



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A
DISTANCIA

Departamento de Informática y Automática

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA
INFORMÁTICA

Diseño de sistemas de control multivariable por
desacoplo con controladores PID

TESIS DOCTORAL

Juan Garrido Jurado

Ingeniero en Automática y Electrónica Industrial
por la Universidad de Córdoba

Madrid, 2012



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A
DISTANCIA

Departamento de Informática y Automática

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA
INFORMÁTICA

Diseño de sistemas de control multivariable por desacoplo con controladores PID

TESIS DOCTORAL

Autor de la tesis:

Juan Garrido Jurado

Ingeniero en Automática y Electrónica Industrial

Directores de la tesis:

Dr. Francisco Javier Vázquez Serrano

Dr. Antonio Martín Martín

Tutor de la tesis:

Dr. Fernando Morilla García

Madrid, 2012

AGRADECIMIENTOS

A mis directores y tutores de tesis Francisco Vázquez, Fernando Morilla y Antonio Martín por su inestimable ayuda y orientación en el desarrollo de este trabajo.

A mis amigos y compañeros del Área de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Córdoba Ángel, Jorge, Luisa y Mario, por la ayuda recibida en todo momento.

Al profesor Tore Hägglund de la Universidad de Lund por su atención y amabilidad durante los tres meses que pasé allí.

A las siguientes instituciones que contribuyeron a financiar este trabajo:

- Ministerio de Ciencia e Innovación a través de la beca FPU (Ref. AP2006-01049).
- Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT) a través del proyecto DPI 2004-05903.
- Junta de Andalucía a través del proyecto de Excelencia P10-TEP-6056.

Y a mis amigos y familiares en general.

ÍNDICE GENERAL

| | |
|---|-----------|
| CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1. MOTIVACIÓN | 1 |
| 1.2. OBJETIVOS Y PRINCIPALES CONTRIBUCIONES | 5 |
| 1.3. PUBLICACIONES | 7 |
| 1.4. ESTRUCTURA DE LA TESIS | 9 |
| CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES | 11 |
| 2.1. INTRODUCCIÓN AL CONTROL MULTIVARIABLE | 11 |
| 2.1.1. <i>Procesos multivariantes</i> | 11 |
| 2.1.2. <i>Metodología de control multivariable</i> | 13 |
| 2.1.3. <i>Configuraciones de control</i> | 16 |
| 2.1.4. <i>Estabilidad y robustez</i> | 17 |
| 2.2. MEDIDAS DE INTERACCIÓN | 19 |
| 2.2.1. <i>Matriz de Ganancias Relativas (RGA)</i> | 19 |
| 2.2.2. <i>Valores singulares</i> | 20 |
| 2.2.3. <i>Número de condición</i> | 21 |
| 2.3. CONTROL POR DESACOPLO | 22 |
| 2.3.1. <i>Métodos de desacoplo o compensación</i> | 25 |
| 2.3.1.1. <i>Desacoplo lineal</i> | 27 |
| 2.3.1.2. <i>Ventajas e inconvenientes del desacoplo</i> | 31 |
| 2.3.2. <i>Control centralizado por desacoplo</i> | 33 |
| 2.3.2.1. <i>Métodos de Wang</i> | 34 |
| 2.4. MECANISMOS ANTI-WINDUP MULTIVARIABLES | 37 |
| CAPÍTULO 3: DESACOPLO INVERSO | 45 |
| 3.1. DESACOPLO INVERSO PARA PROCESOS $N \times N$ | 45 |
| 3.1.1. <i>Desacoplo inverso para procesos 2×2</i> | 47 |
| 3.1.1.1. <i>Configuración 1-2</i> | 48 |
| 3.1.1.2. <i>Configuración 2-1</i> | 50 |
| 3.1.2. <i>Desacoplo inverso para procesos 3×3</i> | 51 |
| 3.1.3. <i>Expresiones generales del desacoplo inverso</i> | 54 |

| | |
|---|-----------|
| 3.2. REALIZABILIDAD DEL DESACOPLO INVERSO..... | 57 |
| 3.3. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS..... | 62 |
| 3.3.1. Ejemplo 3.1: columna de destilación 2×2 de Vinante-Luyben..... | 62 |
| 3.3.2. Ejemplo 3.2: reactor de polimerización 2×2..... | 65 |
| 3.3.3. Ejemplo 3.3: columna de destilación 3×3 de Tyreus..... | 68 |
| 3.3.4. Ejemplo 3.4: proceso HVAC 4×4..... | 72 |
| 3.3.5. Ejemplo 3.5: Proceso experimental de tanques acoplados..... | 75 |
| 3.4. ASPECTOS PRÁCTICOS DEL DESACOPLO INVERSO..... | 77 |
| 3.4.1. Procesos 2×2 usados en los ejemplos..... | 77 |
| 3.4.1.1. Columna de destilación de Wood & Berry..... | 78 |
| 3.4.1.2. Proceso de Niederlinski..... | 78 |
| 3.4.1.3. Proceso experimental de tanques acoplados de Lund..... | 78 |
| 3.4.2. El proceso aparente..... | 79 |
| 3.4.3. Bumpless transfer..... | 83 |
| 3.4.4. Anti-windup..... | 88 |
| 3.4.5. Inmunidad a anomalías en los lazos secundarios de control..... | 90 |
| 3.4.6. Pérdida de las ventajas prácticas..... | 92 |
| 3.5. CONCLUSIONES..... | 93 |
| CAPÍTULO 4: DESACOPLO SIMPLIFICADO..... | 95 |
| 4.1. METODOLOGÍA..... | 96 |
| 4.1.1. Desacoplo simplificado para procesos $n \times n$ | 96 |
| 4.1.2. Realizabilidad del desacoplo..... | 99 |
| 4.1.3. Control centralizado por desacoplo simplificado..... | 102 |
| 4.1.4. Desacoplo simplificado para procesos 2×2 y 3×3..... | 103 |
| 4.1.5. Estabilidad..... | 105 |
| 4.2. CONSIDERACIONES PRÁCTICAS Y DE DISEÑO..... | 106 |
| 4.2.1. Aproximación de $\det G(s)$ y $\text{adj}G(s)$ en el dominio de la frecuencia..... | 106 |
| 4.2.1.1. Información previa..... | 107 |
| 4.2.1.2. Determinación de los posibles modelos paramétricos..... | 110 |
| 4.2.1.3. Método de aproximación..... | 111 |
| 4.2.2. Reducción de los modelos de $D(s)$ y $Q(s)$ | 114 |
| 4.2.3. Reducción del controlador $K(s)$ a PID multivariable..... | 115 |
| 4.2.4. Esquemas anti-windup..... | 116 |
| 4.3. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS..... | 119 |
| 4.3.1. Ejemplo 4.1: columna despropanizadora 3×3..... | 119 |
| 4.3.2. Ejemplo 4.2: columna de destilación 4×4 de Alatiqi..... | 126 |
| 4.3.3. Ejemplo 4.3: modelo no lineal de grupo caldera-turbina..... | 133 |
| 4.3.4. Ejemplo 4.4: proceso experimental de tanques acoplados..... | 137 |
| 4.4. CONCLUSIONES..... | 140 |

