de la resolución de problemas de física en secundaria y primer curso universitario en Chile. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 275-286.
- Bedard, J. & Chi, M. T. H. (1992). Expertise Current Directions. *Psychological Science*, 1, 135–139.
- Benzécri, J. P. (1976). *L'Analyse des données II. L'analyse des correspondances*. (2ª Edición). París: Edit. Bordas.
- Best, J. B. (2001). *Psicología Cognitiva*, Madrid: Paraninfo, Thomson Learning.
- Bodner, M. G. y Domin, D.S. (2000). Mental models: The role of representations in problem solving in Chemistry. *University Chemistry Education*, 4(1), 24-30.
- Borges, T. (1998). Models of magnetism. *International Journal of Science Education*, 20 (3), 361-378.
- Bransford, J. D., Brown, A. L. & Cockin, G, R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, DC: National Academy Press.
- Brophy, S., Hodge, L. & Bransford, J. (2004). *Adaptive expertise: Beyond academic knowledge*. Trabajo presentado en la 34th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference, Savannah, GA.

- Bruer, J. T. (1993). *Schools for thought*. Cambridge, MA, MIT Press.
- Buckley, B. & Boulter, B. (2000). Investigating the role of representations and expressed models in building mental models. En: Gilbert, J., Boulter, C. (Eds). *Developing models in Science Education* (pp. 119-135). Dordrecht: Kluwer.
- Buteler, L., Gangoso, Z, Brincones, I. y González, M. (2001). “La resolución de problemas en Física y su representación”. *Enseñanza de las Ciencias*, 19, 285-295.
- Caldas, H. & Saltiel, E. (1995). Le frottement cinétique: analyse des raisonnements des étudiants. *Didaskalia* (6), 55-71.
- Carretero, M. y García Madruga, J. A. (1984). Psicología del pensamiento: Aspectos históricos y metodológicos. En *Lecturas de Psicología del pensamiento*. Compilación de Mario Carretero y Juan A. García Madruga (pp. 19-48). Madrid: Alianza Psicología.
- Chi, M. T. H. (2000). Cognitive understanding levels. En A. E. Kazdin (Ed.), *Encyclopedia of psychology*, 2, 146–151.
- Chi, M. (2006). Two Approaches to the Study of Experts' Characteristics. *The Cambridge Handbook of Expertise and Expert Performance*, 2. 21-30.
- Chi, M. T. H., Feltovich, P. J. & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of Physics problems by experts and novices, *Cognitive Science*, 5, 121-152.

- Chi, M. T. H., Glaser, R. & Rees, E. (1982). Expertise in problem solving. En R. Sternberg (Ed.), *Advances in the Psychology of Human Intelligence*, Vol. 1 (pp. 7–76). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Chi, M.T.H. & Glaser, R. (1985). Problem solving ability. En R.S. Sternberg (Ed.), *Human abilities*. San Francisco: Freeman. Trad. Cast. de J, M. Bastús.
- Chi, M., Siler, S., Jeong, H., Yamaguchi, T. & Hausmann, R. (2001). Learning from Human Tutoring. *Cognitive Science*, 25, 471-533.
- Clark, H. H. & Chase, W. G. (1972). On the process of comparing sentences against pictures. *Cognitive Psychology*, 3, 472-517.
- Coleoni, E. A., Otero, J. C., Gangoso, Z. y Hamity, V. (2001). La construcción de la representación en la resolución de un problema de Física. *Investigações em Ensino de Ciências*, 6(3), 285-298.
- Corballis, M. C. (1988). Recognition of Disoriented Shapes. *Psychological review*, 95(1), 115-123.
- Costa, S. S. C. E y Moreira, M. A. (2001). A resolução de problemas como um tipo especial de aprendizagem significativa. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 18(3), 263-277.
- Crutcher, R. J. (1994). Telling What We Know: The Use of Verbal Report Methodologies in Psychological Research. *Psychological Science*, 5(5), 241-244.

- Cunha, A. L. y Caldas, H. (2000). Sentido das forças de atrito e os livros de 8º série. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 7(1), 7-21.
- de Jong T.& Ferguson-Hessler, M. G. M. (1986). Cognitive structures of good and poor novice problem solvers in physics. *Journal of Educational Psychological Review*, 93, 283-321.
- de Jong, T. & Ferguson-Hessler, M. G. M. (1991) Knowledge of Problem Situations in Physics: A Comparison of Good and Poor Novice Problem Solvers. *Learning and Instruction*. 1, 289-302.
- de Vega, M. (1984). *Introducción a la Psicología Cognitiva*. Madrid: Alianza Editorial.
- de Vega, M. de, Carreiras, M., Gutiérrez-Calvo, M. y Alonso Quecuty, M. A. (1990). *Lectura y comprensión. Una perspectiva cognitiva*. Madrid: Alianza Editorial.
- Diakidoy, I., Vosniadou, S. & Hawks, J. (1997). Conceptual Change in Astronomy: Models of the earth and of the day/night cycle in American-Indian children. *European Journal of Psychology of Education*, 12(2), 159-184.
- Ericsson, K. A. & Simon, H. (1980). Verbal Reports as Data. *Psychological Review*. 87(3), 215-251.
- Ericsson, K. A. & Simon, H. A. (1993). *Protocol Analysis: Verbal reports as data*. (Rev. Ed.) Cambridge M.A: Bradford Books/ MIT Press.

- Espino, O., Santamaría C y García Madruga, J. A. (1999). La influencia de la figura y el contenido semántico en tareas silogísticas. *Cognitiva*, 1(2), 133-150.
- Etxeberria, J., García, E., Gil, J., y Rodríguez, G. (1995). *Análisis de datos y textos*. Madrid: RA-MA.
- Evans, J., Clibbens, J. & Rood, B. (1995). Bias in conditional inference: Implications for mental models and mental logic. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 48A, 644-670.
- Evans, J., Feeney, A. & Venn, S. (2001). Explicit and Implicit Processes in a Hypothesis Evaluation Task. *British Journal of Experimental Psychology*, 93, 31-46.
- Evans, J. & Curtis-Holmes, J. (2005). Rapid responding increases belief bias: Evidence for the dual process theory of reasoning” *Thinking & Reasoning*, 11, 382-389.
- Eylon, B. & Reif, F. (1979). *Effects of Internal Knowledge Organization on Task Performance*. Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, California.
- Eylon, B. & Reif, F. (1984). Effects of knowledge organization on task performance. *Cognition and Instruction*, 1, 5 – 44.
- Eysenck, M. W. & Keane, M. T. (1990). *Cognitive Psychology: A Student's Handbook*. London: Lawrence Erlbaum.

- Ferguson-Hessler, M. & de Jong, T. (1987). On the quality of knowledge in the field of electricity and magnetism. *American Journal of Physics*. 55(6), 492-497.
- Ferguson-Hessler, M. & de Jong, T. (1990). Studying physics texts: Differences in study processes between good and poor performers. *Cognition and Instruction*, 7, 41-54.
- Folk, M. D. & Luce, R. D. (1987). Effects of stimulus complexity on mental rotation rate of polygons. *Journal of Experimental Psychology: Human perception and Performance*, 13, 395-404.
- Foster, T. (2000). *The development of student problem-solving skills from instruction emphasizing qualitative problem solving*. Tesis de doctorado para obtener el título de PhD Minnesota University USA.
- Gagné E. (1985). *La psicología cognitiva del aprendizaje escolar*. Madrid: Colección Aprendizaje. Visor Distribuciones.
- Galotti, K. (1989). Approaches to studying formal and everyday reasoning, *Psychological Bulletin*, 105, 331-351.
- García Madruga, J. A. (1983). Un modelo general sobre el razonamiento silogístico: doble procesamiento y fase de comprobación con verificación. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 38, 439-46.
- García Madruga, J. A. (2006). *Lectura y conocimiento*. Barcelona: Paidós y UNED.

- García Madruga, J. A., Martín Cordero, J., Luque Vilaseca, J. L. y Santamaría Moreno, C. (1995). *Comprensión y adquisición de conocimientos a partir de textos*. Madrid: Siglo XXI.
- García Madruga, J. A. Gutiérrez, F. y Carriedo, N. (2002). *Psicología Evolutiva II. Desarrollo cognitivo y lingüístico*. Vol. 1. Madrid: UNED.
- García Madruga, J. A., Gutiérrez, F. y Carriedo, N. (2002). El enfoque computacional. Las teorías simbólicas del procesamiento de la información y las teorías neo-piagetianas. En F. Gutiérrez Martínez, J. A. García Madruga y N. Carriedo López (Eds.) *Psicología Evolutiva II. Desarrollo cognitivo y lingüístico Vol. 1* (pp. 123-148). Madrid: UNED.
- García Madruga, J. A., Moreno, S. y Gutiérrez, F. (2002). El desarrollo de la solución de problemas y el razonamiento. En F. Gutiérrez Martínez, J. A. García Madruga y N. Carriedo López (Eds.). *Psicología Evolutiva II. Desarrollo cognitivo y lingüístico Vol. 2* (pp. 167-199). Madrid: UNED.
- Garnham, A. (1987). *Mental Models as Representatives of Discourse Comprehension*. New York: Halsted.
- Garnham, A. & Oakhill, J. (1996). *Manual de psicología del pensamiento*. Madrid: Editorial Paidós.
- Garret, R. M. (1987). Issues in Science Education: Problem Solving, Creativity and Originality. *Journal of Science Education*, 9(2), 125-138.

- Garret, R. M. (1988). Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(3), 224-230.
- Garret, R. M. (1989). Problem-solving and cognitive style. *Research in Science and Technology Education*, 7(1), 27-44.
- Garret, R. (1995). Didáctica de las Ciencias Experimentales. *Alambique*, 5, 6-15.
- Garrod, S. C. & Sanford, A. J. (1988). Discourse models as interfases between language and the spatial world. *Journal of semantics*, 6, 147-160.
- Gerace, L. W. & Dufresne, R. (2002). Resolución de problemas basada en el análisis: hacer del análisis y del razonamiento el foco de la enseñanza de la física. *Enseñanza de las Ciencias*, 20 (3), 387-400.
- Gil Flores, J. (1994). *Análisis de datos cualitativos. Aplicaciones a la investigación educativa*. Madrid: PPU.
- Gil Pérez, D. y Martínez Torregrosa, J. (1983). A model for problem solving in accordance with scientific methodology. *European Journal of Science Education*, 5(4), 447- 455.
- Glaser, R. & Chi, M. T. H. (1988). Overview. En M. T. H. Chi, R. Glaser & M. J. Farr (Eds.), *The nature of expertise* (pp. xv–xxvii). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Graesser, C., Wiemer Hastings, P. & Wiemer Hastings, K. (2001) Constructing inferences and relations during text comprehension. En Ted Sanders, Joost Schilperoord & Wilbert Spooren, (Eds.), *Text representation:*

linguistic and Psycholinguistic aspects (249-306). Philadelphia USA: John Benjamins North America.

Goetz, J. P. & Le Compte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ediciones Morata.

Greca, I. y Moreira M. A. (1996a). The kinds of mental representations- models, propositions and images- used by college physics students regarding the concept of electromagnetic field". *International Journal of Science Education*, 19 (6), 711-724.

Greca, I. y Moreira M. A. (1996b). Un estudio piloto sobre representaciones mentales, imágenes y proposiciones y modelos mentales respecto al concepto de campo electromagnético en alumnos de Física General, estudiantes de posgrado y físicos profesionales. *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*, 1(1), 95-108.

Greca, I.M. y Moreira, M.A. (1997). The kinds of mental representations - models, propositions and images - used by college physics students regarding the concept of field. *International Journal of Science Education*, 19(6), 711-724.

Greca, I. M. y Moreira M.A. (1998). Modelos mentales y aprendizaje de física en electricidad y magnetismo. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(2), 289-303.

Greeno, J. G. (1974). Hobbits and Orcs: Acquisition of a Sequential Concept. *Cognitive Psychology*, 6, 270-292.

- Greeno, J. & Hall, R. (1997). Practicing Representation. *Phi Delta Kappan*, 78(5), 361–367.
- Gutiérrez Martínez, F. (1995). *Razonamiento: de la teoría a la instrucción*. I.U.E.D. Madrid: UNED.
- Gutiérrez, R. (2005). Polisemia actual del concepto modelo mental. Consecuencias para la investigación didáctica. *Investigações em Ensino de Ciências*, 10(2), 209-226.
- Halloun, I. (1996). Schematic modeling for meaningful learning of physics. *Journal of Research in Science Teaching*, 33 (9), 1019-1041.
- Harrison, A. G. & Treagust, D. F. (1996). Secondary students' mental models of atoms and molecules : implications for teaching chemistry. *Science Education*, 80(5), 509-534.
- Harrison, A. G. & Treagust, D. F. (2000). A typology of school science models. *Int. Journal of Science Education*, 22 (9), 1011-1026.
- Hegarty, M. (1991). *Knowledge and processes in mechanical problema solving, en Complex problem solving* .Edited by Robert Sternberg & Peter Frensch. New Jersey: Laurence Erlbaum Associates.
- Heller, J. & Reif, F. (1984). Prescribing effective human problem solving processes: Problem description in physics. *Cognition and Instruction*, 1(2), 177-216.

- Heller, P. & Hollabaugh, M. (1992). Teaching problem solving through cooperative grouping. Part 2: Designing problem and structuring groups. *American Journal of Physics*, 60(7), 637-645.
- Heller, P., Keith, R. & Anderson, S. (1992). Teaching problem solving through cooperative grouping. Part 1: Group versus individual problem solving. *American Journal of Physics*, 60(7), 627-636.
- Heller, K. & Heller, P. (1995). *The competent problem solver*, Calculus version. Minneapolis, MN: Author.
- Heller, K. & Heller, P. (2000). *The competent problem solver for introductory physics*. Boston: McGraw-Hill.
- Hrepic, Z. (2002). *Identifying students' mental models of sound propagation*. Unpublished M.S. Dissertation, Kansas State University, Manhattan, KS.
- Hsu, L., Brewe, E., Foster, T. M. & Harper, K. A. (2004). Research in problem solving. *American Journal of Physics*, 72(9), 1147-1156.
- Huffman, D. (1997). Effect of explicit problem-solving instruction on high school students' PS performance and conceptual understanding of physics. *Journal of Research in Science Teaching*, 34, 551–570.
- Islas, S. M. y Guridi, V. M. (1996). Exploración sobre fuerzas de roce y su tratamiento didáctico. *Memorias del Tercer Simposio de Investigadores en Educación en Física (99-104)*. La Falda. Argentina.

- Itza-Ortiz, S. F., Rebello, S. y Zollman, D. (2004) Students' models of Newton's second law in mechanics and electromagnetism. *European Journal of Physics*, 25 (1), 81-89.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Johnson-Laird, P. N. (1987). Modelos mentales en ciencia cognitiva. En D. A. Norman, *Perspectivas de la ciencia cognitiva* (pp. 179 – 231). Barcelona: Ediciones Paidós.
- Johnson-Laird, P. N., Legrenzi, P. & Legrenzi, M. S. (1972). Reasoning and a sense of reality. *British Journal of Psychology*, 63, 395-400.
- Johnson-Laird, P. (1990a). *El ordenador y la mente*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Johnson-Laird, P. N. (1990b). Mental models. En M. Posner (Ed.), *Foundations of cognitive science* (pp. 469-499), Cambridge: MIT.
- Johnson-Laird, P. N. & Byrne, R. M. J. (1991). *Deduction*. Hove. UK: Lawrence Erlbaum Associates.
- Johnson-Laird, P. N. (1996). Images, Models and Propositional Representations. En de M. Vega, M. J., Intons-Peterson, P. N Johnson-Laird, M. Denis & M. Marschark (Eds.), *Models of Visuospatial Cognition* (pp. 90-127). Oxford: University Press.