| | |
|---|------------|
| CAPÍTULO 5: CONTROL POR DESACOPLO IMPLÍCITO | 143 |
| 5.1. CONTROL POR DESACOPLO IMPLÍCITO CONVENCIONAL | 144 |
| 5.1.1. Formulación para procesos $n \times n$ | 144 |
| 5.1.2. Condiciones de realizabilidad | 145 |
| 5.1.3. Determinación de los parámetros de $l_f(s)$ | 147 |
| 5.1.4. Formulación particular para procesos 2×2 | 151 |
| 5.1.5. Control PID por desacoplo convencional | 152 |
| 5.2. CONTROL POR DESACOPLO IMPLÍCITO INVERSO | 153 |
| 5.2.1. Formulación para procesos $n \times n$ | 154 |
| 5.2.2. Formulación para procesos 2×2 | 157 |
| 5.2.2.1. Configuración 1-2 | 157 |
| 5.2.2.2. Configuración 2-1 | 158 |
| 5.2.3. Condiciones de realizabilidad | 159 |
| 5.2.4. Control PID por desacoplo inverso | 162 |
| 5.2.4.1. Aplicación a sistemas de primer orden con retardo | 163 |
| 5.2.5. Consideraciones prácticas | 164 |
| 5.3. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS | 165 |
| 5.3.1. Ejemplo 5.1: columna de destilación 2×2 de Wood & Berry | 166 |
| 5.3.2. Ejemplo 5.2: proceso HVAC 4×4 | 170 |
| 5.4. CONCLUSIONES | 176 |
| CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES..... | 179 |
| 6.1. CONCLUSIONES GENERALES | 179 |
| 6.2. TRABAJO FUTURO | 183 |
| BIBLIOGRAFÍA..... | 187 |
| APÉNDICE A: BANCO DE PROCESOS | 195 |
| A.1. PROCESO DE NIEDERLINSKI..... | 195 |
| A.2. COLUMNA DE DESTILACIÓN DE WOOD & BERRY..... | 196 |
| A.3. COLUMNA DE DESTILACIÓN DE VINANTE-LUYBEN..... | 197 |
| A.4. REACTOR DE POLIMERIZACIÓN 2×2 | 198 |
| A.5. COLUMNA DE DESTILACIÓN DE TYREUS | 199 |
| A.6. COLUMNA DESPROPANIZADORA | 200 |
| A.7. PROCESO HVAC | 201 |
| A.8. COLUMNA DE DESTILACIÓN 4×4 DE ALATIQUI | 202 |
| A.9. GRUPO CALDERA-TURBINA..... | 203 |
| A.10. PLANTA DE TANQUES ACOPLADOS DE LA UNIVERSIDAD DE LUND..... | 206 |
| APÉNDICE B: PLANTA EXPERIMENTAL DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS DE LA UCO..... | 209 |

| | |
|--|-----|
| B.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO | 209 |
| B.2. DESCRIPCIÓN FÍSICA DEL EQUIPO | 211 |
| B.3. MODELADO E IDENTIFICACIÓN DEL PROCESO | 213 |
| <i>B.3.1. Dinámica de las bombas y control de caudal</i> | 213 |
| <i>B.3.2. Dinámicas asociadas a los tanques</i> | 214 |
| B.4. LINEALIZACIÓN DE LA PLANTA | 219 |
| B.5. PUNTOS DE OPERACIÓN SELECCIONADOS | 222 |
| <i>B.5.1. Configuración con cero RHP multivariable</i> | 222 |
| <i>B.5.2. Configuración sin cero RHP multivariable</i> | 224 |

LISTA DE SIGLAS

| | |
|--------------|---|
| AW: | Anti-windup |
| BLT: | Biggest Log Modulus |
| BT: | Bumpless transfer |
| DMC: | Dynamic Matrix Control |
| ETF: | Equivalent Transfer Function |
| FFCU: | Feedforward Control Unit |
| GPC: | Generalized Predictive Control |
| HVAC: | Heating, Ventilation and Air Conditioning |
| IAE: | Integrated Absolute Error |
| IMC: | Internal Model Control |
| LQG: | Linear Quadratic Gaussian |
| LQR: | Linear Quadratic Regulator |
| MCU: | Manual Control Unit |
| MIMO: | Multiple Input Multiple Output |
| MPC: | Model Predictive Control |
| MSE: | Mean Square Error |
| PEM: | Prediction Error Method |
| PI: | Proportional-Integral |
| PID: | Proportional-Integral-Derivative |
| QFT: | Quantitative Feedback Theory |

RGA: Relative Gain Array

RHP: Right-Half Plane

RP: Robust Performance

RS: Robust Stability

SISO: Single Input Single Output

SSV: Structured Singular Value

SVD: Singular Value Decomposition

TITO: Two Inputs Two Outputs

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|--------------|--|
| A | modo automático sin desacoplo, o también, matriz que depende los datos originales de la respuesta en frecuencia y de los órdenes del modelo en la aproximación por mínimos cuadrados |
| A_{FF} | modo automático con desacoplamiento |
| A_m | margen de ganancia |
| C | controlador descentralizado en el control mediante desacoplo |
| D | red de desacoplo |
| Dd | matriz de desacoplo en el camino directo en el desacoplo inverso |
| Do | matriz de desacoplo en el camino opuesto al directo en el desacoplo inverso |
| G | modelo de un proceso genérico |
| G^N | nuevo proceso aparente con la dinámica extra N incluida |
| G_d | modelo de las perturbaciones |
| G^c | matriz diagonal con los factores comunes por filas de la matriz G |
| G^{ij} | cofactor i-j de G |
| G^r | matriz reducida al extraer los factores comunes por filas de la matriz G |
| $H(j\omega)$ | respuesta en frecuencia de una función de transferencia irracional tras extraer sus integradores, ganancia en estado estacionario y su retardo de tiempo estimado |
| I | matriz identidad |
| $Im(.)$ | parte imaginaria de un número complejo |

| | |
|--------------|---|
| K | controlador genérico |
| K_{∞} | ganancia del controlador K a alta frecuencia |
| K_P | ganancia proporcional del controlador PID |
| K_I | ganancia integral del controlador PID |
| K_D | ganancia derivativa del controlador PID |
| K_R | ganancia de reset en un controlador PID con protección <i>anti-windup</i> mediante señal de seguimiento |
| K_d | controlador descentralizado en el desacoplo SVD |
| K_r | prefiltro en la configuración con dos grados de libertad |
| K_y | controlador del lazo de realimentación en la configuración con dos grados de libertad |
| Kd | matriz de control en el camino directo en el control por desacoplo implícito inverso |
| Ko | matriz de control en el camino opuesto al directo en el control por desacoplo implícito inverso |
| L | proceso en lazo abierto |
| M | modo manual |
| M_s | valor de pico del máximo valor singular de la función de transferencia de sensibilidad S |
| N | matriz con dinámica extra entre el proceso y el desacoplo para conseguir realizabilidad en los elementos de la red de desacoplamiento |
| N_z | número de polos RHP de una función de transferencia |
| P | modelo de planta generalizado |
| Q | proceso aparente producto del proceso original y la red de desacoplo |
| $Re(.)$ | parte real de un número complejo |
| S | función de sensibilidad |
| T | función de sensibilidad complementaria |

| | |
|-------------|---|
| T_D | constante de tiempo derivativo en un controlador PID |
| T_I | función de sensibilidad complementaria a la entrada, o constante de tiempo integral en un controlador PID |
| T_F | constante de filtro derivativo |
| U | matriz ortonormal cuyas columnas representan los vectores singulares de salida u_i |
| V | matriz ortonormal cuyas columnas representan los vectores singulares de entrada v_i |
| W | función de ponderación para minimizar el criterio de error relativo en la aproximación por mínimos cuadrados |
| W_I | peso diagonal para la incertidumbre en un análisis de robustez |
| W_P | peso diagonal para las especificaciones en un análisis de robustez |
| $adjG$ | matriz de adjuntos traspuesta de G |
| $arctan$ | función arcotangente |
| $arg(.)$ | argumento de una función de transferencia |
| b | vector que depende de los datos originales de respuesta en frecuencia en la aproximación por mínimos cuadrados |
| c | vector o señal de entrada del proceso aparente Q |
| d | conjunto de perturbaciones |
| $detG$ | determinante de G |
| $diag(.)$ | elementos de la diagonal principal de una matriz, o matriz diagonal |
| e | vector o señal de errores |
| \bar{l}_j | parte de la función de transferencia en lazo abierto l_j que tiene en cuenta los problemas de realizabilidad en las metodologías de control por desacoplo implícito |
| $max(.)$ | máximo elemento de un vector o matriz |
| $min(.)$ | mínimo elemento de un vector o matriz |

- n conjunto de señales de ruido sobre las variables controladas
- $num(s)/den(s)$ modelo paramétrico por el que aproximar en el dominio de la frecuencia y cuyos polinomios en numerador y denominador son $num(s)$ y $den(s)$, respectivamente.
- r vector o señal de referencias, o grado relativo de una función de transferencia
- s variable compleja de Laplace
- t tiempo en general
- u vector o señal de entrada del proceso
- \bar{u} vector de salida de mayor ganancia en la descomposición SVD
- \underline{u} vector de salida de menor ganancia en la descomposición SVD
- u_{PID} salida original del controlador PID en los esquemas *anti-windup*
- u_e vector de control obtenido con escalado del error
- u_r señal de reset del controlador PID con modo de seguimiento
- u_s vector de control que resulta de saturar directamente el vector de control u
- u_{sat} señal de control real que llega al proceso tras ser limitada por las restricciones de entrada al proceso
- u_u vector de control que resulta del escalado de la entrada
- v vector o señal de entrada del proceso aparente Q . También, vector de entradas al controlador en la configuración general
- \bar{v} vector de entrada de mayor ganancia en la descomposición SVD
- \underline{v} vector de entrada de menor ganancia en la descomposición SVD
- y vector o señal de salida del proceso
- y_m vector de medida de las variables controladas
- w conjunto de entradas externas al proceso (perturbaciones y ruidos)
- z conjunto de señales que se sacan al exterior con diversos fines (supervisión, optimización, etc.) en la configuración general. También puede ser la posición de un cero

| | |
|----------------------|--|
| Δ_I | incertidumbre a la entrada |
| Σ | matriz diagonal de valores singulares en la descomposición SVD |
| Φ | vector de parámetros a estimar en la aproximación por mínimos cuadrados |
| α | factor de escala del vector de señales de control en el escalado a la salida para evitar <i>windup</i> , o coeficientes del numerador del modelo por el que aproximar en el dominio de la frecuencia |
| β | factor de escala del vector de errores en el escalado a la entrada para evitar <i>windup</i> , o coeficientes del denominador del modelo por el que aproximar en el dominio de la frecuencia |
| γ | número de condición |
| η | multiplicidad de un cero RHP genérico |
| θ | retardo de tiempo genérico |
| κ | parámetro de ajuste fino del método multivariable del relé para K_P |
| λ_{ij} | elemento i - j de la RGA |
| μ | valor singular estructurado |
| ξ | factor de amortiguamiento de un sistema de segundo orden |
| ρ | parámetro de ajuste fino del método multivariable del relé para K_I |
| σ_i | valor singular i |
| $\bar{\sigma}$ | máximo valor singular |
| $\underline{\sigma}$ | mínimo valor singular |
| τ | constante de tiempo genérica |
| φ_m | margen de fase |
| χ | función genérica a aproximar en el dominio de la frecuencia |
| ψ | función que calcula la parte real o imaginaria del complejo $j\omega$ elevado a una potencia |
| ω | frecuencia genérica |

| | |
|---------------|--|
| ω_c | frecuencia de oscilación en los métodos de Wang |
| ω_{cf} | frecuencia de corte para el cálculo del margen de fase |
| ω_{cg} | frecuencia de corte para el cálculo del margen de ganancia |
| ω_n | frecuencia natural en un sistema de segundo orden |
| $ \cdot $ | ganancia del proceso |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| FIGURA 2.1: PROCESO MULTIVARIABLE | 11 |
| FIGURA 2.2: CONTROL CENTRALIZADO | 14 |
| FIGURA 2.3: CONTROL DESCENTRALIZADO | 15 |
| FIGURA 2.4: CONFIGURACIONES DE CONTROL | 17 |
| FIGURA 2.5: SISTEMA CON INCERTIDUMBRE MULTIPLICATIVA A LA ENTRADA Y MEDIDA DE LAS ESPECIFICACIONES A LA SALIDA | 18 |
| FIGURA 2.6: SISTEMA DE CONTROL COMBINANDO RED DE DESACOPLO Y CONTROLADOR DESCENTRALIZADO | 23 |
| FIGURA 2.7: SISTEMA DE CONTROL PURAMENTE CENTRALIZADO | 25 |
| FIGURA 2.8: SISTEMA DE CONTROL MEDIANTE DESACOPLO CONVENCIONAL DE UN PROCESO TITO..... | 28 |
| FIGURA 2.9: SISTEMA DE CONTROL MEDIANTE DESACOPLO INVERSO DE UN PROCESO TITO | 31 |
| FIGURA 2.10: CONTROLADOR PID CON <i>ANTI-WINDUP</i> MEDIANTE SEÑAL DE SEGUIMIENTO | 39 |
| FIGURA 2.11: ESQUEMA <i>ANTI-WINDUP</i> POR ACONDICIONAMIENTO | 40 |
| FIGURA 2.12: FORMAS DE PROYECTAR EL VECTOR DE CONTROL DENTRO DE LA REGIÓN LINEAL..... | 41 |
| FIGURA 2.13: REGIONES DE CONTROL VISTAS DESDE EL DESACOPLO (IZQUIERDA) Y DESDE LOS CONTROLADORES PID (DERECHA), SIENDO EL CÍRCULO EL PUNTO DE OPERACIÓN INICIAL | 42 |
| FIGURA 2.14: SISTEMA DE CONTROL MEDIANTE RED DE DESACOPLO CON CONTROLADORES PID QUE INCORPORAN <i>ANTI-WINDUP</i> | 42 |
| FIGURA 3.1: REPRESENTACIÓN MATRICIAL DEL DESACOPLO INVERSO..... | 46 |
| FIGURA 3.2: DESACOPLO INVERSO GENERALIZADO PARA PROCESOS 2×2 (CONFIGURACIÓN 1-2) | 48 |
| FIGURA 3.3: ESQUEMAS DE CONTROL DE LOS CUATRO CASOS DE DESACOPLO INVERSO 2×2 FIJANDO DOS ELEMENTOS A LA UNIDAD EN LA CONFIGURACIÓN 1-2..... | 49 |
| FIGURA 3.4: DESACOPLO INVERSO GENERALIZADO PARA PROCESOS 2×2 (CONFIGURACIÓN 2-1) | 50 |
| FIGURA 3.5: RESPUESTA ESCALÓN DEL SISTEMA (3.18) | 55 |
| FIGURA 3.6: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 3.1 | 64 |
| FIGURA 3.7: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 3.2 | 67 |
| FIGURA 3.8: SSV PARA RS Y RP EN EL EJEMPLO 3.2 | 68 |
| FIGURA 3.9: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 3.3 | 71 |
| FIGURA 3.10: SSV PARA RS Y RP EN EL EJEMPLO 3.3..... | 72 |
| FIGURA 3.11: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 3.4 | 74 |