- Johnson-Laird, P.N. (2000). The current state of the mental model theory. En J. A. García-Madruga, N. Carriedo y M. J. González Labra (Eds.), *Mental models in reasoning* (pp.16-40). Madrid: UNED.
- Johnson, E. J. (1988). Expertise and decision under uncertainty: Performance and process. En M. T. H. Chi, R. Glaser & M. J. Farr (Eds.), *The nature of expertise* (pp. 209–228). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Jonassen, D. H. (2003). Using cognitive tools to represent problems. *Journal of Research in Technology in Education*, 35(3), 362-381.
- Kinnear, J. (1983). Identification of misconceptions in genetics and the use of computer simulations in their correction. En Helms y Novak (Eds.) *Proceedings of the International Seminar on Misconceptions in Science and Mathematics* (pp. 84-92). Ithaca. Cornell University.
- Kintsch, W. (1974). *The representation of meaning in memory*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kintsch, W. (1988). The use of knowledge in discourse processing: A construction-integration model. *Psychological Review*, 95, 163-182.
- Kintsch, W. (1998). *Comprehension: A paradigm for cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Klauer, K. C., Musch, J. & Naumer, B. (2000). On belief bias in syllogistic. *Psychological Review*, 107(4), 852-884.
- Kosslyn, S. (1994). *Elements of graph design*. New York: Freeman.

- Kosslyn, S. M., Ball, T. & Reiser, B. J. (1978). Visual images preserve metric spatial information: evidence from a study of image scanning. *Journal of experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 4, 47-60.
- Krapas, S., Alves, F. & Carvalho, L. R. (2000). Modelos mentais e a lei de Gauss. *Investigações em Ensino de Ciências*, 5(1), 7-21.
- Krulik, S. & Rudnick, K. (1994). Reflect for Better Problem Solving and Reasoning. *Arithmetic Teacher*, 41(6), 334-338.
- Lagreca, M. C. B. y Moreira, M. A. (1999). Tipos de representações mentais utilizadas por estudantes de Física Geral na área de mecânica clássica e possíveis modelos mentais nessa área. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 21(1), 202-215.
- Laird, J. E., Newell, A. & Rosenbloom, P. S. (1987). SOAR: An Architecture for General Intelligence. *Artificial Intelligence* 33(1), 1-64.
- Larkin, J. H. (1983). The role of problems representations in physics. En D. Gentner & A. L. Stevens (Eds.), *Mental Models*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Larkin, H. H. & Reif F. (1979). Understandings and teaching problem solving in physics. *European Journal of Science Education*, 1(2), 191-203.
- Larkin, J. H., McDermott, J., Simon D. P. & Simon, H. A. (1980). Expert and novice performance in solving physics problems. *Science*, 208, 1335-1342.

- Lebart, L., Morineau, A. & Fénelon, J. P. (1985): *Tratamiento estadístico de datos*. Barcelona: Marcombo.
- Lebart, L., Morineau A. & Piron M. (1995). *Statistique Exploratoire Multidimensionnelle*. París: Dunod.
- Lebart, L. & Morineau A. (2000). *Système SPAD, Versión 4.51*. París, CISIA-CERESTA.
- Lesgold, A. & Lajoie, S. (1991). Complex Problems Solving in Electronics. En R. J. Sternberg y P. A. Frensch (Eds.), *Complex problem solving: principles and mechanisms* (pp. 287-316). Lawrence Erlbaum Associated, Inc., Publishers. Hillsdale, New Jersey.
- Lester, F. (Jr.). (1983). Trends and Issues in Mathematical Problem Research. En Lesh y Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematical Concept and Processes* (pp. 229-261). Nueva York: Academic Press.
- Llonch, E., Sánchez, P. y Massa, M. (1998). Los problemas según dos grupos de expertos. *Memorias del 4to. Simposio de Investigadores en Educación en Física (239-246)*. La Plata.
- Llonch, E., Sánchez, P. y Massa, M. (2000). La activación representación - situación en los procesos de comprensión y resolución de problemas. Publicación electrónica, *Actas del V Simposio de Investigadores en Educación en Física*. Santa Fe, Argentina.

- Llonch, E., Massa, M., Sánchez, P. y Petrone, E. (2002). Influence of narrative statements of physics problems on their comprehension. En M. Michelini y M. Cobal (Eds.), *Developing Formal Thinking in Physics (169-173)*. Udine: Forum.
- Maloney, D. P. (1994). Research on Problem Solving: Physics. En Gabel, Dorothy (Ed.), *Handbook of Research in Science Teaching and Learning (pp. 327-354)*. Nueva York: Mac Millan Publishing Company.
- Manktelow, K. I. & Evans, J. S. B. T. (1979). Facilitation of reasoning by realism: Effect or non-effect? *British Journal of Psychology*, 70, 477–488.
- Massa, M., Sánchez, P., Llonch, E., D'Amico, H. Marchisio, S. y Yanitelli, M. (1997) ¿Qué se lee en el enunciado de un problema?, *Revista Leonardo Da Vinci*, Fac. de Ciencias Sociales, Univ. de Lomas de Zamora.
- Massa, M., Sánchez, P., Llonch, E. y D'Amico, H. (2000). Modos de comprensión lectora de enunciados de problemas. *Actas del III Encuentro Internacional sobre Aprendizagem Significativa (379–382)*. Peniche Portugal.
- Massa, M., Sánchez, P., Llonch, E. (2001). El modelado situacional como elemento clave en la resolución de problemas. *Memorias del Encuentro Nacional de Profesores de Física (301-310)*. Córdoba. Argentina.
- Massa, M., Sánchez, P. y Llonch, E. (2002). Convergencias y divergencias en la resolución de problemas de Física: un estudio comparativo en grupos

expertos, *Memorias (CD) del III Taller Internacional de Didáctica sobre la Física Universitaria*. DIDACFISU 2002, Cuba.

Massa, M., Petrone, E., Sánchez, P. y Sgreccia, N. (2003). M. Massa, E. Petrone, S. Sánchez, N. Sgreccia, *La actuación de los estudiantes ante enunciados narrativos*, Actas II Encontro Internacional Linguagem Cultura e Cognição: Reflexões para o Ensino (CD). Belo Horizonte, Brasil.

Maxwell, J. P., Masters, R. S. & Eves, F. F. (2000). From novice to no know-how: a longitudinal study of implicit motor learning. *Journal of Sports Science*, 18(2), 111-120.

Maxwell, J. P., Masters, R. S. W., Y Eves, F. F. (2003). The role of working memory in motor learning and performance. *Consciousness and Cognition*, 12, 376-402.

Mayer, R. E. (1991). *El futuro de la psicología cognitiva*. Madrid: Alianza Psicología.

Mc Dermott, J Y Larkin, J. H. (1978). Representing textbook physics problems. *The Canadian society for computational studies of intelligence* (pp. 156-164). Toronto: University of Toronto Press.

McMullen, P. A. & Jolicoeur, P. (1990). The spatial frame of reference in object naming and discrimination of left–right reflections. *Memory and Cognition*, 18, 99–115.

- Meltzer, D. (2005). Relation between students' problem-solving performance and representational format. *American Journal of Physics*, 73 (5), 463-478.
- Mettes, C., Pilot, A., Roosink, J. & Kramers-Pals, H. (1981). Teaching and learning problem-solving in science. Part II: Learning problem-solving in a thermodynamis course. *Journal of Chemical Education*, 58, 51-55.
- Miles, B. & Huberman, A. (1984). *Cualitative Data Analysis: A sourcebook of new methods*. Beverly Hills, USA: Sage Publication.
- Moreira, M. A. (1997). Modelos mentais. *Investigações em ensino de ciências*, 3, 1-39.
- Moreira, M. A. y Lagreca, M. C. B. (1998). Representações mentais dos alunos em Mecânica Clássica: três casos. *Investigações em Ensino de Ciências*. Porto Alegre, 3(2). Disponible en <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino>.
- Moscoloni, N. (agosto de 2000). Características del Análisis Multidimensional de Datos. Ponencia en las Jornadas de Introducción al Análisis Multidimensional de Datos, UNTREF-Universidad Nacional de Tres de Febrero, Argentina, Cuadernillo 1, Serie: Análisis Multidimensional de Datos, pp. 5-19.
- Moscoloni N. (2005). *Las Nubes de Datos. Métodos para analizar la complejidad*. Rosario, Argentina: UNR Editora.

- Mualem, R. & Bat-Sheva E. (2007). Physics with a Smile – Explaining Phenomena with a Qualitative Problem-Solving Strategy. *The Physics Teacher*, 45 (3), 158–163.
- Newburgh, R. (1994). Force diagrams: How? and Why?. *The Physics Teacher*, 32, 330-352.
- Newell, A. (1990). *Unified Theories of Cognition*. Harvard: Harvard University.
- Newell, A. & Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice – Hall.
- Nickerson, R.S. (1986). *Reflections on reasoning*. N.J.: LEA, Hillsdale.
- Nickerson, R.S., Perkins, D.N. Y Smith, E.E. (1985): *Enseñar a pensar*. Barcelona: Paidós/MEC.
- Oakhill, J. V. & Johnson-Laird, P. N. (1985). Rationality, memory and the search for counterexamples. *Cognition*, 20, 79-84.
- Oakhill, J., Johnson-Laird, P. N. & Garnham, A. (1989). Believability and syllogistic reasoning. *Cognition*, 31, 117-140.
- Otero, J. C. & Campanario, J. M. (1990). Comprehension evaluation and regulation in learning from science texts. *Journal of Research in Science Teaching*, 27, 447-460.
- Otero, M. R., Moreira, M. A. y Greca, I. (2002). El Uso de Imágenes en Textos de Física. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(2), 127-154.

- Otero, M.R., Papini, C. y Elichiribehety, I. (1998). Las representaciones mentales y la resolución de un problema: Un estudio exploratorio. *Investigações em Ensino de Ciências*, 3(1). <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol3/n1/7indice.htm>.
- Paivio, A. (1971). *Imagery and verbal process*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Perkins, D.N. (1991). *What Constructivism Demands of the Learner*. USA: Educational Technology.
- Perkins, D. N., Farady, M. & Bushey, B. (1991). En Voss, Perkins y Segal (Eds.), *Informal Reasoning and Education* (pp. 83-105). Hillsdale, New Jersey: LEA.
- Ploetzner, R., Fehse, E., Kneser, C. & Spada, H. (1999). Learning to relate qualitative and quantitative problem representations in a model-based setting for collaborative problem solving. *Journal of the Learning Sciences*, 8(2), 177-214.
- Polya, J. (1945/1973). *How to solve it (2nd edition)*. Princeton: Princeton University Press.
- Potgietera, M., Malatjeb, E., Gaigherc, E. & Venterd, E (2009). Confidence versus Performance as an Indicator of the Presence of Alternative Conceptions and Inadequate Problem-Solving Skills in Mechanics. *International Journal of Science Education*, Volume 32(11), 1407 – 1429.

- Pozo, J. I. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Ed. Morata.
- Pozo, J. (1991). Las ideas de los alumnos sobre ciencia: una interpretación desde la psicología cognitiva. *Enseñanza de las Ciencias*, 9(1), 83-94.
- Pozo, I. y Gómez Crespo, M. A. (1998). *Aprender y enseñar ciencia*. Madrid: Ed. Morata.
- Pozo, J. I. y Rodrigo, M. J. (2001). Del cambio de contenido al cambio representacional en el conocimiento conceptual. *Infancia y Aprendizaje*, 24(4), 407-423.
- Pressley, M. & Afflerbach, P (1995). *Verbal Protocols of reading: The nature of constructively responsive reading*. Hillsdale, N. J: Erlbaum.
- Priest, A. G. & Lindsay, R. O. (1992). New light on novice expert differences in physics problem solving. *British Journal of Psychology*, 83, 389 – 405.
- Pylyshyn, Z. W. (1981). The imagery debate: Analogue media versus tacit knowledge. *Psychological Review*, 88, 16–45.
- Pylyshyn, Z. W. (1984). *Computation and Cognition: Toward a Foundation for Cognitive Science*. Cambridge: M. A. MIT Press.
- Pylyshyn, Z. W. (2003). Return of the mental image: Are there really pictures in the brain? *Trends in Cognitive Sciences*, 7, 113–118.
- Redish, E. F. (2003). *A Theoretical Framework for Physics Education Research: Modeling Student Thinking*. International School of Physics, "Enrico

Fermi", Course CLVI. Varenna, Italy, edited by E. F. Redish and M. Vicentini. IOS Press. Amsterdam.

Redish, E. F. (2004). *A Theoretical Framework for Physics Education Research: Modeling Student Thinking*. Cornell University Library.

Redish, E. F., Scherr, R. E. & Tuminaro, J. (2006). Reverse engineering the solution of a "simple" physics problem: Why learning physics is harder than it looks. *The Physics Teacher*, 44(5), 293-300.

Reich, S. S. & Ruth, P. (1982). Wason's card selection task: Verification, falsification, and matching. *British Journal of Psychology*, 73, 395-405.

Ritchie, S.M., Tobin, K. & Hook, K. S. (1997). Viability Of Mental Models In Learning Chemistry. *Journal Of Research in Science teaching*, 34, 223-238.

Riviere, A. (1987). *El sujeto de la Psicología Cognitiva*. Madrid: Editorial Alianza.

Robertson, S. I. (2001). *Problem solving*. London: Psychology Press.

Robertson, L. C., Palmer, S. E. y Gómez, L. M. (1987). Reference frames on mental rotation. *Journal of Experimental Psychology. Learning, memory and Cognition*, 13, 368-379.

Rumelhart, D. E. (1980). Schemata: the building blocks of cognition. En R.J. Spiro, B.C. Bruce and W. E. Brewer (Eds.). *Theoretical Issues in reading comprehension* (pp. 33-58). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Rumelhart, D. E. (1989). The architecture of mind: A connectionist approach. En M. I. Posner (Ed.). *The architecture of cognition* (pp. 133-156). Cambridge. MA. The MIT Press.
- Rumelhart, D.E., Smolensky, P., McClelland, J.L. & Hinton, G.E. (1986). Schemata and sequential thought processes in PDP models. En J.L. McClelland, D.E. Rumelhart y the PDP Research Group (Eds.), *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition, Vol. II* (pp. 253-298), Cambridge, MA: Bradford, MIT Press,
- Salmon, M. H. (1991). Informal Reasoning and Informal Logic. En Voss, Perkins y Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (153-168). Hillsdale, New Jersey: LEA.
- Saltiel, E. (1994). Raisonnements des étudiants sur le frottement cinétique: l'entraînement. *II Simposio de Investigación en Física*. Buenos Aires.
- Sánchez, P. (2004). Los problemas isomórficos como instrumentos para inferir rasgos de representaciones internas. *Memorias del VI SIEF*. La Pampa. Argentina.
- Sánchez, P. (2005). El proceso de modelado en la resolución de un problema. Un estudio de caso. *Memorias de la XIV REF*,. Bariloche, Argentina.
- Sánchez, P., Llonch, E. y Massa, M. (1998). ¿Qué piensan los estudiantes de su actuación resolviendo problemas? *Memorias del Congreso Iberoamericano de Educación en Ciencias Experimentales, Formación*

Permanente de Profesores de Ciencias (37-40). Universidad de La Serena, Universidad de Alcalá, sección Enseñanza-Aprendizaje de Física. Chile.