| | |
|---|-----|
| FIGURA 3.12: SSV PARA RS Y RP EN EL EJEMPLO 3.4 | 75 |
| FIGURA 3.13: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 3.5 | 76 |
| FIGURA 3.14: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL PROCESO DE WOOD & BERRY (UNA SALIDA DESACOPLADA, AMBOS LAZOS EN MODO AUTOMÁTICO) | 81 |
| FIGURA 3.15: ESQUEMA DE CONTROL CON UN LAZO DESACOPLADO Y EN MODO AUTOMÁTICO, Y EL OTRO LAZO EN MODO MANUAL | 82 |
| FIGURA 3.16: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL PROCESO DE NIEDERLINSKI (UN LAZO DESACOPLADO Y EN AUTOMÁTICO; EL OTRO, EN MODO MANUAL) | 83 |
| FIGURA 3.17: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL PROCESO DE TANQUES ACOPLADOS USANDO DESACOPLO INVERSO CON Y SIN MECANISMO QUE ASEGURE <i>BUMPLESS TRANSFER</i> (BT) | 84 |
| FIGURA 3.18: ESQUEMA DE CONTROLADOR PID CON ENTRADA <i>FEEDFORWARD</i> Y MECANISMO PARA ASEGURAR <i>BUMPLESS TRANSFER</i> | 85 |
| FIGURA 3.19: BLOQUES DEL CONTROLADOR PID CON ENTRADA <i>FEEDFORWARD</i> | 86 |
| FIGURA 3.20: DESACOPLO SIMPLIFICADO CON FFCU MÁS CONTROLADORES PID PARA CONSEGUIR <i>BUMPLESS TRANSFER</i> | 87 |
| FIGURA 3.21: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL PROCESO DE TANQUES ACOPLADOS USANDO DESACOPLO INVERSO SIN Y CON MECANISMO <i>ANTI-WINDUP</i> (AW) | 89 |
| FIGURA 3.22: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL PROCESO DE TANQUES ACOPLADOS USANDO Y SIN USAR LAS MEDIDAS DE CAUDAL DE LOS LAZOS SECUNDARIOS EN EL ESQUEMA DE DESACOPLO INVERSO (SEGUIMIENTO DE REFERENCIAS) | 91 |
| FIGURA 3.23: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL PROCESO DE TANQUES ACOPLADOS USANDO Y SIN USAR LAS MEDIDAS DE CAUDAL DE LOS LAZOS SECUNDARIOS EN EL ESQUEMA DE DESACOPLO INVERSO (RECHAZO DE PERTURBACIONES) | 92 |
| FIGURA 4.1: DIAGRAMAS DE BODE DE LA EXPRESIÓN (4.22) TRAS EXTRAER EL RETARDO DE TIEMPO Y LA GANANCIA ESTACIONARIA, JUNTO CON SU CORRESPONDIENTE APROXIMACIÓN | 110 |
| FIGURA 4.2: ESQUEMA <i>ANTI-WINDUP</i> PARA UN CONTROL PID MULTIVARIABLE DE DOS ENTRADAS Y DOS SALIDAS | 118 |
| FIGURA 4.3: DIAGRAMA DE NYQUIST Y VALOR SINGULAR DE DEL DETERMINANTE DEL PROCESO Y SU APROXIMACIÓN $DET G_D(s)$ | 121 |
| FIGURA 4.4: DIAGRAMAS DE NYQUIST Y VALORES SINGULARES DE LA MATRIZ ADJUNTA TRASPUESTA Y SU APROXIMACIÓN $ADJ G_D(s)$ EN EL EJEMPLO 4.1 | 121 |
| FIGURA 4.5: VALORES SINGULARES DE LA RED DE DESACOPLO $D(s)$ Y EL PROCESO APARENTE $Q(s)$ ORIGINALES Y REDUCIDOS EN EL EJEMPLO 4.1 | 122 |
| FIGURA 4.6: VALORES SINGULARES DEL CONTROL CENTRALIZADO POR DESACOPLO SIMPLIFICADO $K(s)$ Y SU APROXIMACIÓN A CONTROL PID MULTIVARIABLE EN EL EJEMPLO 4.1 | 124 |
| FIGURA 4.7: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 4.1 | 125 |
| FIGURA 4.8: SSV PARA RS Y RP EN EL EJEMPLO 4.1 | 126 |
| FIGURA 4.9: VALORES SINGULARES DEL CONTROL CENTRALIZADO POR DESACOPLO SIMPLIFICADO $K(s)$ Y SU APROXIMACIÓN A CONTROL PID MULTIVARIABLE EN EL EJEMPLO 4.2 | 128 |

| | |
|---|-----|
| FIGURA 4.10: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 4.2 | 129 |
| FIGURA 4.11: SSV PARA RS Y RP EN EL EJEMPLO 4.2..... | 130 |
| FIGURA 4.12: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL PARA DIVERSAS CONFIGURACIONES DEL EJEMPLO 4.2 ... | 133 |
| FIGURA 4.13: VALORES SINGULARES DEL CONTROL CENTRALIZADO POR DESACOPLO SIMPLIFICADO $K(s)$ Y SU APROXIMACIÓN A CONTROL PI MULTIVARIABLE EN EL EJEMPLO 4.3 | 135 |
| FIGURA 4.14: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL USANDO DESACOPLO SIMPLIFICADO MÁS CONTROL DESCENTRALIZADO EN EL EJEMPLO 4.3 | 136 |
| FIGURA 4.15: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL USANDO EL CONTROLADOR PI MULTIVARIABLE PROPUESTO EN EL EJEMPLO 4.3..... | 137 |
| FIGURA 4.16: VALORES SINGULARES DEL CONTROL CENTRALIZADO POR DESACOPLO SIMPLIFICADO $K(s)$ Y SU APROXIMACIÓN A CONTROL PI MULTIVARIABLE EN EL EJEMPLO 4.4 | 139 |
| FIGURA 4.17: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 4.4 | 139 |
| FIGURA 5.1: ESQUEMA DE CONTROL POR DESACOPLO PARA PROCESOS DE DOS ENTRADAS Y DOS SALIDAS | 151 |
| FIGURA 5.2: REPRESENTACIÓN MATRICIAL DEL CONTROL POR DESACOPLO INVERSO | 154 |
| FIGURA 5.3: CONTROL CENTRALIZADO POR DESACOPLO INVERSO PARA PROCESOS 2×2 (CONFIGURACIÓN 1-2)..... | 158 |
| FIGURA 5.4: CONTROL CENTRALIZADO POR DESACOPLO INVERSO PARA PROCESOS 2×2 (CONFIGURACIÓN 2-1)..... | 158 |
| FIGURA 5.5: VALORES SINGULARES DEL CONTROL CENTRALIZADO POR DESACOPLO IMPLÍCITO CONVENCIONAL $K_{conv}(s)$ Y SU APROXIMACIÓN A CONTROL PID MULTIVARIABLE EN EL EJEMPLO 5.1 | 167 |
| FIGURA 5.6: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 5.1 | 169 |
| FIGURA 5.7: SSV PARA RS Y RP EN EL EJEMPLO 5.1 | 170 |
| FIGURA 5.8: DIAGRAMA DE NYQUIST Y VALOR SINGULAR DEL DETERMINANTE DEL PROCESO Y SU APROXIMACIÓN EN EL EJEMPLO 5.2 | 171 |
| FIGURA 5.9: DIAGRAMAS DE NYQUIST Y VALORES SINGULARES DE LA MATRIZ ADJUNTA TRASPUESTA Y SU APROXIMACIÓN EN EL EJEMPLO 5.2 | 171 |
| FIGURA 5.10: VALORES SINGULARES DEL CONTROL CENTRALIZADO POR DESACOPLO IMPLÍCITO CONVENCIONAL, DE SU APROXIMACIÓN $K_{conv}(s)$ Y SU APROXIMACIÓN A CONTROL PI MULTIVARIABLE EN EL EJEMPLO 5.2..... | 173 |
| FIGURA 5.11: SALIDAS Y SEÑALES DE CONTROL EN EL EJEMPLO 5.2 | 175 |
| FIGURA A.1: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DEL PROCESO DE NIEDERLINSKI | 196 |
| FIGURA A.2: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DEL PROCESO DE WOOD & BERRY | 197 |
| FIGURA A.3: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DEL PROCESO DE VINANTE-LUYBEN | 198 |
| FIGURA A.4: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DEL REACTOR DE POLIMERIZACIÓN | 198 |
| FIGURA A.5: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DEL PROCESO DE TYREUS | 199 |
| FIGURA A.6: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DE LA COLUMNA DESPROPANIZADORA ... | 201 |
| FIGURA A.7: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DEL PROCESO HVAC..... | 202 |