Sánchez, P. y Massa, M. (2006). Un problema y muchas soluciones...Un estudio de las interpretaciones de estudiantes universitario. *Memorias de la IX Conferencia Inter-Americana Sobre Educación en la Física*. San José, Costa Rica.

Sánchez, P., Massa, M. y Rosolio, A. (2008). A problem with different solutions: a study of university students' modeling and reasoning. *Actas GIREP* (CD). Chipre.

Santamaría, C. (1989). Modelos mentales y razonamiento semántico: el silogismo. *Cognitiva*, 2 (2), 21-36.

Santamaria, C., García-Madruga, J. A. y Carretero, M. (1996). Beyond belief bias: Reasoning from conceptual structures by mental models manipulation. *Memory & Cognition*, 24 (2), 250-261.

Savelsberg, E.R, De Jong, T. & Ferguson-Hessler, M. G. M. (2002). Situational Knowledge in Physics: The case of Electrodynamics. *Journal of Research in Science Teaching*, 36 (10), 928-951.

Schnotz, W. & Bannert, M. (2003). Construction and interference in learning from multiple representation. *Learning and Instruction*, 13(2), 141-156.

- Seoane, G. y Valiña, M. D. (1988). Efecto del contenido y microgénesis de la tarea en inferencia condicional. *Cognitiva*, 1(3), 271-298.
- Sherin, B. L. (2001). How students understand physics equations. *Cognition and Instruction*, 19, 479–541.
- Simon, H. A. (1979). *Models of thought*. New Haven: Yale University Press.
- Simon, H. (1984). La teoría del procesamiento de la información sobre la solución de problemas. En *Lecturas de psicología del pensamiento* (pp. 197-220). Compilación de Mario Carretero y J. A. García Madruga. Madrid: Alianza Editorial.
- Simon, H. (1995). La teoría del procesamiento de la información sobre la resolución de problemas. En M. Carretero y J. A. García Madruga (comp.), *Lecturas de Psicología del Pensamiento*. Madrid: Alianza Psicología.
- Simon, D. P. & Simon, H. A. (1978). Individual differences in solving physics problems. En R. Siegler (Ed.), *Children 's thinking: What develops?* Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum Associates.
- Simon, D. P. & Simon, H. A. (1980). Expert and novice performance in solving physics problem". *Science*, 208, 1335-1342.
- Singh, C. (2008). Assessing student expertise in introductory physics with isomorphic problems. Performance on nonintuitive problem pair from introductory physics. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research* 4, 010104.

- Solaz-Portolés, J. J. y Sanjosé, V. (2008). Conocimiento previo, modelos mentales y resolución de problemas. Un estudio con alumnos de bachillerato. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 10 (1), 1-16. Consultado el 6 de agosto de 2009 en: <http://redie.uabc.mx/vol10/no1/contenido-solaz.html>.
- Solaz-Portolés, J. J. y Sanjosé López, V. (2007). Resolución de problemas, modelos mentales e instrucción. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 70-89. En <http://www.saum.uvigo.es/reec>.
- Smolenski, P. (1988). On the proper treatment of connectionism, *Behavioral and Brain Sciences*, 11, 1-74.
- Taber, K. (2003). Mediating mental models of metals: acknowledging the priority of the learner's prior learning. *Science Education*, 87(7), 732-758.
- Tarr, M. J. & Pinker, S. (1989). Mental rotation and orientation-dependence in shape recognition. *Cognitive Psychology*, 21, 233-282.
- Thomas, J. C. Jr. (1974). An analysis of behavior in the hobbits-orcs problem. *Cognitive Psychology*, 6, 257-269.
- Treagust, D., Chittleborough, G. & Mamiala, T. (2004). Students understanding of the descriptive and predictive nature of teaching models in inorganic Chemistry. *Research in Science Education*, 34(1), 1-20.

- Tuminaro, J. & Redish, E. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games *Phys. Rev. ST Physics Ed. Research*, 3(2).
- Tweney, R. D. (1991). Informal Reasoning in Science. En Voss, Perkins y Segal (Eds.), *Informal Reasoning and Education* (pp. 3-16). LEA, Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.
- Van Dijk, T. A. (1992). *Cognição, Discurso e Interação*. São Paulo: Editora Contexto.
- Van Dijk, T. A. (1999). Context models in discourse processing. En van Oostendorp, H. & Goldman, S. R. (Eds.). *The construction of mental representations during reading* pp. 123-148. Mahwah, NJ, USA: Lawrence Erlbaum Associates. TEUN.
- Van Dijk, T. A & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academia Press.
- Van Heuvelen, A. & Maloney, D. (1999). Playing Physics Jeopardy. *American Journal of Physics*, 67(3), 252-256.
- Villegas, J. y Castro, E. (2002). Marco para el análisis de protocolos de resolución de problemas de optimización. En J. M. Cardeñoso, E. Castro, A. Moreno y M. Peñas (Eds.). *Resolución de problemas*. Universidad de Granada.

- Vosniadou, S. (1994). Capturing and modelling the process of conceptual change. *Learning and Instruction*, 4 (1), 45-69.
- Warnakulasooriya, R. & Bao, L. (2001). *Preliminary studies on students' understanding of electricity and magnetism for the development of a model-based diagnostic instrument*. Proceedings of the 2001 Physics Education Research Conference, pp 127-130.
- Wason, P. C. & Shapiro, D. (1971). Natural and contrived experience in a reasoning problem. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 23, 63-71.
- Wason, P.C. (1983). Realism and Rationality in the selection task. En J. St. Evans (ed.), *Thinking and reasoning: Psychological approaches* (pp. 44-75). London: Routledge & Kegan Paul.
- Watts, M. (1994). *Problem Solving in Science and Technology: extending good classroom practice*. Londres: D. Fulton Publishers.
- Yachanin, S. A. & Tweney, R. D. (1982). The effect of semantic content in cognition strategies in the four card selection task. *Bulletin of the Psychonomic Society*, 19, 87-90.

ANEXO I: TABLAS DE ANÁLISIS DE LAS TRANSCRIPCIONES

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP1, versión enunciado concreto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pedro

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Visualización de la situación		O1: recurso textual	
	Mi: elaboración del modelo inicial a partir de la lectura		Remarca la condición de movimiento: "de manera que la cadena que..... no deslice "
	M1: <u>Tokens:</u> correspondientes a: camioneta Carga – tractor – cadena	O2: recurso gráfico	Manifiesta la necesidad de dibujar la situación. El dibujo es figurativo, con la camioneta con la carga, el tractor y la cadena. Explicita su decisión de hacer los DCL sin ejecutarlo.
EPISODIO 2 Focalización del sistema de estudio Elección del sistema de referencia a partir del análisis físico de la situación		O3 consideración de interacciones	
	M1: no hay cambio en el modelo	(DCL)	Explicita que hará los DCL pedidos en la consigna
		O4: redefinición del sistema	
	M2: el modelo se transforma por nueva selección de <u>tokens</u> correspondientes a: la camioneta y la carga		Análisis de los elementos que conformarán el sistema de estudio. Duda entre "tomar" la carga o la camioneta, los dos posibles elementos de su sistema de estudio, que se focaliza.
		O5: orientación en el plano	
	M3: se incorpora un nuevo <u>token</u> : el sistema de coordenadas		Decide por relectura: "...si la carga <u>no desliza</u> , me conviene tomar un sistema <u>no inercial</u> fijo a la camioneta"
EPISODIO 3 Mayor focalización del sistema. La carga constituye el sistema, con las interacciones entre ella y el medio ambiente.		O6: redefinición del sistema	
	M4: el modelo se transforma por la selección de sólo un <u>token</u> : la carga		Prioriza la carga como el elemento relevante del sistema, la camioneta sólo actúa como referencia. Modelo cada vez más focalizado
	M5: el modelo evoluciona hacia uno dinámico. Se incorporan: <u>Relación entre el token y el medio ambiente (MA):</u> vectores P, N, fr	O7: consideración de interacciones	Reconocimiento de la fr como resultado de una inferencia causal : "... la <i>aceleración no se la hace directamente, se la hace el roce</i> " Resolución desde un contexto físico Dibujo abstracto de la carga como elemento relevante. Representación externa gráfica esquemática + interacciones. Se incorpora una relación entre la carga y una parte que se considera relevante del medio ambiente (camioneta)

<p>EPISODIO 4 Trabajo algorítmico</p> <p>Planteo de ecuaciones correspondientes a la carga.</p>	<p>M6: se incorporan: - nueva forma de <u>relación</u> entre <u>propiedades</u> e <u>interacciones</u> del token. - <u>propiedades</u> asociadas al token (masa y aceleración)</p>	<p>O8: relación causal</p>	<p>La relación es formal, centrándose toda la actividad en proyectar las fuerzas sobre el sistema de coordenadas adoptado. Escribe las ecuaciones por componentes para la carga, encontrándose ante un conflicto a resolver.</p>
<p>EPISODIO 5 Expansión del sistema de estudio incluyendo la camioneta con la carga unida a ella.</p>	<p>M7: Cambio de modelo. Nuevo <u>token</u> (que sustituye al anterior) representando a: la camioneta y la carga como un solo cuerpo</p>	<p>O9: redefinición del sistema</p> <p>Sesgo facilitador</p>	<p>Se incorpora la camioneta, que conforma un solo elemento con la masa encima. Modelo inadecuado ya que no incluye la interacción que le permitiría resolver el problema (fr12). Pregunta si puede dibujar la camioneta. Lo hace, pero unida a la carga.</p>
	<p>M8: el nuevo modelo evoluciona. Se incorporan: <u>Relaciones entre el token y parte del medio ambiente:</u> vectores P, N, N', frp</p>	<p>O10: consideración de interacciones</p>	<p>o</p> <p>Hace un DCL incompleto del sistema camioneta-carga unidas sobre dibujo figurativo incluyendo P, N, N', fr piso. N. Falta la tensión. Infiere la existencia de roce entre la camioneta y el piso.</p>
<p>EPISODIO 6 Estancamiento en un modelo sesgado .</p>	<p>M8: se mantiene el modelo</p>	<p>O11: regulación</p> <p>Sesgo de confirmación</p>	<p>Expresa: "...no me falta nada" No se revisa el modelo. Ausencia de la meta.</p>
<p>EPISODIO 7 Recuperación de la meta a partir de una relectura de las consignas</p>	<p>M9: reestructuración de M8 considerando 2 tokens correspondientes a la camioneta y la carga Se incorpora: <u>Una relación entre ambos tokens:</u> el vector fr12.</p>	<p>O12: redefinición del sistema</p> <p>Operador generado a partir de intervención externa</p>	<p>Redefinición de los elementos relevantes del sistema</p> <p>Detecta que se le pide los DCL por separado</p>

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP1, versión enunciado concreto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Luis

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Reconociendo los elementos relevantes		O1: consideración de interacciones (DCL)	
	M1: <u>Tokens</u> correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> • T1: carga • T2: camioneta 		Dibujo figurativo de los elementos relevantes Define implícitamente el sistema de estudio al anunciar la realización de los DCL de la camioneta y la carga. El tractor como parte del medio ambiente.
EPISODIO 2 Reconociendo interacciones Identificación incompleta de interacciones y criterios que se aplican para su reconocimiento		O2: consideración de interacciones	
	M2: el modelo evoluciona, incorporando: <u>Relaciones entre el token T1 y el medio ambiente (MA):</u> vectores N, P, frpiso y pares de acción y reacción: N*, P* frp*.	Sesgos de correlación ilusoria: <ul style="list-style-type: none"> • coeficiente de roce → existe rozamiento en general → existe fr con el piso. • no existe efecto de la carga ni del tractor Sesgo de fijación o creencia: "la fr se opone siempre al sentido del movimiento"	La camioneta sólo interacciona con el piso y la tierra. Orden de reconocimiento de interacciones: N, P, frpiso. Infiere que existe roce entre la camioneta y el piso, recordando que en el enunciado se menciona un coeficiente de roce estático.
		O3: consideración de interacciones	
	M3: Se incorpora: <u>Relaciones entre el token T2 y el medio ambiente (MA):</u> vector P <u>Relaciones entre tokens (consideradas como relaciones entre T2 y el MA):</u> vectores N y fr,	Sesgo de fijación o creencia: "la fr se opone siempre al sentido del movimiento"	Trabajo mecánico en la identificación de pares de acción y reacción: Dibuja la fuerza de roce hacia atrás.
		O4: redefinición del sistema	
M4: el modelo se disocia, con los pares de acción y reacción N* y fr* aplicados fuera de la camioneta.		Los pares de las fuerzas de contacto se dibujan sobre una línea inclinada independiente de la camioneta. Modelo sesgado por no identificarse esa línea con el piso de la camioneta. Falta de integración entre los elementos del sistema (modelo disociado)	

EPISODIO 3 Resolviendo conflictos a partir de los diagramas de fuerzas Resolución desde un sistema no inercial implícito		O5: reconsideración de interacciones	-
	M5: se incorpora: <u>Relación entre el token T1 y el medio ambiente (MA):</u> vector T en el dibujo de la camioneta y su par de acción y reacción T* en la cuerda. <u>Nueva relación:</u> un vector representando la fuerza de arrastre (Fa). <u>Una propiedad de los tokens:</u> su aceleración. <u>Propiedad de una relación:</u> la fr aplicada sobre la carga es estática.	Sesgo de fijación (se incluye la fuerza de arrastre para justificar que la carga no deslice) Sesgo conceptual (la fuerza de arrastre en el mismo sentido que la aceleración del sistema)	Expresa que la fuerza de roce es “ <i>hacia atrás</i> ” (erróneo) para “ <i>que la masa se quede quieta</i> ”. Refuerza su razonamiento al releer “... <i>esta fuerza es la máxima que puede aplicarse a la camioneta para que la carga no se deslice</i> ”. Detecta, en el DCL de la carga, la ausencia de alguna fuerza que apunte hacia arriba de la pendiente, por lo cual se agrega ad hoc una nueva fuerza que denomina “de arrastre.
EPISODIO 4 Nueva forma de expresar las relaciones para la carga Focalización del modelo: trabajo centrado en la carga		O6: redefinición del sistema	
	M6: token relevante: T2		El sistema se focaliza en la carga.
		O7: relación causal	
	M7: se incorpora al modelo: <ul style="list-style-type: none"> expresión de las <u>relaciones</u> entre las interacciones correspondientes al token T2 		Se opera sobre el modelo conformando sólo por el token T2
	M8: Se incorpora al modelo el valor de una <u>propiedad</u> del token T2: aceleración nula	O8: Interpretación simple de la condición Sesgo facilitador	Puede inferirse que la condición de aceleración nula es coherente si se está resolviendo desde un sistema de coordenadas fijo a la camioneta, a pesar del sentido erróneo de la fuerza de arrastre
EPISODIO 5 Recuperando la meta para manipular las ecuaciones correspondientes a la carga Ubicación indefinida del sistema de coordenadas		O8: regulación	
	M9: se incorpora la meta	Recuperación de la meta .	Necesidad de recupera la meta por relectura.
		O9: orientación espacial	
	M10: se incorpora un nuevo <u>token</u> : el sistema de coordenadas		Se incluye el sistema de coordenadas para tener en cuenta el signo de las componentes de las fuerzas Si bien lo dibuja no explicita si el mismo está fijo al plano o a la camioneta.

EPISODIO 6 Trabajando sólo con las ecuaciones de la carga		O10: redefinición del sistema por reconsideración de interacciones	
	M11: Focalización: modelo centrado en T2. Hallazgo de una solución ilusoria	Sesgo de economía cognitiva: asume como conocidos datos no incluidos en el enunciado	Trabaja con las ecuaciones correspondientes a la carga, tratando de despejar el coeficiente de roce estático. Invierte el sentido de la fuerza de arrastre en el trabajo algebraico.
		O11: regulación	
	M12: incorporación de la meta.	Sesgo de confirmación	Afirma haber resuelto el problema sin detectar que el resultado queda en función de otra incógnita.
EPISODIO 7 Confirmando el hallazgo de la solución sin cálculos numéricos		O12: regulación	
	M12: sigue trabajando desde el mismo modelo, no hay evolución del mismo		Expresa que “... <i>mi idea era que una vez terminado tuviera números</i> ”, pero inmediatamente dice que “... <i>no tengo ganas de hacer números</i> ”
		O12: regulación	
	Confirmando la solución sin cálculos numéricos M12: manipulación del modelo sin evolución	Sesgo de confirmación	A través de la relectura del enunciado detecta que, en su resolución, no necesita usar la masa de la camioneta ni de la carga. Expresa extrañeza (“... <i>qué curioso...</i> ”), pero no revisa el contenido de su modelo. Detecta que no conoce la fuerza de arrastre. En un análisis muy superficial la confunde con el valor de la tensión, fuerza aplicada a la camioneta y no a la carga, a través de cuyas correspondientes ecuaciones obtuvo el coeficiente de roce.
	O14: regulación		
	M12: modelo estable, resistencia a su revisión.	hallazgo de la meta	Da por resuelto el problema, expresa que no cree necesario poner números. A pesar de detectar que la fuerza de arrastre no se da como dato, no intenta calcularla

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP1, versión enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso María

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Trabajo gráfico		O1: recurso gráfico	
	<p>M1: <u>Tokens</u>: correspondientes a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Camioneta (T1) • Carga (T2) <p><u>Relación entre un token y el MA:</u> vector correspondiente a la fuerza T del tractor sobre T1</p>		Manifiesta la necesidad de hacer un dibujo de la situación. En el dibujo (semi-figurativo) incluye la camioneta con la carga y, como MA inmediato: un plano inclinado que simboliza la cuesta y el efecto del tractor sobre la camioneta a través de la fuerza de tracción.
EPISODIO 2 Reconociendo interacciones	mar	O2: consideración de interacciones	
	<p>Trabajo simultáneo en el DCL de la camioneta y la carga, a través del reconocimiento de los pares de acción y reacción</p> <p>M2: El modelo evoluciona, incorporando:</p> <p><u>Relación entre los tokens:</u> vectores Nc' y T (para T1) - Nc y fr_{12} (para T2)</p> <p><u>Relaciones entre tokens y el medio ambiente (MA):</u> vectores P para cada token y N para T1.</p>	Sesgo facilitador	<p>Anuncia: <i>"primero hacemos el DCL"</i> Dibujos figurativos de los elementos considerados relevantes del sistema</p> <p>Camioneta: Nc', N, <i>"frpiso no tiene"</i>, T, P (omite la fr_{12}^*)</p> <p>Carga: Nc, Pc, fr_{12} (mal sentido)</p> <p>Representación externa gráfica + interacciones (incompleto).</p> <p>Infiere que no existe roce con el piso, recordando que en el enunciado no se menciona.</p> <p>Mantiene en la memoria de trabajo los datos presentes y los ausentes</p>
EPISODIO 3 Trabajo algebraico organizado por la orientación en el plano		O3: orientación en el plano	
	<p>M3: se incorpora al sistema un nuevo <u>token</u>: el sistema de coordenadas</p>		Expresa: <i>"antes de hacer la sumatoria de fuerzas tengo que poner el sistema de referencia"</i> . Incorpora el sistema de coordenadas para guiar el posterior trabajo algebraico.
	<p>M4: Se incorpora:</p> <p>Propiedades de los tokens y <u>Nueva forma de relación</u> (algebraica) entre propiedades e interacciones del token 1.</p>	O4: relación causal	El signo de una de las fuerzas no se corresponde con el DCL (Nc'). Menciona el valor de la fuerza ejercida por el tractor durante el planteo de las ecuaciones. Puede interpretarse que la considera como la interacción más relevante.

EPISODIO 4 Detección de incongruencia por análisis algebraico		O5: relación causal	
	M5: Se incorpora: <u>Nueva forma de relación</u> entre propiedades e interacciones	Operador aplicado a T2	
		O6: reconsideración de interacciones	
	M6: modificación del modelo por detección algebr. de incongruencia.		Cambia el sentido de la fr_{12} sobre la carga <i>"la había puesto al revés"</i>
		O7: reconsideración de interacciones	
	M7: Se incorpora: <u>Relación entre los tokens:</u> vectores fr' (para T2)		agrega fr_{12}^* en la camioneta como par de acción y reacción Infiere la fr omitida por análisis de ecuaciones.
		O8: recurso algebr.	
M7: manipulación algorítmica		Asume que la fuerza de roce estática es máxima, sin analizar la validez de esta suposición	
EPISODIO 5 La meta como guía para continuar con la búsqueda		O8: regulación	
	M8: incorpor. de la meta	Recupera la meta	Relee la consigna <i>"calcule el μ"</i>
		O9: Interpretación de la condición	
	M9: se establece una relación entre los 2 elementos del sistema	(interpretación general)	Infiere que "si la carga no desliza" \rightarrow <i>"las aceleraciones de la carga y la camioneta son iguales"</i>
EPISODIO 6 Manipulación basada en el reconocimiento de interacciones		O10: consideración de interacciones	
	M10: se determina la expresión de una interacción entre camioneta y carga (debida al roce) durante el trabajo algebraico.	caracterización del roce	Asume que la fuerza de roce estática es máxima, sin analizar la validez de esta suposición ni la relación con la condición impuesta por el enunciado a la fuerza aplicada por la cadena.
		O11: recurso algebr.	
	M11: manipulación algorítmica y Pérdida de la meta		Detecta las contradicciones en el trabajo algebraico, las corrige en los DCL y vuelve a las ecuaciones para incorporar las
		O12: regulación	
M12: reincorporación de la meta		Necesita volver a leer la consigna para saber qué está tratando de calcular. El modelo situacional de elementos reales determina el proceso de resolución.	
EPISODIO 7 Logro de la meta		O13: trabajo algorítmico	
	M12: manipulación algebraica hasta arribar a la meta usando los datos		Despeja μ en función de los datos
		O14: cálculo	
	M12: determinación numérica de la meta		Obtiene un μ negativo (por errores de cálculo)

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP1, versión enunciado *abstracto*, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Raquel

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Graficando la situación		O1: recurso gráfico	
	M1: <u>Tokens</u> correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> • Cuerpo inferior (T1) • Cuerpo superior (T2) • Plano inclinado <u>Relación entre el token T2 y el medio ambiente (MA):</u> vector F		Primero hace el dibujo de la situación, incluyendo los dos cuerpos, el plano inclinado (indicando el ángulo) y la fuerza aplicada sobre el cuerpo inferior.
		O2: recurso textual	
	M1: se mantiene el modelo		Relee para asegurarse que incluyó todos los elementos mencionados en el enunciado.
EPISODIO 2 Definición inicial del sistema Focalización del sistema de estudio: los dos cuerpos		O2: definición del sistema	
	M2: selección de los tokens relevantes: <ul style="list-style-type: none"> • Cuerpo inferior (T1) • Cuerpo superior (T2) 		Explicita su decisión de hacer los DCL para responder a la primera consigna. Para ello dibuja por separado ambos cuerpos y un plano inclinado.
		O3: consideración de interacciones	
	M3: Se incorporan al modelo: <u>Relación entre los tokens y el medio ambiente (MA):</u> vector P2 para T2, y vectores P1, N1, F y frp para T1. <u>Relación entre ambos tokens:</u> vectores fr12, fr12*, N2 y N2*	Sesgo correlación ilusoria: coef. de roce → existe rozamiento → existe fr con el piso	Mientras indica las fuerzas sobre el cuerpo superior, va incluyendo los pares de acción y reacción en el cuerpo inferior. Infiere la existencia de las fuerzas de roce entre el cuerpo inferior y el piso (frp), no mencionadas en el enunciado.
		O4: orientación en el plano	
	M4: se incorpora al sistema un nuevo <u>token</u> : <ul style="list-style-type: none"> • el sistema de coordenadas 		Dibuja el sistema de coordenadas sobre el cuerpo inferior, con el eje x paralelo al plano inclinado y el eje y hacia arriba. Explicita que necesita fijar dicho sistema <i>antes</i> de realizar el trabajo algebraico.

EPISODIO 3 Focalizando el sistema		O5: relación causal	
	M5: se incorporan: <ul style="list-style-type: none"> nueva forma de <u>relación</u> (algebraica) entre <u>propiedades</u> e <u>interacciones</u> del token T2. <u>propiedades</u> asociadas al token T2 (masa y aceleración) 	Operador aplicado al cuerpo superior (T2)	Trabajo mecánico sólo con las ecuaciones correspondientes al cuerpo superior. No escribe las correspondientes al cuerpo inferior.
		O6: redefinición del sistema	
	M6: el token T2 pasa a ser el elemento relevante del sistema. El modelo se focaliza en él.	Sesgo facilitador Solución ilusoria	Obtiene una expresión del coeficiente de roce en función de otra incógnita, la aceleración. Da por finalizada la solución. Trabajo superficial, sin reconocimiento de datos.
EPISODIO 4 Estancamiento en el modelado		O7: regulación + recurso textual	
	M6: se mantiene el modelo	Operador generado a partir de una intervención externa Sesgo de confirmación	Relee el enunciado por sugerencia de la investigadora y sigue sosteniendo que “ <i>ya estaría...</i> ”.
EPISODIO 5 Reconsiderando el sistema		O8: redefinición del sistema	
	M7: se vuelve a incorporar a T1.		Revisando las ecuaciones, detecta que la aceleración no se menciona. Reconoce la necesidad de incluir las ecuaciones del cuerpo inf.inferior.
		O9: Interpretación de la condición	
	M8: se incorporan: <ul style="list-style-type: none"> nueva forma de <u>relación</u> (algebraica) entre <u>propiedades</u> e <u>interacciones</u> del token T1. <u>propiedades</u> asociadas al token T1 (masa y aceleración) 	Operador aplicado al cuerpo inferior (T1)	Infiere la existencia de roce entre el cuerpo inferior y el plano inclinado. Implícitamente reconoce aceleraciones iguales para ambos cuerpos.
EPISODIO 6 Trabajando con las ecuaciones		O10: recurso algebraico	
	M8: manipulación del modelo sin cambios		Obtiene 2 ecuaciones en las cuales reconoce 2 incógnitas. Expresa que el problema ya está resuelto

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP1, versión enunciado abstracto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Ana

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Reconociendo gráficamente algunas interacciones		O1 consideración de interacciones	
	M1 Tokens: m1 y m2, correspondientes a: m1→cuerpo superior (T2) m2→cuerpo inferior (T1) Propiedades de los tokens (sus masas)	(DCL)	Determina su sistema de estudio: m1 y m2. Explicita que va a hacer los DCL.
		O2 consideración de interacciones	
	M2: Se incorporan: <u>Relaciones entre los tokens:</u> vector N_{12} en T2 <u>Relaciones entre tokens y el medio ambiente (MA):</u> vectores P en cada uno y vector F en T2	Sesgo facilitador	Explicita que comenzará con el diagrama del cuerpo libre de los cuerpos, incorporando las interacciones entre ellos y con el medio ambiente. Omisión del efecto de sostén del plano sobre el cuerpo inferior y de la fr' en el cuerpo inferior ejercida por el superior. El cuerpo inferior sólo siente que el superior está apoyado sobre él. Sistema de referencia ausente.
		O3 recurso gráfico	
	M3: Se incorpora: <u>Relación entre tokens:</u> vector fr en T2		Infiere el sentido de la fuerza de roce en el cuerpo superior analizando la situación sobre los DCL (<i>"la normal hacia arriba, el peso hacia abajo..."</i>)
		O4 regulación	
	M3: Se mantiene el modelo	sesgo de economía cognitiva <i>"...si no me lo dan...no hace falta..."</i>	Infiere (por relectura) y justifica la falta de interacción entre el plano y el cuerpo inferior considerándola irrelevante.
	O5 reconsideración de interacciones		
M4: se incorpora: <ul style="list-style-type: none"> ▪ <u>Relación entre el token T1 y el medio ambiente:</u> N_1 ▪ <u>Relación entre los tokens:</u> N'_{21} en T1. 	Manipulación del modelo que le permite hacer una predicción acerca del comportamiento del token T2.	Se detecta una interacción omitida por análisis gráfico <i>"...Ah!!! me falta la normal 1..."</i>	

EPISODIO 2: Resolviendo un problema tipo Se incorporan las interacciones faltantes Trabajo algebraico orientado por la búsqueda de la meta		O6 relación causal	
	M5: se incorporan: <u>propiedades asociadas a los tokens (a) y nueva forma de relación entre prop.e interacciones para cada token.</u>	Sesgo de fijación	Por sus expresiones se infiere que está resolviendo un problema tipo, aplicando pasos conocidos.
		O7 orientación	
	M6: se incorpora un nuevo <u>token abstracto</u> : el sistema de coord.	a partir de una intervención externa	Aclara que ya había elegido, un sistema de coordenadas
		O8 reconsideración de interacciones	
	M7: se incluye una interacción omitida: la fr' sobre el cuerpo inferior.	Operador generado a partir de una intervención externa	Al revisar pares de acción y reacción, expresa: "...ah, me faltaba la fuerza de roce prima..."
		O9 regulación	
	M7: se mantiene el modelo.		Expresa que los DCL están completos
		O10 regulación	
M8: se recupera explícitamente la meta	Recupera la meta	Reconoce la meta por relectura directa de la consigna (b).	
	O11 regulación		
M8: manipulación algorítmica sin cambios	búsqueda de dato	Relee y dice: "...ah, sí, la fuerza F es dato" Recupera un dato del enunciado a partir de las ecuaciones.	
EPISODIO 3: Camino directo a la meta		O12 Interpretación de la condición	
	M9: se incorpora <u>Relación entre propiedades de los tokens: a1=a2</u>		Si bien había escrito a1 y a2, aclara y escribe a1=a2=a
		O13 recurso algebraico	
	M9: manipulación algebraica sin cambios en el modelo		Trabaja guiada por la obtención de la meta.
		O14 regulación	
M9: análisis algorítmico sin cambio de modelo.		Reconocimiento de la meta como única incógnita. Se muestra segura de haber hallado la solución. No calcula numéricamente-	
EPISODIO 4: Reflexiones guiadas		O15 regulación	
	M9: se mantiene el modelo	Operador generado a partir de una intervención externa	Responde que omitió en un principio algunas interacciones porque "no me di cuenta... pero después las puse..."
		O16 regulación	
M10: incorpora: <u>Predicción de comportamiento de los tokens en condiciones límites.</u>	Operador generado a partir de una intervención externa	Es capaz de predecir el comportamiento del sistema en condiciones diferentes a las presentadas en el enunciado. Se corrobora el carácter dinámico de su modelo.	