| | |
|--|-----|
| FIGURA A.8: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DEL PROCESO DE ALATIQUI..... | 203 |
| FIGURA A.9: COMPARACIÓN DEL SISTEMA NO LINEAL Y EL SISTEMA LINEAL 3×3 DEL GRUPO CALDERA- TURBINA | 205 |
| FIGURA A.10: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DEL GRUPO CALDERA TURBINA | 206 |
| FIGURA A.11: PLANTA DE TANQUES ACOPLADOS DE LUND..... | 207 |
| FIGURA A.12: IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA DE TANQUES ACOPLADOS DE LUND | 208 |
| FIGURA A.13: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DE LA PLANTA DE TANQUES DE LUND ... | 208 |
| FIGURA B.1: ESQUEMA DE LA PLANTA DE TANQUES ACOPLADOS CON LAS VARIABLES IMPLICADAS..... | 210 |
| FIGURA B.2: PLANTA REAL | 211 |
| FIGURA B.3: CARACTERÍSTICA FRACCIÓN DE CAUDAL A LOS TANQUES INFERIORES EN FUNCIÓN DEL CAUDAL TOTAL DE CADA RAMA Y LA POSICIÓN DE LA VÁLVULA DE TRES VÍAS (IZQUIERDA Y DERECHA) | 216 |
| FIGURA B.4: CURVAS REALES DE VACIADO Y SU AJUSTE PARA LAS VÁLVULAS V_1 , V_2 , V_3 Y V_4 CUANDO SU GRADO DE APERTURA ES 3 | 217 |
| FIGURA B.5: VALORES DE α Y β DE LAS VÁLVULAS V_1 , V_2 , V_3 Y V_4 PARA DIFERENTES GRADOS DE APERTURA | 218 |
| FIGURA B.6: IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA DE TANQUES ACOPLADOS DE LA UCO CON CERO RHP MULTIVARIABLE | 223 |
| FIGURA B.7: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DE LA PLANTA DE TANQUES DE LA UCO CON CERO RHP MULTIVARIABLE..... | 224 |
| FIGURA B.8: VALORES SINGULARES Y NÚMERO DE CONDICIÓN DE LA PLANTA DE TANQUES DE LA UCO SIN CERO RHP MULTIVARIABLE..... | 225 |

LISTA DE TABLAS

| | |
|---|-----|
| TABLA 3.1: CASOS DEL DESACOPLO INVERSO 2×2 CON DOS ELEMENTOS FIJADOS A 1 (CONFIGURACIÓN 1-2) | 49 |
| TABLA 3.2: CASOS DEL DESACOPLO INVERSO 2×2 CON DOS ELEMENTOS FIJADOS A 1 (CONFIGURACIÓN 2-1) | 51 |
| TABLA 3.3: PARÁMETROS PID PARA LOS DIFERENTES MÉTODOS DE CONTROL EN EL EJEMPLO 3.1 | 63 |
| TABLA 3.4: DIFERENTES CONTROLES PARA EL EJEMPLO 3.2 CON SUS ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y ROBUSTEZ | 65 |
| TABLA 3.5: PARÁMETROS PI E ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y ROBUSTEZ EN EL EJEMPLO 3.33.3.3. | 70 |
| TABLA 3.6: PARÁMETROS PI JUNTO CON ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y ROBUSTEZ EN EL EJEMPLO 3.4 | 73 |
| TABLA 3.7: PARÁMETROS PI JUNTO CON ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y ROBUSTEZ EN EL EJEMPLO 3.5 | 76 |
| TABLA 3.8: PARÁMETROS PI EN EL PROCESO DE WOOD & BERRY | 78 |
| TABLA 3.9: PARÁMETROS PI EN EL PROCESO DE NIEDERLINSKI | 78 |
| TABLA 3.10: PARÁMETROS PI EN EL PROCESO DE TANQUES ACOPLADOS DE LUND | 79 |
| TABLA 4.1: CONFIGURACIONES DEL DESACOPLO SIMPLIFICADO PARA PROCESOS 2×2 | 104 |
| TABLA 4.2: ALGUNAS CONFIGURACIONES DEL DESACOPLO SIMPLIFICADO PARA PROCESOS 3×3 | 105 |
| TABLA 4.3: PARÁMETROS PID JUNTO CON ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y ROBUSTEZ EN EL EJEMPLO 4.1 | 123 |
| TABLA 4.4: PARÁMETROS PI JUNTO CON ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y ROBUSTEZ EN EL EJEMPLO 4.2 | 128 |
| TABLA 4.5: PARÁMETROS PI JUNTO CON ÍNDICES DE DESEMPEÑO PARA DIVERSAS CONFIGURACIONES DEL EJEMPLO 4.2 | 132 |
| TABLA 4.6: PARÁMETROS PI EN EL EJEMPLO 4.4 | 138 |
| TABLA 5.1: TRES CASOS COMUNES DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA EN LAZO ABIERTO $L_r(s)$ | 147 |
| TABLA 5.2: PARÁMETROS PID JUNTO CON ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y ROBUSTEZ EN EL EJEMPLO 5.1 | 168 |
| TABLA 5.3: ÍNDICES DE DESEMPEÑO Y ROBUSTEZ EN EL EJEMPLO 5.2 | 175 |
| TABLA A.1: PUNTOS DE OPERACIÓN TÍPICOS PARA EL GRUPO CALDERA TURBINA | 204 |
| TABLA B.1: FRACCIÓN Γ_1 (%) DEL CAUDAL Q_1 QUE VA AL TANQUE 1 PARA DIFERENTES VALORES DE Q_1 Y DISTINTAS POSICIONES DE V_1 | 215 |
| TABLA B.2: FRACCIÓN Γ_D (%) DEL CAUDAL Q_D QUE VA AL TANQUE 1 PARA DIFERENTES VALORES DE Q_D Y DISTINTAS POSICIONES DE V_D | 215 |

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

Antes de la década de 1940, la mayoría de los procesos industriales eran controlados de forma manual o con controladores todo-nada. Debido a ello, se necesitaban varios operarios para vigilar las diferentes variables de la planta. El continuo aumento de la industrialización que se produjo durante las siguientes décadas en casi todas las partes del mundo, y sus consiguientes incrementos en los volúmenes de producción, hicieron que en una planta pudiera haber cientos o miles de variables que controlar. El aumento de las tareas a realizar y el mayor coste de los equipos junto con las mayores demandas en calidad, precisión y eficiencia, pusieron de manifiesto que la idea de controlar sistemas físicos de forma eficaz usando solo operarios era inviable. Como consecuencia, el control automático se convirtió en la solución deseada. Desde entonces la ciencia de la Automática ha crecido considerablemente, especialmente desde 1950. Los continuos avances en microelectrónica, con microprocesadores cada vez más baratos y con una mayor potencia de cálculo, han ayudado a que el campo de aplicación de los controladores automáticos hoy día no se limite solo a los procesos industriales sino a que sea mucho más amplio: aplicaciones militares, médicas, sistemas de automoción o aeronáutica, entre otras muchas. De hecho, los sistemas de control están tan extendidos en las sociedades avanzadas actuales, que se puede decir que son ubicuos.

1.1. MOTIVACIÓN

La mayoría de los sistemas (naturales o artificiales) tienen varias variables de medida (salidas) para ser controladas y varias variables manipulables (entradas), en cuyo caso se dice que son multivariantes. Muchos procesos industriales típicos son de naturaleza esencialmente multivariable: calderas, mezclas, plantas de papel, columnas de destilación, reactores químicos, intercambiadores de calor, redes de distribución de

vapor, sistemas de aire acondicionado, etc. Un fenómeno único de los sistemas multivariables es la interacción que se presenta entre sus variables, de tal forma que una variable de entrada afecta a varias variables de salida, lo cual puede dificultar en gran medida el diseño del sistema de control.

Tradicionalmente los problemas de control de procesos se han abordado mediante lazos de control monovariables e independientes, donde una variable de medida es controlada con una variable manipulada. En dichos lazos, el controlador proporcional-integral-derivativo (PID) es el más extendido, ya que se puede entender e implementar fácilmente. Además, se puede integrar en estructuras de control más avanzadas y bien conocidas como el control en cascada, control *feedforward*, control por proporción, etc. Estos enfoques se han desarrollado a lo largo de varios años de experiencia, y funcionan adecuadamente cuando las interacciones entre las diferentes variables del proceso son pequeñas. Sin embargo, cuando las interacciones son importantes, el control de un sistema multivariable se puede volver mucho más difícil. Por ejemplo, el ajuste de uno de los lazos puede afectar considerablemente al rendimiento de otros, hasta el punto incluso de desestabilizarlos. En estos casos, los tradicionales y bien asentados métodos de sintonía monovariable no consiguen una respuesta del sistema satisfactoria, y a menudo los controladores se ajustan de manera ineficiente. Generalmente, el controlador del lazo más importante es sintonizado para obtener una buena respuesta, mientras que los otros lazos se desajustan intencionadamente hasta que las interacciones con el lazo principal son aceptables. Ello justifica el interés por el desarrollo de metodologías de diseño de control multivariable que tengan en cuenta el problema de la interacción.

Una filosofía de diseño es desacoplar el sistema, que plantea el control multivariable con la intención de eliminar o reducir las interacciones entre las variables del proceso. De esta forma, el sistema multivariable se descompondría en varios sistemas monovariables donde no habría acoplamientos entre las variables de referencia deseadas y las salidas controladas de la planta. Hay que decir que el control por

desacoplo¹ no es solo popular porque simplifique el sistema multivariable, sino porque además, es una característica deseada en muchas aplicaciones prácticas. En primer lugar, el desacoplamiento es necesario para facilitar la labor de los técnicos, al menos en la industria química y de procesos, ya que de lo contrario, sería muy difícil decidir los múltiples valores de referencia del sistema multivariable para alcanzar los objetivos finales. En segundo lugar, un buen desacoplamiento puede ayudar a mejorar la respuesta en lazo cerrado. Algunos importantes fabricantes de controladores, como Yokogawa o Foxboro, consideran el mal desacoplamiento como uno de los principales problemas en la industria. Aún así, es importante señalar que aunque el desacoplamiento es una práctica común en los procesos industriales, hay casos donde no se debe desacoplar el sistema, ya que los acoplamientos son deliberadamente empleados para aumentar el rendimiento, como ocurre en los sistemas de control de algunas dinámicas aéreas.

En algunos procesos con poca o mediana interacción, los acoplamientos se pueden reducir aceptablemente con un control descentralizado o multi-lazo, donde por cada lazo hay un controlador que trabaja independientemente, pero que ha sido sintonizado teniendo en cuenta los acoplamientos entre las variables del sistema. Sin embargo, en procesos con una interacción severa es necesario acudir a técnicas de mayor complejidad y con un enfoque centralizado para conseguir una respuesta satisfactoria. Para ello, en el ámbito del diseño de sistemas de control lineales podemos encontrar diversos planteamientos, desde el enfoque tradicional basado en matrices de funciones de transferencia hasta otras metodologías como el control lineal cuadrático gaussiano (LQG) o el posterior control óptimo H_∞ , que usan una representación en espacio de estados. El control por modelo interno (IMC) o el control predictivo basado en modelos (MPC) son otros métodos de diseño alternativos y que ya se aplican en algunos sistemas de control industriales.

A pesar de los avances y mejoras de estas metodologías, todavía se necesitan mayores avances en el problema de diseño multivariable. Por ejemplo, muchos procesos

¹ Aunque el término desacoplo no está aceptado como sustantivo por la Real Academia Española, en la presente tesis ha sido empleado en varias ocasiones en lugar del término desacoplamiento, debido a su extendido uso en el tema que nos abarca.

industriales contienen retardos de tiempo, lo cual dificulta el diseño del control, ya que impide usar la alta ganancia de un controlador convencional lo que puede dar lugar a una respuesta lenta. El problema de control de sistemas multivariables con retardos es especialmente difícil y todavía requiere más investigación. Como una planta multivariable puede tener diferentes retardos para cada pareja entrada-salida, tradicionalmente se utiliza una representación basada en una matriz de funciones de transferencia con múltiples y diferentes retardos. Sin embargo, los procedimientos basados en LQG, H_∞ o IMC implican sistemas libres de retardos. Por tanto, es aquí, en procesos multivariables con retardos y gran interacción, donde el control por desacoplo tiene mayor interés como metodología de control centralizado.

Una forma de trabajar bajo este enfoque es diseñar una red de compensación o desacoplamiento en serie con el proceso para minimizar la interacción o hacer al sistema dominante diagonal, y posteriormente diseñar un control descentralizado para el sistema diagonal equivalente proceso-red. La red de compensación combinada con el control diagonal constituiría el controlador multivariable. Otras metodologías diseñan directamente el controlador multivariable final con el objetivo de que la matriz de funciones de transferencia en lazo cerrado sea una matriz diagonal, asegurando con ello el desacoplamiento entre variables controladas y variables de referencia. Por otro lado, algunos enfoques son estáticos y solo aseguran el desacoplamiento a bajas frecuencias, lo cual podría no ser suficiente para alcanzar una respuesta aceptable. El enfoque dinámico elimina o reduce la interacción en un rango mayor de frecuencias, pero su diseño e implementación son más difíciles y los controladores finales pueden ser muy complejos. No obstante, los controladores PID llevan dominando los procesos industriales desde hace sesenta años y por ello son escogidos en aplicaciones prácticas antes que controles avanzados; a menos que el control PID no pueda cumplir las especificaciones deseadas. Por esta razón, en varias de las metodologías de control por desacoplo, el controlador final es un control PID multivariable obtenido de forma directa o por aproximación. En estos casos hay un compromiso entre el desacoplamiento y la simplicidad del controlador y su implementación, por lo que es normal no conseguir un desacoplamiento perfecto aunque sí una reducción aceptable de la interacción.

Hay que decir que aunque el control predictivo se está convirtiendo en una técnica estándar para resolver problemas de control multivariable en la industria de procesos, su uso generalmente es a un mayor nivel dando referencias a controladores PID que trabajan en el nivel básico de la pirámide de control. Los controladores predictivos trabajan en modo de supervisión con unos periodos de muestreo mayores que los de los controladores PID del nivel de control inferior. Debido a que el ancho de banda de los controles predictivos está limitado, puede haber problemas al tratar con las interacciones a dicho nivel. Además, muchos de los controladores PID que controlan actualmente los procesos industriales no están debidamente ajustados, impidiendo el funcionamiento óptimo de los procesos y provocando menores beneficios económicos. De ahí que todas las aportaciones que puedan redundar en un mejor ajuste de los controladores PID sean bastante apreciadas en el sector industrial. En los últimos años se han publicado importantes resultados en el caso monovariable y se han hecho intentos para trasladarlos al caso multivariable, pero sin el suficiente éxito. Esto pone de manifiesto que el ajuste de controladores PID sigue siendo un problema abierto. Por todo ello, los avances en control centralizado usando tanto controles PID multivariables como redes de desacoplamiento son todavía interesantes en la industria de procesos.