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP1, versión enunciado abstracto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Pablo

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1: Trabajo gráfico		O1: recurso gráfico	
	M1: Tokens: correspondientes a: • m1 (cuerpo inferior, T1) • m2 (cuerpo superior, T2) <u>Relación entre el token T1 y el medio ambiente (MA):</u> vector F		Dibuja correctamente el plano, los bloques y la fuerza aplicada. Identifica m1, m2, α y F. Los tokens se identifican con una de sus propiedades: la masa.
		O2: orientación espacial	
	M2: se incorpora al sistema un nuevo token abstracto: el sistema de coordenadas		Explicitación del sistema de coordenadas
		O3: consideración de interacciones	
	M3: el modelo se transforma y evoluciona. Se incorporan: <u>Relación entre los tokens:</u> vectores fr_{12} , fr_{12}^* , N <u>Relaciones entre tokens y el MA:</u> vectores P para cada token y N y fr_p para T1.	Sesgo correlación ilusoria: coef. de roce \rightarrow existe rozamiento \rightarrow existe fr con el piso	Representación externa gráfica esquemática + interacciones en los cuerpos y el plano. DCL cuerpo superior: N, P, fr_{12} DCL cuerpo inferior: P, N, F, fr_{piso} , fr_{21} , N^* Infiere la existencia de roce entre la masa inferior y el plano inclinado
EPISODIO 2: Focalización del sistema		O4: redefinición del sistema	
	M4: el modelo cambia y se reduce al T2. T1 pasa a formar parte del MA	Sesgo facilitador: sólo aplica la 2da Ley de Newton a la masa superior (y sólo en la dirección del movimiento)	Implícitamente define su sistema, focalizándose en la masa menor. No identifica los pesos ni las fuerzas normales que actúan en cada cuerpo.
		O5: interpretación de la condición	
	M5: Se incorporan: <u>Propiedad del token T2:</u> velocidad constante <u>Nueva forma de relación</u> (algebraica) entre prop. e interacciones para T2		Plantea las $\Sigma F_x = ma = 0$ Supone $a_2 = 0$ Infiere implícitamente que el cuerpo superior se mueve con velocidad constante (o nula).
	M5: manipulación del modelo sin evolución	O6: regulación	Corrige los DCL y la ecuación identificando las propiedades e interacciones de cada cuerpo.

EPISODIO 3: Análisis guiado por la meta A partir de la recuperación de la meta completa el trabajo algebraico		O7: regulación	
	M6: se incorpora la meta		Relee el enunciado para saber qué tiene que calcular.
		O8: recurso algebr	
	M7: se incorpora <u>Nueva forma de relación</u> (algebraica) entre propiedades e interacciones del token T2 (componente y)		Expresa: " <i>fr es mu por N</i> ", lo cual le lleva a trabajar con las componentes y de las ecuaciones. Infiere que debe plantear además las relaciones en la componentes y.
		O9: interpretación de la condición	
M8: cambio de modelo por <u>cambio de una propiedad relevante del token T2:</u> su velocidad no es nula.			Confusa explicación del valor nulo de a_2 . Concluye que la masa superior " <i>sí se mueve</i> " respecto al sistema fijo al plano.

EPISODIO 4: Interpretando el movimiento		O10: interpret. de la condición	
	M9: se incorpora: <u>Relación entre una propiedad del tokens T2</u> y el cuerpo inferior (MA) ($a_1=a_2=a$)	Operador generado a partir de una intervención externa	Concluye que el cuerpo superior está en reposo con respecto al inferior, moviéndose ambos cuerpos con la misma aceleración.
		O11: recurso algebraico	
	M9: manipulación algebraica del modelo sin cambios		
		O12: redefinición del sistema	
	M10: incorpora el otro token como relevante (T1) y el valor de una <u>relación entre T1 y MA:</u> $fr_p = 0$	Sesgo simplificador: asume que fr piso es nula y siguen el trabajo algebraico	Detección de un dato faltante (fr piso) a partir del trabajo algebraico Detecta la omisión, por relectura del enunciado, del mu con el piso. Considera que $a_2 = a_1$
		O13: regulación	
	M10: manipulación algorítmica de un modelo estable		Revisa el desarrollo algorítmico del modelo para verificar si está en un camino directo a la meta.
	O14: regulación		
M10: manipulación del modelo, determinación de su alcance.			Deja expresada una relación donde la única incógnita es el coeficiente de roce. No despeja ni calcula.

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP1, versión enunciado abstracto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso Carlos

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1: Definiendo el sistema de estudio a partir del dibujo		O1: lectura gráfica	
	M1: Tokens correspondientes al cuerpo inferior (T1) y cuerpo sup. (T2)		Definición de los elementos que constituyen su sistema de estudio
EPISODIO 2: Reconociendo gráficamente las interacciones Identificación de las interacciones y de criterios que se aplican para su reconocimiento.		O2: consideración de interacciones (DCL)	
	M2: el modelo evoluciona. Se incorporan: <u>Relaciones entre el token T1 y el medio ambiente:</u> N1 y P1 <u>Relación entre los tokens:</u> fr	Operador aplicado en primer lugar a T1	Si bien reconoce la existencia de una fuerza de roce entre los cuerpos que actúa en el cuerpo de masa m2. Expresa que esa fuerza "... <i>hace que no se deslice sobre la superficie</i> ", refiriéndose a la superficie del cuerpo inferior.
		O3: consideración de interacciones (DCL)	
	M3: Se incorporan: <u>Relaciones entre el token T2 y el medio ambiente (MA):</u> vectores N ₂ , P ₂ y F <u>Relación entre los tokens:</u> vector N ₂ ' (fr y fr' presentes pero aún indeterminados)	Operador aplicado a T2	Dibuja el cuerpo 2 como un rectángulo respetando su posición debajo del cuerpo 1. Explicita la condición clave del problema, que la fuerza F "... <i>a pesar que la está empujando, la masa 1 no se desliza...y sigue con éste</i> ". Reconoce a la fuerza de roce como causa de ese efecto.
EPISODIO 3: Definiendo las fuerzas de roce		O4: consideración de interacciones	
	M4: el modelo evoluciona. Se incorpora: <u>Relación entre los tokens y con el medio ambiente (MA):</u> fr (en T1) y fr' (en T2) P ₁ ' y P ₂ '.	Análisis de la fuerza de roce sesgo de economía cognitiva.	Determina el sentido de la fuerza de roce en el cuerpo superior fr y su par de acción y reacción, fr', a partir del análisis físico de la situación. Incorpora los pares de acción y reacción de los pesos en el centro de la Tierra.
EPISODIO 4: Trabajando con las ecuaciones I		O5: orientación espacial y recurso algebraico	
	M5: se incorpora un nuevo token: el sist. de coordenadas		Fija el sistema de coordenadas orientando el eje x " <i>a favor del movimiento</i> "
	M6: se incorporan: -nueva forma de <u>relación</u> (algebraica) entre <u>propiedades</u> e <u>interacciones</u> en el token T2 - <u>propiedades</u> asociadas a T2 (m ₂ , a)	Operador aplicado en primer lugar a T2	Desarrolla la sumatoria de fuerzas por componentes para el cuerpo superior. Identifica la masa de ese cuerpo por intervención externa. Omite la fuerza de roce, a pesar de estar en el DCL correspondiente.

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP2, versión enunciado concreto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso Raquel

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1: Reconociendo interacciones		O1: consideración de interacciones (DCL)	
	M1: <u>Tokens:</u> correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> • Camión (T1) • Papel (T2) 		Explicita su decisión de hacer los DCL como primer paso en la resolución.
		O2: orientación espacial	
	M2: se incorpora al sistema un nuevo <u>token</u> : el sistema de coordenadas		Expresa que va a dibujar el sistema de coordenadas antes de realizar los diagramas de fuerzas.
		O3: reconsideración de interacciones	
	M3: se incorporan: <u>Relaciones entre tokens y el MA:</u> vectores P para cada token y vector Nc para T1		Hace una gráfica esquemática de los dos objetos dibujados sobre el sistema de coordenadas. Identifica en primer lugar sólo el peso y la normal en el camión. Antes de incluir el efecto del papel sobre el camión se dispone a hacer el DCL del mismo.
EPISODIO 2: Reconociendo la condición impuesta al papel		O4: interpretación de la condición con reconsideración de interacciones	
	M4: se incorporan: <u>Nueva relación entre T2 y el MA:</u> vector Fviento	Sesgo facilitador Sesgo conceptual	A partir de una relectura del enunciado recupera la situación del papel " <i>queda adherido a su parabrisas</i> ". Traduce la condición " <i>queda adherido</i> " como "el papel no se puede caer", asociándola a la existencia de una fuerza del viento. No incluye las fuerzas de contacto entre el papel y el parabrisas. No considera la posibilidad de roce entre las ruedas y el piso. No detecta la incoherencia entre los DCL y el sentido de la aceleración fijado .
		O5: regulación	
	M5: se incorpora la meta		Incorpora la meta por relectura antes de comenzar el trabajo algebraico.

EPISODIO 3: Incorporando la fuerza de roce		O6: redefinición del sistema con reconsideración de interacciones	
	M6: El modelo se focaliza en T2, incorporando una <u>nueva relación del "token"</u> T2 con T1 (que pasa a formar parte del MA)		La relectura de la meta permitió reconocer interacciones faltantes. Incorpora la fuerza de roce que el parabrisas le ejerce al papel. Reconocimiento de la fuerza de roce como la causa por la cual " <i>el papel no se cae</i> ".
		O7: regulación	
	M6: Se reincorpora la meta		Necesita releer la consigna a fin de recuperar nuevamente la meta
EPISODIO 4: Reconsideración de la condición impuesta al papel		O9: reconsideración de interacciones y relación causal	
	M7: Se incorporan: <u>propiedades de los tokens y nueva forma de relación</u> entre prop. e interacciones del token		Mantiene en las ecuaciones las inconsistencias presentes en las interacciones consideradas en el DCL del camión.
		O10: Interpretación de la condición	
	M8: Se incorpora: <u>Relación entre una propiedad del token 2:</u> aceleración nula	Sesgo facilitador	Infiere que "si el papel no desliza" su aceleración es cero. Confunde reposo con respecto a la Tierra con reposo relativo.
		O11: redef. del sist.	
	M9: El camión pasa a ser un elemento relevante.		Expresa la suma de las fuerzas actuantes por componentes.
		O11: Interpretación de la condición	
	M10: Se incorpora: <u>Nueva relación entre una propiedad de ambos tokens tokens:</u> $a_1 = a_2$ aceleraciones		Por intervención externa reconoce que el papel " <i>se mueve con el camión</i> ", atribuyéndole por lo tanto la misma aceleración.
EPISODIO 5: Solución inconclusa		O12: recurso algebr.	
	M10: manipulación del modelo sin cambios		Trabaja con las ecuaciones por componentes.
		O13: regulación	
	M10: manipulación del modelo sin evolución	Reconocimiento de datos	Reconoce que la fuerza del viento (F_v) no es un dato.
		O14: regulación	
	M10: manipulación del modelo sin evolución	Reconocimiento de datos	Reconoce que las ecuaciones correspondientes al camión no le dan el dato faltante.
	O15: redef. del sistema		
	M11: el modelo se centra en el token T2 (papel) correspondiente al papel. El token correspondiente al camión pasa a formar parte del MA.	Sesgo facilitador	Expresa sorprendida que no necesitó usar las ecuaciones correspondientes al camión. Resuelve el conflicto suponiendo que F_v es un dato. Da por finalizada la resolución.

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP2, versión enunciado concreto, sin gráfica y sin datos numéricos. Caso Pablo

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Visualización de la situación planteada		O1: recurso gráfico	
	M1: Tokens: correspondientes al Camión + papel (T1+T2)		Manifiesta la necesidad de dibujar la situación. Tal dibujo es figurativo.
	M2: se incorpora una relación entre los tokens	O2: regulación	Reconoce la condición que debe cumplir el papel por relectura del enunciado
EPISODIO 2 Disociación del sistema		O3: consid. de interacciones	
	M2: no hay cambios		Explicita su decisión de hacer los DCL para comenzar a resolver
		O4: orientación espacial	
	M3: se incorpora al sistema un nuevo token: el sistema de coord..		Explicita que va a dibujar el sistema de coordenadas antes de comenzar a resolver
		O5: recons. de interacciones	
	M4: El modelo evoluciona por la incorporación de: <u>Relación entre los token y el MA:</u> los vectores Pc, Nc, frp, Pp, frp y Np <u>Relación entre los tokens:</u> los vectores frp y Np	Sesgo conceptual Sesgo de creencia	Realiza los DCL sobre dibujos esquemáticos del camión y el papel. Infiere la existencia de roce entre el camión y el piso. Explicita que dibuja la fuerza de roce papel- parabrisas en el papel hacia arriba porque <i>“algo tiene que haber para que no se caiga”</i> . Pero luego dibuja también la fuerza de contacto normal papel- parabrisas en el papel en dirección vertical, con el mismo sentido que la fuerza de roce. No incluye las reacciones a estas fuerzas de contacto en el camión.
		O6: recons.de interacciones	
	M5: El modelo evoluciona por la incorporación de: <u>Relación entre los tokens:</u> los vectores f'rp y N'p	Análisis de los pares de acción y reacción	Reconoce que no incluyó los pares de acción y reacción de las fuerzas de contacto que dibujó en el papel.
	O7: redefinición del sistema		
M6: nueva selección de tokens correspondientes a: el camión, el parabrisas y el papel		Dibuja el parabrisas separado del camión como un tercer elemento del sistema. Sobre él dibuja las fuerzas de contacto.	

EPISODIO 3 Focalización del sistema. El papel constituye el sistema, con las interacciones entre ella y el medio ambiente.		O8: regulación	
	M6: se confirma el modelo	Sesgo de confirmación	Revisa rápidamente los DCL y considera que ya está en condiciones de calcular. No detecta la contradicción entre esos diagramas y el sentido de la aceleración fijada en el enunciado.
		O9: recup.de la meta	
	M7: se incorpora la meta.		Recupera la meta por relectura antes de comenzar a calcular.
		O10: relac. causal	
	M8: se incorporan: nueva forma de <u>relación</u> entre <u>propiedades</u> e <u>interacciones</u> del token correspondiente al papel y <u>propiedades</u> asociadas al mismo token (masa y acel.)	Sesgo de creencia Sesgo facilitador	Plantea las ecuaciones correspondientes al papel. A partir del análisis algebraico detecta que no ha incluido ninguna fuerza en la dirección del movimiento. Expresa que el papel “ <i>se queda en el vidrio</i> ” y se lo atribuya a una “fuerza del viento”. Infiere la existencia de esta fuerza que incluye en el DCL del papel (relación causal). No detecta la contradicción entre el sentido de esa fuerza del viento y el sentido de la aceleración fijada en el enunciado.
EPISODIO 4 Análisis del movimiento del papel a partir del trabajo algebraico		O11: Interpret. de la condición	
	M9: Se incorpora: una <u>propiedad</u> de los tokens: igual acelerac.		Infiere que el papel tiene la misma aceleración que el camión.
EPISODIO 5 Fin de la resolución		O12: redefinición del sistema	
	M10: se focaliza en T2		Obtiene una expresión del coeficiente de roce
	M10: estancamiento en un modelo incoherente.	Sesgo de confirmación Resistencia a revisar el modelo	Expresa que halló la solución, porque “ <i>son todos datos</i> ”. Si bien detecta que la fuerza normal no es un dato, expresa que “ <i>supongo que la conozco</i> ” y da por finalizada la resolución.

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP2, versión enunciado concreto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Carlos

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1: Reconociendo la situación		O1: recurso textual	
	M1: Tokens: correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> • Camión (T1) • Papel (T2) 		Relee selectivamente las condiciones que considera relevantes en la situación presentada: “ <i>el camión tiene una aceleración constante a</i> ” y “ <i>el papel no tiene que deslizar</i> ”
		O2: consideración de interacciones	
	M2: se incorporan relaciones entre los “tokens” y entre ellos y el MA.		Anuncia que verá que fuerzas actúan en el papel y el camión, comienza a nombrar las fuerzas.