Por otro lado, la mayoría de las metodologías basadas en el control por desacoplo, se centran en sistemas con dos entradas y dos salidas (TITO) o procesos 2×2 . La razón es que los sistemas TITO son los sistemas multivariables más comunes bien porque hay procesos de esta naturaleza, o bien porque procesos más complejos se pueden descomponer en bloques 2×2 con interacciones importantes entre sus entradas y salidas. Sin embargo, es más raro encontrar metodologías generales para procesos de mayores dimensiones, siendo éste otro tema en el que avanzar.

1.2. OBJETIVOS Y PRINCIPALES CONTRIBUCIONES

Esta tesis persigue aportar soluciones de control para los sistemas multivariables mediante realimentación unitaria de sus salidas buscando principalmente una respuesta desacoplada. Para enmarcar mejor la problemática a resolver se asumen las siguientes hipótesis:

- Los procesos a controlar serán sistemas cuadrados, esto es, el número de entradas y salidas es el mismo. Este hecho puede deberse a que su naturaleza ya les haga ser cuadrados, o a que previamente se ha realizado un proceso de selección y emparejamiento.
- Los procesos podrán tener retardos de tiempo diferentes asociados a cada pareja entrada-salida.
- Debido a lo anterior, el proceso se representa mediante una matriz de funciones de transferencia. Por tanto, el punto de partida de la solución será una planta lineal invariante en el tiempo y causal. Si se desea controlar una planta no lineal se deberá obtener un modelo lineal en torno a un punto de operación.
- En el proceso lineal anterior no hay polos en el semiplano derecho ni cancelaciones entre polos y ceros en el semiplano derecho.
- La matriz de funciones de transferencia no es singular, es decir, su determinante no es cero.

Dadas las anteriores suposiciones, el principal objetivo de esta tesis es el desarrollo de diferentes metodologías de diseño multivariable basadas en el control por desacoplo. Las metodologías deberían ser lo más generales posibles, y en la medida de lo factible, deberían utilizar controladores PID, por ser éstos los más extendidos en la industria. Como subobjetivos del anterior están:

- Explorar las mejoras que se puedan incorporar en la metodología multivariable procedentes de las técnicas de ajuste monovariables, de las técnicas de desacoplamiento y de las técnicas de reducción y aproximación de modelos.
- Probar y validar las metodologías propuestas en procesos de simulación y plantas experimentales.
- Realizar un análisis comparativo sobre sus ventajas y limitaciones respecto a las estrategias de control descentralizado y a otras estrategias de control centralizado.
- Proponer esquemas de implementación para las metodologías desarrolladas, que tengan en cuenta problemas prácticos como el *windup* del integrador.

Teniendo en cuenta los objetivos previos, las principales aportaciones de la presente tesis se pueden resumir en los siguientes puntos:

- Contribuciones en el desacoplo inverso: se ha generalizado esta técnica de desacoplamiento a procesos $n \times n$, determinando las condiciones de realizabilidad y demostrando su simplicidad en comparación con otras metodologías. Además, se ha llevado a cabo un estudio detallado de sus ventajas desde el punto de vista de implementación.
- Contribuciones en el desacoplo simplificado: se ha presentado una generalización formal al caso $n \times n$ de dicho método de desacoplamiento. Se presentan nuevas configuraciones que permiten mayor flexibilidad a la hora de determinar los procesos aparentes desacoplados o los elementos de la red de compensación.
- Desarrollo de metodologías de control PID por desacoplo desde un enfoque puramente centralizado. Se presenta su formulación general para cualquier número de entradas y salidas. Durante el procedimiento de diseño, normalmente es necesario hacer uso de técnicas de aproximación de modelos en dos ocasiones: en una etapa intermedia y una reducción final a controladores PID. Se propone un método de aproximación basado en la respuesta en frecuencia y que se lleva a cabo mediante una optimización de mínimos cuadrados. También se propone un esquema *anti-windup* para controladores PID multivariables.

Los diseños propuestos son verificados en procesos de simulación y en una planta experimental de laboratorio de cuatro tanques acoplados. Además, son comparados con otras metodologías multivariables.

1.3. PUBLICACIONES

El trabajo llevado a cabo en la presente tesis doctoral ha dado lugar a varias publicaciones, las cuales se detallan a continuación.

a) Artículos en revistas:

- J. Garrido, F. Vázquez, y F. Morilla, An extended approach of inverted decoupling, *Journal of Process Control*, 21 (1), 2011, 55-68, ISSN: 0959-1524.
- J. Garrido, F. Vázquez, F. Morilla, y T. Hägglund, Practical advantages of inverted decoupling, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 225 (7), 2011, 977-992, ISSN: 0959-6518 (Print), 2041-3041 (Online).
- J. Garrido, F. Vázquez, y F. Morilla, Centralized multivariable control by simplified decoupling, *Journal of Process Control*, 22 (6), 2012, 1044-1066, ISSN: 0959-1524.

b) Comunicaciones en congresos internacionales:

- F. Morilla, F. Vázquez, y J. Garrido, Centralized PID Control by Decoupling for TITO Processes. *Proceedings of 13th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Hamburgo, Alemania (2008), 1318-1325.
- J. Garrido, F. Morilla, y F. Vázquez, Centralized PID Control by Decoupling of a Boiler-Turbine Unit. *10th European Control Conference*, Budapest, Hungría (2009) 4007-4012.
- J. Garrido, F. Vázquez, y F. Morilla, Centralized Inverted Decoupling for TITO Processes. *Proceedings of 15th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*. Bilbao, España (2010).
- J. Garrido, F. Vázquez, y F. Morilla, Generalized Inverted Decoupling for TITO Processes. *Proceedings of 18th IFAC World Congress*. Milán, Italia (2011), 7535-7540.
- J. Garrido, F. Vázquez, y F. Morilla, Multivariable PID Control by Inverted Decoupling: Application to the Benchmark PID 2012. *IFAC Conference on Advances in PID Control PID'12*. Brescia, Italia (2012).

c) Comunicaciones en congresos nacionales:

- F. Morilla, F. Vázquez, y J. Garrido, Control centralizado PID 2×2 por desacoplo. *XXVIII Jornadas de Automática*. Huelva (2007).

- J. Garrido, F. Vázquez y F. Morilla, Control PID 3×3 de un grupo caldera turbina. *XXIX Jornadas de Automática*. Tarragona (2008).
- G. Castelo, J. Garrido y F. Vázquez, Ajuste, configuración y control de cuatro tanques acoplados. *XXIX Jornadas de Automática*. Tarragona (2008). Galardonado en dichas jornadas con el *Premio The Mathworks* por el trabajo de diseño para el banco de pruebas – Ingeniería de Control, y concedido por el Comité Español de Automática.
- J. Garrido, F. Vázquez y F. Morilla, Desacoplo Inverso Generalizado para Procesos TITO. *XXXI Jornadas de Automática*. Jaén (2010).
- J. Garrido, F. Vázquez y F. Morilla, Diseño de sistemas de control multivariable por desacoplo con controladores PID. *X Simposio CEA de Ingeniería de Control*. Barcelona (2012), 64-71.

1.4. ESTRUCTURA DE LA TESIS

La tesis se estructura en seis capítulos junto con dos anexos que recogen los procesos usados en los ejemplos y la descripción del proceso experimental de cuatro tanques acoplados de la Universidad de Córdoba. En este capítulo se ha enmarcado el contexto de la tesis y el objetivo de la misma, indicando las principales aportaciones y publicaciones derivadas.