EPISODIO 2: Integrando los elementos del sistema		O3: redefinición del sistema	
	M2: El token relevante pasa a ser: camión + papel (T)	Sesgo facilitador	Explicita que hará el DCL. Representa las fuerzas sobre un dibujo figurativo del camión <u>junto</u> con el papel.
		O4: consid. de interacciones(DCL)	
	M3: se incorporan: <u>Relaciones entre el token y el MA:</u> vectores Pc, Pp, Nc, frp <u>Relación interna entre partes del token:</u> frp	Sesgo de economía cognitiva	Reconoce que la fuerza de roce es la responsable de que “ <i>el papel no se caiga</i> ”. Infiere la existencia de roce entre el camión y el piso. No incluye la fuerza normal entre el papel y el parabrisas del camión. No detecta la incoherencia entre el DCL del camión y el sentido de la aceleración fijado en el enunciado.
		O5: reconsideración de interacciones	
M4: se incorpora <u>nueva relación entre el token T2 y el MA:</u> vector Fviento		Incluye una fuerza F del viento “ <i>que hace que el papel no se vaya...</i> ”	

EPISODIO 3 El trabajo algebraico redefine el sistema		O6: redefinición del sistema ($\Sigma F=ma$)	
	M5: se retoma el modelo M1 con las relaciones presentes en M4		El sistema se disocia ya que plantea las ecuaciones para ambos cuerpos por separado.
		O6: redefinición del sistema + Interpretación de la condición	
	M6: Se focaliza en T2 incorporando: <u>relación entre una propiedad de ambos tokens tokens:</u> aceleraciones iguales		Se centra en las ecuaciones correspondientes al papel. Reconoce que la aceleración del papel es la misma que la del camión.
		O7: reconsideración de interacciones	
	M7: se incorporan <u>Nueva relación entre los tokens:</u> Np,	Sesgo facilitador	A través del trabajo algebraico explicita que la Fviento en realidad es igual a la normal y la usa para calcular la fuerza de roce

EPISODIO 4 Hallando una solución ilusoria		O8: regulación	
	M8: se incorpora la meta	Sesgo facilitador	Obtiene una expresión del coeficiente de roce cuya expresión es correcta pero con signo negativo Justifica este resultado. Da por finalizada la resolución No detecta las inconsistencias entre el DCL y el sentido de movimiento del sistema. Solución inconclusa. Resistencia a revisar el modelo.

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP2, versión enunciado concreto, sin gráfica y con datos numéricos. Caso Ana

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Transformación de la situación concreta en abstracta		O1: recurso gráfico + orientación espacial	
	M1: Tokens: correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> • Camión (T1) • Papel (T2) • Sistema de coordenadas 	Interpretación textual de la situación	Hace una gráfica esquemática de los dos objetos dibujados sobre el sistema de coordenadas. El "token" correspondiente al camión se identifica por su masa.

EPISODIO 2 Reconociendo la condición impuesta al papel		O2: reconocimiento de la meta	
	M2: se incorpora la meta		Incorpora la meta por relectura. Traduce la condición "queda adherido" como "el papel no se puede caer"
		O3: análisis de movimiento	
	M3: se incorpora un vector representando a la aceleración del camión		Incorpora una variable cinemática: la aceleración. Reconoce implícitamente la presencia de roce entre el papel y el vidrio al escribir μ entre ambos en su diagrama.

EPISODIO 3 Reconociendo interacciones		O4: redefinición del sistema con consideración de interacciones	
	M4: se incorpora <u>Relación entre los tokens: Ncp y Ncp*</u> <u>Relaciones entre tokens y el MA: _Peso para cada token.</u> Focalización en T2.	Sesgo facilitador y conceptual No detecta que los DCL son incompatibles con el sentido adoptado para la aceleración	DCL incompletos, no incluye fuerzas de roce y omite la normal piso-camión. El DCL del camión es incompleto y lo hace con descuido, como si lo considerara parte del MA
		O5: regulación	
	M5: M4 + meta		recupera la meta por relectura
		O6: reconsideración de interacciones	
	M6 se incorpora <u>Relación entre los tokens: vector es frcp y frcp*</u>		La relectura de la meta permitió reconocer interacciones faltantes. Incorpora la fuerza de roce del parabrisas al papel.
		O7: reconsideración de interacciones	
M6: se mantiene el modelo	Sesgo de creencia	Considera que la normal papel-vidrio es la responsable de que el papel quede adherido al parabrisas	

EPISODIO 4 Reconsideración de la condición impuesta al papel a partir del trabajo algebraico		O8: reconsideración de interacciones y relación causal	
	M7: Se incorpora: <u>Propiedades de los tokens y Nueva forma de relación</u> (algebraica) entre propiedades e interacciones del token		Expresa la suma de las fuerzas actuantes en el camión y el papel por componentes Mantiene en las ecuaciones las inconsistencias presentes en las interacciones consideradas en el DCL del camión.
		O9: Interpretación de la condición de la situación	
	M8: Se incorpora: <u>Relación entre una propiedad de ambos tokens tokens:</u> aceleraciones iguales		Infiere que “si el papel no desliza” → <i>“las aceleraciones del camión y el papel son iguales</i> Da muestras de no retener los datos del enunciado, al considerar a la aceleración como una incógnita.
		O10: reconsideración de interacciones	
M9: se incorpora <u>Relación entre token T1 y el MA:</u> vector N Meta ausente		Al analizar pares de acción y reacción, reconoce la ausencia de la fuerza normal camión-piso y la incorpora Modelo sobredimensionado	

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP2, versión enunciado *abstracto, sin gráfica y sin datos numéricos*. Caso Pedro

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Graficando la situación		O1: recurso gráfico	
	M1: Tokens correspondientes a: Cuerpo mayor (T1) Cuerpo menor (T2)		Explicita la necesidad de hacer un dibujo de la situación “ <i>Bueno, primero hago el dibujo...</i> ” Relee para asegurarse que incluyó todos los elementos mencionados en el enunciado.

EPISODIO 2 Identificando interacciones		O2: definición del sistema	
	M1: se mantiene el modelo		Explicita su decisión de hacer los DCL para responder a la primera consigna. Para ello dibuja ambos cuerpos unidos
		O3: orientación en el plano	
	M2: se incorpora al sistema un nuevo <u>token</u> el sistema de coordenadas		Dibuja el sistema de coordenadas <i>antes</i> de realizar los DCL
		O4: consideración de interacciones	
	M3: Se incorporan al modelo: <u>Relación entre los tokens y el medio ambiente (MA):</u> vector P2, N para T2, y vector P1 para T1. <u>Relación entre ambos tokens:</u> vectores fr1, fr1*, N1 y N1*	Recuperación del esquema de resolución 1 (DCL) Sesgo de economía cognitiva	Si bien dibuja las fuerzas sobre los cuerpos unidos, va explicitando correctamente las fuerzas que se ejercen sobre cada uno, identificando los pares de acción y reacción. Dibuja fr - fr* y N1 – N1* (pares de acción y reacción correspondientes a las fuerzas de contacto entre ambos cuerpos) en la dirección correcta, pero con el mismo sentido. Infiere que <u>no necesita</u> conocer el roce entre el cuerpo mayor y el piso. Por lo tanto, no incluye esa fuerza de roce en el DCL del cuerpo mayor. Da indicios de seleccionar al papel como elemento relevante de su modelo inicial.

EPISODIO 3 Trabajo algebraico con meta desdibujada		O5: relación causal	
	M5: se incorporan: • nueva forma de <u>relación</u> (algebraica incompleta) entre <u>propiedades</u> e <u>interacciones</u> de los tokens. • <u>propiedades</u> asociadas a los tokens (masa y aceleración)	Sesgo facilitador	Identifica a los cuerpos por una propiedad: su masa. Así habla de masa 1 y masa 2. Esto implica un mayor grado de generalización del problema. Comienza por realizar el DCL de la masa mayor. La única fuerza en el sentido del movimiento es $N1^*$. En las ecuaciones correspondientes a la masa menor no incluye su peso a pesar de que lo dibujó en el DCL. No es capaz de interpretar los DCL. No detecta la incoherencia entre la condición impuesta y las fuerzas incluidas.
		O6: recurso textual	
	M6: se completa la <u>relación</u> algebraica para T2.		A partir del análisis algebraico realiza una relectura selectiva de la condición impuesta al papel " <i>acá dice sin deslizar...</i> ". De allí detecta que le faltó incluir el peso de la masa menor..

EPISODIO 4: Focalización del sistema		O7: recup.de la meta	
	M7: se incorpora la meta		Necesita releer el enunciado en búsqueda de la meta
		O7: redefinición del sistema	
	M8: el token T2 pasa a ser el elemento relevante del sistema.	Sesgo facilitador	Por una nueva relectura centra todo su análisis en el cuerpo más pequeño, pasando a ser el elemento relevante.
		O8: Interpretación de la condición	
	M9: se incorpora <u>Relación entre propiedades de los tokens</u> $a1=a2$.		Explicita que el cuerpo pequeño está acelerado constantemente hacia delante para acompañar al mayor.
EPISODIO 5 Hallazgo de la solución		O9: regulación	
	M10: se obtiene la meta	Intento de cálculo	Llega a la expresión correcta del coeficiente de roce trabajando sólo con las ecuaciones del cubo pequeño. Expresa que "bueno, ya está... no hago la cuenta..." sin recordar que en el enunciado no se daban datos numéricos

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP2, versión enunciado abstracto, con gráfica y con datos numéricos. Caso Luis

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Presentando la planificación de la resolución		O1 regulación	
	M1 Tokens: correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> cuerpo mayor (T2) cuerpo pequeño (T1) 		Anuncia los pasos que seguirá: “: Bueno, primero hago el diagrama de los dos cuerpos, aislo y extraigo los datos, después hago la sumatoria de fuerzas”
		O2: orientación espacial	
	M2 Incluye un nuevo token: el sistema de coordenadas		Explicita que antes de realizar los DCL definirá el sistema de coordenadas
EPISODIO 2 Reconociendo las interacciones y las relaciones entre ellas		O3: Consideración de interacciones	
	M3: Se incorporan: relaciones entre los tokens: fr_m y N_m <u>Relaciones entre tokens y el medio ambiente (MA):</u> P_M , P_m , N_M , y fr_M , <u>Propiedades de los tokens (sus masas)</u>	Sesgo facilitador	Expresa que hará los DCL por separado. Comienza con el cuerpo pequeño. DCL de T1: No incluye ni la fuerza de contacto normal ni la fuerza de roce entre ambos cuerpos. Infiere la existencia de roce con el piso. DCL de T2: correcto
		O4: relación causal	
	M4: se incorpora: <u>Propiedades asociadas a los tokens:</u> a_1 y a_2 . <u>Nueva forma de relación entre propiedades e interacciones para cada token</u>		Escribe en primer lugar las ecuaciones por componentes para el cuerpo mayor
EPISODIO 3 Incorporando una fuerza para justificar el sentido de movimiento		O5: interpretación de la condición.	
	M4: manipulación del modelo sin evolución		A través del trabajo algebraico detecta una incoherencia entre el sentido de la aceleración y la única fuerza que incluyó en el DCL.
		O6: justificación	
	M4: manipulación del modelo sin evolución		Analiza la situación observando los DCL. Explicita que la fuerza de roce con el piso es correcta (<i>Está bien dibujado, es menos...</i>)
		O7: interpretación de la condición	
	M5: Se incorpora: <u>Nueva relación entre el token T1 y el MA:</u> vector F		Analiza la situación en función de las fuerzas que incluyó en el DCL. Infiere que tiene que existir otra fuerza sobre M para justificar su movimiento acelerado hacia adelante

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP1, versión enunciado *abstracto, sin gráfica y con datos numéricos*. Caso Damián

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Trabajo gráfico		O1: recurso gráfico	
	M1: Tokens: correspondientes a: • cuerpo mayor: T1 • cuerpo menor: T2)		Dibuja correctamente y sin dudar los cubos y el plano
		O2: reconocimiento de datos	
	M2: Incorpora propiedades de los tokens		Explicita los datos que le provee el enunciado (<i>"yo conozco las masas, la medida del los cuerpos... y la aceleración"</i>)
		O3: regulación	
	M3: Incorpora la meta		Desde un comienzo reconoce la condición central del problema y la meta

EPISODIO 2 Reconociendo interacciones		O4: orientación	
	M4: se incorpora al sistema un nuevo token: el sistema de coordenadas		Explicita que antes de realizar los DCL elegirá el sistema de coordenadas
		O5: consideración de interacciones (DCL)	
	M5: el modelo se transforma y evoluciona. Se incorporan: <u>Relaciones entre tokens y el MA:</u> vectores P para cada token, N1, N2 y fr1	Sesgo facilitador por correlación ilusoria: coef. de roce → existe rozamiento → existe fr con el piso Sesgo facilitador	Representación externa gráfica esquemática + interacciones. Comienza con el cuerpo mayor. En principio no incluye ninguna fuerza ejercida por el cuerpo pequeño. En el cuerpo pequeño reconoce la acción del mayor, pero no se plantea el principio de acción y reacción. Infiere la existencia de roce entre el cuerpo mayor y la superficie sobre la cual se mueve.
		O6: reconsideración de interacciones	
	M6: se incorpora <u>Relaciones entre tokens:</u> vector fr2 en T2		Explicita que la fuerza de roce en el cuerpo pequeño es determinante <i>"para que no se caiga para abajo"</i>
		O7: reconsideración de interacciones	
	M7: se incorpora <u>Relaciones entre tokens:</u> vectores fr2* y N2* en T1		Por intervención externa, reconoce que no incluyó los pares de A y R de las fuerzas de contacto entre los cuerpos en el cubo mayor. Los incluye en el correspondiente DCL

EPISODIO 3 Focalización del sistema por análisis algebraico		O7: relación causal	
	M8: se incorpora Nueva forma de <u>relación</u> (algebraica) entre propiedades e interacciones del token T2	Sesgo facilitador: sólo aplica esta Ley al cuerpo pequeño	En primer lugar escribe las ecuaciones correspondientes al cuerpo pequeño.
		O8: Interpretación de la condición	
	M9: se incorpora una nueva <u>relación entre tokens</u> : ambos tienen la misma aceleración.		Infiere implícitamente que ambos cuerpos se mueven con la misma aceleración. Confirmación del carácter dinámico del modelo
		O9: redefinición del sistema	
	M10: el modelo se centra en el token T1 que pasa a ser el componente relevante	(en el trabajo algebraico)	Le sorprende que no necesitó usar las ecuaciones correspondientes al cuerpo mayor. Se focaliza el sistema
		O10: regulación	
	M11: manipulación del modelo – incorporación de la meta.		Obtiene la expresión correcta de la meta. Calcula el resultado numérico
	O10: regulación		
M11: manipulación del modelo		Expresa que no necesitó usar muchos de los datos ofrecidos en el enunciado. A partir de esto hace un juicio de valoración "...era re-fácil..."	

Análisis de la transcripción correspondiente a la resolución de la SP2, versión enunciado abstracto, con gráfica y sin datos numéricos. Caso María

EPISODIOS	MODELOS	OPERADORES	ASPECTOS SIGNIFICATIVOS
EPISODIO 1 Definiendo el sistema de estudio		O1: recurso gráfico y textual	
	M1: <u>Tokens:</u> correspondientes a: <ul style="list-style-type: none"> Cuerpo mayor (T1) Cuerpo menor (T2) Modelo dinámico		Expresa que el dibujo “ <i>parece una taza</i> ”. Inmediatamente dice que en realidad son dos cuerpos, relee el enunciado rápidamente y luego expresa que esa situación “ <i>sólo se puede mantener así si se mueven... y rápido</i> ”.
	M2: se incorpora la meta	O2: regulación	Explicita que tiene que calcular el coeficiente de roce entre T1 y T2
EPISODIO 2 Reconociendo gráficamente las interacciones		O3: consideración de interacciones	
	M3: Se incorporan: <u>Relaciones entre los tokens y el medio ambiente (MA):</u> vectores N1, P1, N2, P2 y fr2 <u>Relación entre los tokens:</u> vectores fr1, fr1*, N1 y N21*	Sesgo de economía cognitiva	Realiza en primer lugar el DCL del cuerpo pequeño, en el cual ubica correctamente las fuerzas. Luego realiza el DCL del mayor; No detecta la inconsistencia entre ese DCL y el hecho de que dicho cuerpo se acelere hacia el lado contrario al que están apuntando las fuerzas.
EPISODIO 3 Trabajando con las ecuaciones con orientación espacial implícita		O4: orientación en el plano	
	M4: se incorpora al sistema un nuevo <u>token</u> el sistema de coordenadas		Implícitamente define su sistema de coordenadas para escribir las ecuaciones
	Planteo de ecuaciones coherentes con el diagrama de cuerpo libre del cuerpo superior	M5: se incorporan: * <u>nueva forma de relación</u> entre propiedades e interacciones en los tokens * <u>propiedades</u> asociadas a los tokens: masa y aceleración	O5: relación causal
EPISODIO 4 Focalizando el sistema a partir del trabajo algebraico		O6: redefini del sistema	
	M6: el <u>token T2:</u> elemento relevante		Se centra en el desarrollo algebraico del cuerpo menor.
		O7: Interpretación de la condición	
	M7: se incorpora una nueva <u>relación entre tokens:</u> <ul style="list-style-type: none"> ambos tienen la misma aceleración. 		Explicita “como la aceleración es dato... porque los dos se tienen que mover juntos...”. Da cuenta de recordar que la aceleración del mayor era un dato en el enunciado
	M8: manipulación algebraica del modelo	O8: regulación	Explicita que “... <i>ya puedo calcular directamente lo que le piden...</i> ” y da por finalizada la resolución

**ANEXO II: TRANSCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE LA RESOLUCIÓN
EN VOZ ALTA DE LA SP1 CON ENUNCIADO concreto / sin
datos/ con gráfica (Damián)**

Se transcribe a continuación el texto de la resolución en voz alta realizada por uno de los estudiantes. Los episodios caracterizan distintas etapas en el proceso de resolución, y cada uno ha sido designado por un título que da cuenta del contenido del mismo. Cada acto de habla del estudiante se individualiza con un código (Da1, Da2, etc.), y con otro las intervenciones de la investigadora (Pr1, Pr2, etc.). En azul se incluyeron las inferencias acerca de los operadores, sesgos y modelos desarrollados en el transcurso de la resolución.

EPISODIO 1: El dibujo define el contenido

Da1: *Tengo el vagoncito y la locomotora...*

Operador **recurso gráfico** (O_1) que determina el **modelo inicial** (M_1) compuesto por una locomotora (en lugar del tractor) y un vagón (en lugar de la camioneta). **Modelo sesgado**: omisión de un elemento relevante (la carga) para responder a las consignas.

EPISODIO 2: Reconociendo interacciones

Da2: *Bueno, ahora realizo el diagrama del cuerpo libre... (dibuja un rectángulo)*

Da3: *En el vagoncito del tren (hace referencia a la camioneta que confunde con un vagón de un tren) las fuerzas que actúan serían, el peso...*

Operador **consideración de interacciones** (O_2). Inicio del reconocimiento de las fuerzas actuantes.

Pr1: *¿Cuál es el tren?*

Da4: *La locomotora, como decía acá... (relee) "remontada por un..." Ah! ... la camioneta, claro. El carrito que lleva la camioneta "la camioneta no puede ascender por sí sola...por lo que está..." Ah... ¡un tractor! Sí, un tractor.*

Reconocimiento de los elementos del sistema por **relectura** del enunciado

Bueno, en el carrito también está la normal que es perpendicular a la superficie...eh... Después el roce se opone al movimiento de la...de la... chatita, es decir,

Sesgo de creencia o fijación al determinar el sentido de las fuerzas de rozamiento.

que tendría una fuerza de roce en cada rueda...

Sesgo facilitador por correlación ilusoria: El enunciado menciona un coeficiente de roce, y el alumno infiere la presencia de una fuerza de roce con el piso a la que no se alude en el enunciado.

y tendría una tensión que estaría dada por la cadena que me comunica con el tractor.

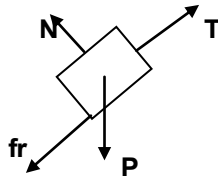


Figura 1A. Se incluyen las fuerzas que actúan sobre la camioneta

Da5: Bueno, ahora el DCL del tractor..., sería el peso del tractor que luego lo descompongo con el ángulo que forma...con la horizontal, la normal, que es perpendicular a la superficie donde está subiendo...una tensión que me ejerce la chatita de atrás por una cadena que está comunicada...Y...ah...y la fuerza de roce en las ruedas del tractor que me impiden...

Sesgo facilitador por correlación ilusoria: el enunciado menciona un coeficiente de roce, y el alumno infiere la presencia de una fuerza de roce con el piso a la que no se alude en el enunciado.

Así, el tractor va a subir con todo...

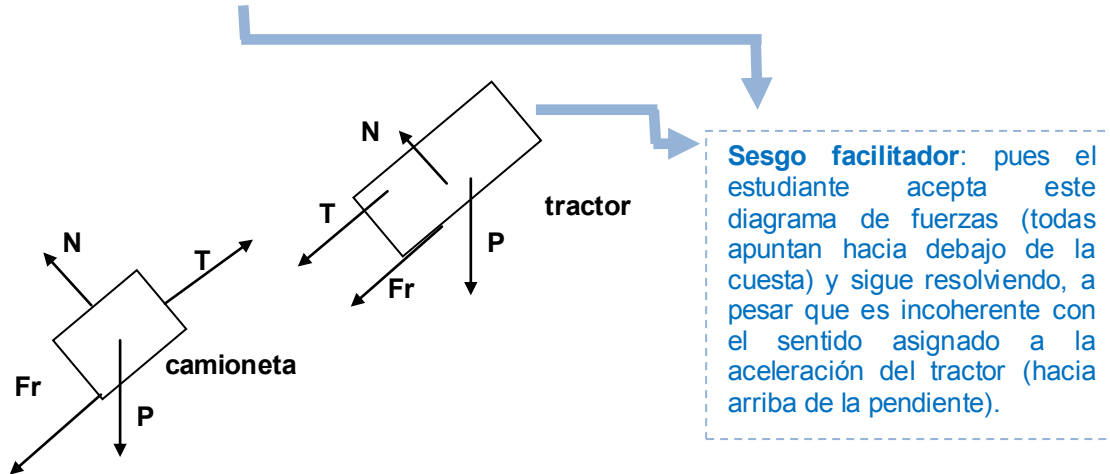


Figura 2A. Se agrega en la parte superior otro rectángulo representando al tractor, incluyendo las fuerzas que actúan sobre el mismo. No se identifican en la nomenclatura las fuerzas que corresponden a uno u otro elemento

Al final de este episodio, el modelo **M2** (generado a partir de la aplicación de O_2): contiene a la camioneta y el tractor y algunas relaciones entre ambos (fuerza T) y con el medio ambiente (fuerzas P, N y fuerza de roce con el piso para cada elemento). Modelo **sesgado**, ya que no contiene a la carga, que es un elemento relevante del sistema.

EPISODIO 3: Nueva forma de expresar las relaciones

Comienza dibujando el sistema de coordenadas que determinará los signos de las componentes de las fuerzas incluidas en el diagrama del cuerpo libre.

Operador **orientación espacial** (O_3), incorporando el sistema de coordenadas a su modelo actual (M3).

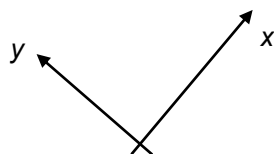


Figura 4A. Se agrega el sistema de coordenadas a la figura 3A.

Da6: Bueno ahora hacemos la sumatoria de fuerzas del carrito, en x sería igual a...



Operador correspondiente a la recuperación de la **2ª Ley de Newton** (O₄). Este operador junto con O₂ y O₃ completan el operador general **interacciones – estado**.

Bueno, aquí el tractor tiene una aceleración hacia arriba,



Vuelve a manifestarse el **Sesgo facilitador y conceptual** mencionado al final del Episodio 2

así que los ejes los dispongo... x positivo hacia arriba, paralelo a la superficie,



Refuerza la aplicación del operador **orientación en el plano** (O₃), incorporando el sistema de coordenadas a su modelo actual (M3).

eh...bueno, donde la tensión es positiva, la fuerza de roce es negativa y tengo que descomponer el peso en x y en y. El ángulo que formaba era... (relee) alfa...

Entonces sería menos P sen a (que sería el ángulo que me formaba),

eh... eso me da igual a la masa por la aceleración en x.

Después hago la sumatoria en y...y me quedaría la normal positiva menos el peso por el coseno de alfa, como en y no tienen aceleración, esto es igual a cero.

Operador **recurso algebraico**

No hay cambios en el modelo

(A medida que habla va escribiendo las ecuaciones correspondientes a la Segunda Ley de Newton por componentes vinculando las fuerzas representadas con la aceleración correspondiente al “carrito”).

$$\Sigma F_x = T - F_r - P \sin \alpha = m \cdot a_x$$

$$\Sigma F_y = N - P \cos \alpha = 0$$

Da7: Ahora realizamos la sumatoria de fuerzas del tractor... en x , que sería la fuerza de roce negativa menos la tensión que me produce la cadena, eh..., menos el coseno del peso, que es igual a la masa por la aceleración en x , del tractor.

Y la sumatoria de fuerzas en y sería igual a la normal menos el peso por el coseno del ángulo (casi me equivoco y pongo el seno). Esto sería igual a cero porque no tenía aceleración en y .

Operador recurso algebraico

Modelo sin cambios.

(A medida que habla va escribiendo las ecuaciones correspondientes a la Segunda Ley de Newton por componentes vinculando las fuerzas representadas con la aceleración correspondiente al tractor)

$$\sum F_x = -F_r - T - P \cos \alpha = m \cdot a_x$$

$$\sum F_y = N - P \sin \alpha = 0$$

Al final de este episodio el modelo en curso es el **M4**, que ha incorporado una propiedad de los cuerpos considerados (su masa) y relaciones entre propiedades e interacciones a través de la aplicación del operador interacciones – estado.

EPISODIO 4: Recuperación de la meta

Da8: Bueno, a ver... si acá me queda esta ecuación y esta... sí, está todo bien... ahora tengo que calcular, tengo que calcular... (relee) “el coeficiente de roce estático entre el piso de la caja de la camioneta y la carga que lleva”.

Operador **regulación** que le lleva a la recuperación de la meta (O_6), El modelo en curso ($M5$) la incorpora.

Bueno, entonces la fuerza de roce..., bueno, la ecuación 1 se la determinamos para la caja y la ecuación 2 se la determinamos para el tractor.

Operador **recurso algebraico** (O_5)

(Identifica como (1) a las ecuaciones correspondientes a la camioneta y como (2) a las del tractor, sin efectuar cualquier otra distinción en la nomenclatura)

EPISODIO 5: Reconocimiento de un elemento relevante

Da9: Ah... pero, (relee), a ver...

Da10: (relee todo el enunciado sin pausas) Ah... *tendría que hacer el diagrama de cuerpo libre para el cuerpito...*



Operador **redefinición del sistema** (O_7). El modelo evoluciona con la incorporación de la carga (M6).

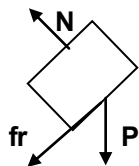
Da11: *¿Este diagrama a quién corresponde?... A la caja de la camioneta... Ah... la deajo y hago otro diagrama para la carga que lleva arriba... Entonces en la ecuación (3) hago la sumatoria de fuerzas de la caja que lleva arriba el tryler, supuestamente... y tengo una fuerza de roce que es negativa por P por el seno del ángulo que forma, el seno del alfa... En el diagrama de la caja tengo la normal, el peso y la fuerza de roce. Es decir, la fuerza de roce de la caja... ah... pero no le metí una f prima... me faltaba...*



Operador **reconsideración de interacciones** (O_8) centrada en el rozamiento.

Al final de este episodio el modelo (M7) ha evolucionado con la incorporación de algunas relaciones entre la carga y la camioneta

(Mientras habla, hace el diagrama de cuerpo libre de la carga)



Sesgo facilitador: pues el estudiante considera que este diagrama de fuerzas es adecuado y continúa con la resolución, sin detectar que es incoherente con el sentido asignado a la aceleración de la carga. Siguen sin identificarse en la nomenclatura las fuerzas que corresponden a uno u otro elemento.

Figura 5A. Se agrega la representación de la carga, con las fuerzas que actúan sobre ella.

EPISODIO 6: Focalización y solución ilusoria

Da12: Bueno, hago la sumatoria de fuerzas en x me quedaría: menos la f de roce menos P por el seno de alfa igual a la masa por la aceleración en x ... Y la sumatoria de fuerzas en y de la caja sería la normal menos el peso por el coseno de alfa que sería cero ya que..., ya que no se mueve...

Operador **relación causal**, correspondiente a la recuperación de la 2ª Ley de Newton aplicado a la carga (O_9). El modelo (**M8**) evoluciona incorporando propiedades de la carga y relaciones de la misma con los otros elementos.

(Mientras habla, va escribiendo las ecuaciones correspondientes a la carga. No identifica las masas de los distintos elementos del sistema, todas son m . Lo mismo ocurre con las fuerzas normales y los pesos (N , P).

$$(3) \quad \Sigma F_x = -F_r - P \sin \alpha = m \cdot a_x$$

$$\Sigma F_y = N - P \cos \alpha = 0$$

Da13: Yo tengo que calcular el coeficiente de roce de la caja...

Da14: Relee: "calcular el coeficiente de roce estático entre el piso de la caja de la camioneta..."

Operador regulación que lleva a la recuperación de la meta por relectura.

Bueno, está bien, necesitaría las dos ecuaciones, la (1) y la (2)...ah..., no, y la carga que lleva...el piso de la caja de la camioneta y la carga que lleva...(repite)...y, sería entre el piso de esto y la carga... Bueno, entonces cuando uno calcula el coeficiente de roce entre el piso de... y la de la, camioneta y la caja...eh..., de la ecuación (3), que sería el diagrama de cuerpo libre, eh..., de la sumatoria de fuerzas de la carga que lleva la camioneta,

Continúa con el operador **relación causal** correspondiente a la 2ª Ley de Newton aplicado a la carga.

despejo la fuerza de roce que sería igual a la masa por la aceleración en x (negativo) menos el peso por el seno del ángulo. Yo acá el peso lo... el peso como la masa por la gravedad, eh... y yo tengo que calcular la fuerza de roce... La fuerza de roce es igual a la normal por el μ estático.

Operador **recurso algebraico**

No hay cambios en el modelo

(Expresa simbólicamente lo que va diciendo)

$$(3) \begin{cases} \sum F_x = -F_r - P \sin \alpha = m \cdot a_x \\ \sum F_y = N - P \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow F_r = -m a_x - P \sin \alpha \quad (\otimes)$$

$$P = mg$$

$$F_r = N \mu_e$$

Da15: Entonces, lo que tendría que calcular yo en ésta..., sería la normal que me está ejerciendo sobre la caja... Entonces, de la ecuación de la sumatoria de fuerzas en y de la carga

Operador **redefinición del sistema** (O_{11}), el modelo en curso **M9** se focaliza en la carga.

... despejo la normal que sería igual al peso por el coseno del ángulo que forma... ¿eso lo tengo...? (se refiere al ángulo)... Sí. Y ahí obtengo la normal. Escribe:

$$N = P \cos \alpha$$

Entonces vengo a la ecuación que despejé la fuerza de roce...

Y ya estaría... porque me falta la aceleración que es cero...

Operador **regulación**: Solución ilusoria de **máxima simplicidad**

Operador **interpretación simple de la condición** impuesta en el enunciado: aceleración nula.

EPISODIO 7: Primer atisbo de una interpretación física de la situación

Da16: ¿La aceleración en x?... Cero...no...Ah, no, tiene que ser igual a la aceleración que tiene la chata a medida que va subiendo... Sería la misma aceleración que yo calcularía acá... (se refiere a la ecuación (2) de la camioneta).

Operador **compleja** de **interpretación** impuesta en el enunciado: aceleraciones iguales no nulas.

Tengo que calcularla...

Pero yo después agarro, y como la normal es igual a $P \cos \alpha$, hago: m por g coseno de α por μ igual a menos m por a_x menos m por g por seno de α .

(Expresa simbólicamente lo que va diciendo)

$$M g \cos \alpha \mu = - m a_x - m g \sin \alpha$$

Da17: Como yo no conozco la aceleración, a_x no la conozco, tengo que venir, y como sé que la aceleración de los tres vehículos es la misma, es decir de los dos vehículos y la caja es la misma, tengo que despejarla.

Entonces...eh..., vengo a la ecuación (1) que sería el despeje de la chatita, de la chata, y saco... ¿no me da el coeficiente de roce en ningún dato?

Operador **regulación** que lleva a la búsqueda de la meta (O_{11}). El modelo en curso no la contiene: **M10 = M9 - meta**

Pr: ¿Qué tenés que calcular?

Da18: (relee) "hallar el μ estático..."

Operador **regulación** que le permite recuperar efectivamente la meta (O_{12}) por relectura. Vuelve al modelo **M9**.

Da19: El coeficiente de roce estático...Ah..., está bien..., y acá me piden que lo calcule...el μ estático, eso me piden...

Entonces yo..., bueno, pero yo tengo que despejar la aceleración y la aceleración para mí de la (1) (se refiere a las ecuaciones correspondientes a la camioneta) y de la (3) (se refiere a las ecuaciones correspondientes a la carga) sería la misma, porque la carga no se mueve...eh... entonces, si yo calculo el coeficiente...si yo calculo, despejo de acá la aceleración (ecuaciones (1)), o de acá (ecuaciones (3)), yo necesito este otro μ para calcular la fuerza de roce ésta (se refiere a la fuerza de roce entre las ruedas de la camioneta y el piso). Yo necesitaría el μ ...con el piso.

Operador recurso algebraico

No hay cambios en el modelo

Da20: (Relee rápidamente todo el enunciado). Así que la fuerza... que ya la hicimos en la parte anterior... (se refiere a la fuerza que hace el tractor) calcule...(relee la consigna). Esta fuerza de roce sería ésta y la fuerza de roce ésta sería la del tractor y ésta sería la de la caja..., entonces yo, para despejar la aceleración... (queda en silencio).

EPISODIO 8: Incapacidad de resolver una inconsistencia

Pr2: A ver, ¿identificaste los pares de acción y reacción?

Da21: A ver... estaba viendo que la fuerza de roce de la caja, la reacción sería..., la acción sería..., y la reacción estaría sobre el piso de la chata.

Pr3: ¿Y dónde está esa fuerza en este diagrama de cuerpo libre de la camioneta?

Da22: Acá arriba estaría (la parte superior del rectángulo que representa a la camioneta)

Da23: Ah..., me olvidé (la dibuja)... fuerza de roce prima. Sí, me faltaba...y así hago el despeje en el diagrama...porque yo no lo entendía al dibujo...

(Agrega la fuerza de roce que la carga hace sobre la camioneta)

Operador reconsideración de interacciones (O_{13}) por intervención externa

El modelo evoluciona con la incorporación de una nueva relación entre la carga y la camioneta (M11)

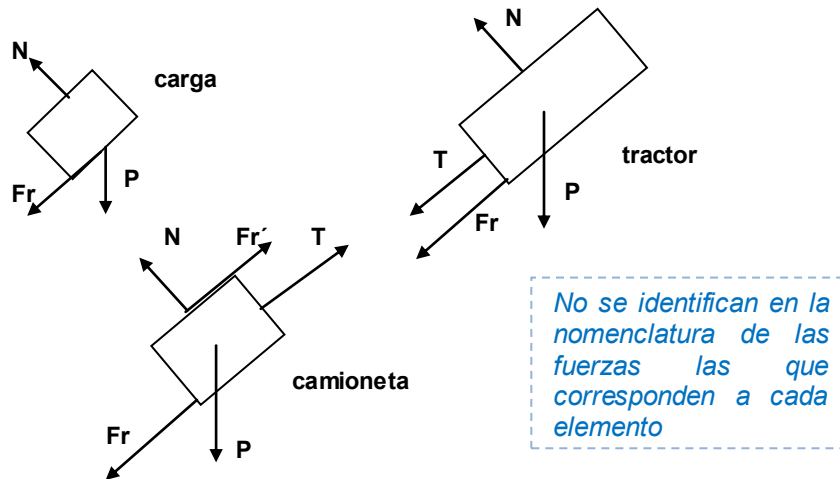


Figura 6A. Diagrama de fuerzas sobre los tres elementos del sistema: camioneta, tractor y carga.

Pr4: Recordarme para dónde se mueve la carga...

Da24: Y, en realidad no se puede mover, está quieta... Ah, no..., para arriba, en el sentido del tractor y la camioneta.

Justificación incoherente

Pr5: Bien, pero esta ecuación ¿qué sentido me está indicando para la aceleración? (la profesora se refiere a la ecuación (3) correspondiente a la carga).

Da25: Para arriba.

Pr6: ¿Para dónde apunta el eje x positivo que definiste al principio?

Da26: Para arriba

Da27: Ah... pero, ¿Y esta aceleración...? Claro, va para abajo... Ah... según esta ecuación la carga se caería...

Operador **regulación** que lleva a la búsqueda de inconsistencias (aplicado por intervención externa) desde un modelo sesgado (M11).

pero en realidad lo que me está diciendo es que la fuerza F que me está aplicando es para que la carga no se deslice... Entonces esto sería cero (Se refiere a que la aceleración de la carga es cero), es decir, esto (Fr) sería igual a esto ($P \text{ sen } \alpha$) porque si no se me iría para abajo.

(Iguala a cero la ecuación (3))

$$\sum F_x = -F_r - P \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_r = P \sin \alpha$$

Da28: Claro, que esto, como es todo negativo, acá esto es como que la caja se me cae... o sea, la fuerza de roce negativa y el peso negativo...me daría una aceleración negativa para la carga. Y, está bien porque las dos fuerzas están en sentido opuesto a donde se me tiene que desplazar.

Sesgo de confirmación

Es decir, acá el peso me está tirando como para que la caja se me caiga, y la fuerza de roce también es opuesta al movimiento. Es opuesta al lugar donde...

Sesgo de fijación o creencia

Pr7: Mirando tu diagrama de fuerzas de la camioneta parece que la carga la ayuda a subir...

Da29: No, pero me parece que no...no es lógico...

Da30: Y, pero no... porque yo..., es decir, la..., porque la fuerza de roce a mí lo que me está explicando es que la caja es como que se me cae, pero como está en equilibrio...Es decir, la reacción de la fuerza esa me está aplicando sobre el piso de la plataforma, que sería la camioneta, en sentido opuesto, porque sino eso...

Operador **regulación** que lleva a una justificación (incorrecta) desde un modelo sesgado (M11).

Sesgo de confirmación

EPISODIO 9: El análisis físico como fuente de detección de inconsistencias

Pr8: Si no hubiera roce, ¿qué pasaría con la carga?

Da31: *Se me iría para atrás...Está bien...está bien..., claro...porque si no la caja se me caería... Ah..., entonces la fuerza de roce sobre la carga sería para arriba... En la sumatoria de fuerzas en la chata, en x, me vendrían dos fuerzas de roce en la chata, la de las ruedas más la de la caja...Entonces acá sería más la fuerza de roce prima de la carga (corrige los signos de las fuerzas de roce en las ecuaciones (1) y (3) en la dirección del movimiento (eje x); deja los diagramas como estaban).*

$$(1) \quad \Sigma F_x = T - Fr - P \text{ sen } \alpha - Fr' = m \cdot ax$$

$$(3) \quad \Sigma F_x = -Fr - P \text{ sen } \alpha = m \cdot ax$$

Operador **reconsideración de interacciones** (O₁₆). El modelo cambia pues se introduce una variación en la relación entre sus elementos (M12).

Da32: *Acá (en la ecuación (3) modificada) escribí menos la fuerza de roce porque ésta va para arriba (la fuerza de roce de la carga sobre la camioneta) y la otra para abajo (la fuerza de roce ejercida por la camioneta sobre la carga). Ah... a mí la fuerza de roce ésta me iría para arriba...y al revés, ésta (su par de A y R en la camioneta) sería para abajo, claro... (corrige el diagrama de cuerpo libre de la camioneta y la carga). Esta sería Fr' y la Fr que sería para arriba... Esta Fr no iría y ésta tampoco (tacha las que había dibujado).*

Da33: *Sí, no me di cuenta antes de eso...entonces sería más la Fr, positiva la Fr, menos el peso por el seno del ángulo. La Fr en la chata negativa, entonces... Yo para calcular la Fr, para donde hice el despeje me quedaría al revés, yo acá lo hice con el sentido éste (se refiere al sentido antes de cambiarlo). Entonces acá me quedaría que la Fr sería igual a la masa por ax más m por g que sería el peso...por el seno de alfa, que sería el ángulo que forma. (Lo expresa analíticamente mientras habla)*

Operador **recurs algebraico**

No hay cambios en el modelo

$$(1) \quad \Sigma F_x = T - Fr - P \text{ sen } \alpha - Fr' = m \cdot a_x$$

$$(3) \quad \Sigma F_x = +Fr - P \text{ sen } \alpha = m \cdot a_x \quad (\text{corrige aqu\u00ed el signo de Fr})$$

Da34: Bueno, como hab\u00edamos dicho hoy, la Fr es igual a la normal por el coeficiente de roce est\u00e1tico, bueno, es igual a la masa por a_x m\u00e1s m por g por el seno de α . Entonces de aqu\u00ed despejo que el μ est\u00e1tico ser\u00eda igual a la masa por a_x m\u00e1s m por g por el seno sobre la normal. La normal hab\u00edamos dicho que era el peso por el coseno de α .

Entonces μ es igual a m por a_x , que ser\u00eda igual a la de los tres veh\u00edculos, bah... los dos veh\u00edculos m\u00e1s la carga, m\u00e1s $mg \text{ sen } \alpha$ sobre $P \text{ cos } \alpha$ que hab\u00edamos despejado ah\u00ed.

(Lo expresa anal\u00edticamente mientras habla)

$$Fr' = m a_x + mg \text{ sen } \alpha$$

$$Fr' = N \mu_e$$

$$N \mu_e = m a_x + mg \text{ sen } \alpha$$

$$N = P \text{ cos } \alpha$$

$$\mu_e = \frac{m a_x + mg \text{ sen } \alpha}{N}$$

Contin\u00faa el operador recurso algebraico

No hay cambios en el modelo.

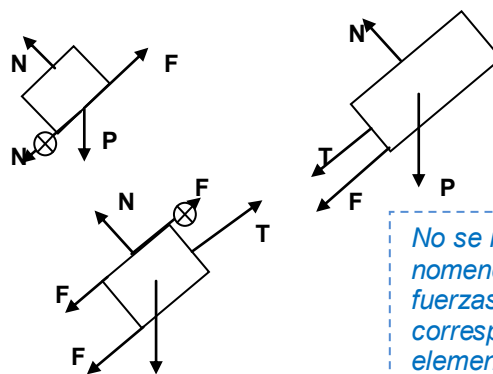


Figura 6A. Diagrama de fuerzas sobre los tres elementos del sistema: camioneta (1), tractor (2) y carga (3). El signo \otimes indica que esas fuerzas fueron tachadas.

EPISODIO 10: Reconociendo los elementos relevantes

Da35: Lo que yo no tengo ahora es la aceleración, así que tendría que despejar la aceleración de ...de otra fórmula. Entonces, eh...yo la fuerza de roce en realidad... (mira las ecuaciones).

Da36: A ver..., pero el coeficiente de roce, por ejemplo el coeficiente de roce éste (con el piso) si no me lo dan como dato, ¿cómo hago para averiguarlo? ¿Puedo suponer que es dato?... Bueno, supongo que es dato... Bueno, el coeficiente de roce éste es dato, es decir, también lo podría calcular con esta ecuación (2) (se refiere al tractor), con cualquiera de los dos.

Operador regulación que lleva a la identificación de datos.

Manipulación del modelo a nivel algorítmico incorporando datos ausentes en el enunciado (M13). Modelo **sobredimensionado** pues contiene al tractor y sus relaciones con la camioneta y el medio ambiente.

Da37: ¿Qué datos me dan del tractor? De datos del tractor... (mira fugazmente el enunciado). Y, tengo el peso..., y está esta fuerza...(relee) "la camioneta no puede ascender por sí sola....paralela al camino"

Bueno, la fuerza de la cadena supuestamente se conoce. La fuerza de la cadena... Y, no, como dato del tractor no tengo nada...no tengo ningún dato del tractor. Y de la camioneta (vuelve al enunciado) ah... tengo de la camioneta, entonces la camioneta... Entonces tengo que despejar de acá (ecuación (1)), entonces los datos que tengo son de la camioneta....esa es...

Operador redefinición del sistema

El modelo se focaliza en la camioneta y la carga, eliminando al tractor (M14)

Da39: *Muy bien, entonces la Fr, la Fr'...es igual a la masa...eh... me queda menos m por ax, más Fr más Psena. Como la Fr que habíamos despejado anteriormente la tengo acá..., la Fr', es decir, sería la de la caja, es igual a m por a más el...*

Entonces el despeje que había hecho en esta fórmula lo meto en esta otra. Entonces me queda la masa por la aceleración, ésta es la masa de la carga, m1, y m1gsena sería

Igual a menos la masa de la chata más Fr más Psena más la tensión (Lo expresa simultáneamente en forma analítica)

$$- Fr' = - m. ax + Fr + P \text{ sen } \alpha$$

Pr11: *¿Qué fuerza de roce es Fr?*

Da40: *Es la Fr que tengo del tractor, no, de la chatita con el piso que consideré como dato. Bueno, son todos datos... la tensión me la dan como dato. De acá despejo la normal, la normal acá sería igual al peso por el coseno de alfa. Entonces vengo acá y pongo que la masa de...de...la carga por la aceleración de la carga más la masa de la chata por la aceleración...es igual a... De acá la fuerza de roce la reemplazo por el mu por N que me lo dan como dato.*

$$m1 ax + m1 g \text{ sen} \alpha = - m2 ax + Fr + P \text{ sen} \alpha + T$$

EPISODIO 11: Fin de la resolución

Da41: *Y bueno, después acá tengo como dato la masa de la carga y de la chata, sumo, despejo la aceleración de acá, vuelvo a sacar el coeficiente de roce estático, lo meto en la ecuación y calculo el coeficiente de roce estático...*

Operador recurso algebraico

No hay cambios en el modelo

Operador **regulación** aplicado a la solución sin cambios en el modelo (M14), sesgado por fallas en las interacciones de contacto.