El capítulo 2 está dedicado a realizar un breve repaso de los antecedentes en control por desacoplo. Se explica en mayor detalle la problemática del control de sistemas multivariables, y se presentan las redes de desacoplamiento más conocidas, así como las principales metodologías relacionadas con el problema a resolver. También se trata en menor medida el problema de implementación práctica de los controladores multivariables, y los esquemas sugeridos por algunos autores.

El capítulo 3 se centra en el desacoplo inverso. Se expone la generalización llevada a cabo de dicha metodología, y se compara con otros métodos en varios ejemplos de diferente dimensión. Además, se presenta un estudio detallado de sus ventajas prácticas desde el punto de vista de implementación.

En el capítulo 4 se desarrolla la formulación general del desacoplo simplificado, junto con otras cuestiones relacionadas como métodos de aproximación o reducción de

modelos. Además, a partir de esta metodología se deriva una formulación de control por desacoplo explícito cuyo resultado final es aproximado a un control PID multivariable. Se explica el método de aproximación a controladores PID y se sugiere un nuevo esquema de implementación para evitar ciertos problemas prácticos.

Tras la exposición de diversas técnicas de diseño de redes de desacoplo llevada a cabo en los apartados anteriores, el capítulo 5 se centra en las metodologías de control PID por desacoplo implícito que se desarrollan en la tesis. Se explica la formulación de cada una y se realizan comparaciones con otros autores.

Por último, el capítulo 6 presenta las principales aportaciones y conclusiones de esta tesis, y sugiere posibles líneas futuras de investigación.

CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES

En este capítulo se presentan de forma resumida los antecedentes más importantes para el desarrollo de esta tesis. En primer lugar se lleva a cabo una breve introducción al control multivariable y su problemática, destacando el problema de la interacción. A continuación se muestran algunas de las medidas más utilizadas para cuantificar dicha interacción. En tercer lugar se explican las diferentes formas de abordar el control multivariable por desacoplo y se comentan en mayor detalle algunas de las metodologías desarrolladas en otros trabajos. Por último, en relación a la implementación práctica, se describe el problema de *windup* en controladores multivariados y se presentan algunas de las soluciones aportadas por diferentes autores.

2.1. INTRODUCCIÓN AL CONTROL MULTIVARIABLE

2.1.1. Procesos multivariados

Un proceso cualquiera se puede representar mediante un bloque genérico con un número determinado de entradas y de salidas como el de la Figura 2.1. Cuando el número de éstas es superior a la unidad se denomina, de múltiples entradas y múltiples salidas, o simplemente sistema MIMO.



Figura 2.1: Proceso multivariable

La mayoría de los procesos encontrados por un ingeniero de control son multivariados en esencia. Aunque el conocimiento de los lazos simples de control es

esencial para poder aplicar alguna estrategia de control a este tipo de procesos, no es del todo suficiente. Algunos ejemplos de procesos multivariables se muestran en el Apéndice A, los cuales serán analizados a lo largo de este trabajo con las diferentes metodologías propuestas. El excesivo número de variables no es el único problema en un proceso multivariable como el de la Figura 2.1; además lo es el grado de interacción que existe entre ellas.

Las variables de un proceso multivariable se pueden clasificar en función del papel que desempeñan en el sistema de control. Las variables manipuladas son aquellas entradas cuyo valor se puede modificar, ya sea por el operador de forma manual o el controlador de forma automática. En esta categoría están las entradas a los actuadores (apertura de válvula, por ejemplo) y los puntos de consigna para los controladores básicos. Las variables controladas son aquellas salidas del proceso que responden de forma predecible a todas o alguna de las variables manipuladas y cuyos valores estacionarios o comportamientos dinámicos pueden constituir subobjetivos de control. Pueden ser variables físicas (presión, nivel, temperatura...) directamente medibles o índices del proceso (como calidad o coste) que se pueden calcular o inferir a partir de otras variables. Es habitual que las variables manipuladas y variables controladas vengan impuestas por la propia instrumentación, concretamente por el número de actuadores y de medidores presentes en el proceso.

Las variables no controladas son aquellas salidas del proceso que no son directamente accesibles (debido al coste de la instrumentación) o que aunque lo sean han quedado fuera de los objetivos de control, bien por limitaciones del propio sistema o porque se han utilizado para inferir otras variables controladas. Las perturbaciones son aquellas entradas al proceso que no se pueden alterar ni manipular y que actúan con cierto carácter aleatorio. Se suelen distinguir dos tipos de perturbaciones, las medibles y las no medibles, ya que las primeras se pueden utilizar en el sistema de control para anticipar acciones de control, de forma similar a la compensación *feedforward*.

El principal objetivo al diseñar un sistema de control multivariables para procesos industriales es llegar a una estructura que minimice la interacción que causan unas variables a otras. Si la interacción no estuviera presente, no habría necesidad de utilizar una estrategia de control multivariable. Pero la interacción siempre existe y en

grado muy variable (Vázquez, 2001). Además de ello, los sistemas MIMO presentan otras propiedades, que los diferencian de los sistemas monovariantes y que dificultan el diseño de las estrategias de control multivariable. Entre estas características encontramos la direccionalidad y los ceros multivariantes en el semiplano derecho, o ceros RHP multivariantes.

Dada una planta multivariable de p entradas y q salidas, su modelo básico en funciones de transferencia vendría dado por $y(s) = G(s) \cdot u(s)$, donde y es un vector $q \times 1$, u es un vector $p \times 1$ y $G(s)$ es una matriz $q \times p$ de funciones de transferencia. En un sistema con una entrada y una salida, o sistema SISO, la ganancia del proceso $|G(j\omega)|$ a una frecuencia determinada $s = j\omega$ es independiente de la entrada y solo depende de dicha frecuencia. Sin embargo, en sistemas MIMO la ganancia también depende de la dirección del vector de entrada por lo que el cálculo de la ganancia no es tan simple. La descomposición en valores singulares (SVD) proporciona una manera fácil de cuantificar la direccionalidad de un sistema multivariable. De hecho, la mayoría de los resultados monovariantes que implican el concepto de ganancia se pueden generalizar al caso multivariable considerando el máximo valor singular (Skogestad & Postlethwaite, 2005).

Un sistema MIMO puede tener ceros RHP aunque su presencia no sea obvia a partir de los elementos de $G(s)$. Los ceros z de un sistema MIMO se definen como los valores $s = z$ donde $G(s)$ pierde rango, siendo la dirección de un cero la dirección en la cual la matriz $G(z)$ tiene ganancia cero. Al igual que en el caso SISO los ceros RHP multivariantes imponen limitaciones de control. En sistemas cuadrados, que son con los que se va a trabajar en esta tesis, los polos y ceros de $G(s)$ son fundamentalmente los polos y ceros del determinante de $G(s)$. El problema añadido está en que en ocasiones se cancelan de forma incorrecta polos y ceros en la misma localización pero con diferentes direcciones.

2.1.2. Metodología de control multivariable

Independientemente de las dificultades comentadas anteriormente, el modo más simple de establecer una estructura de control para un sistema multivariable puede ser el que se describe a continuación (Deshpande, 1989, Skogestad & Postlethwaite, 2005).

Primero, del conjunto de posibles variables de salida se han de elegir las que serán controladas y las que no, es decir, hay que decidir sobre cuáles se establece un objetivo de control. Del conjunto de variables de entrada hay que elegir las que son accesibles por el operador de forma manual o por el controlador de forma automatizada, y cuyo valor puede modificarse de tal manera que esta modificación sea transmitida al interior del sistema. El siguiente paso consiste en seleccionar el esquema de control, es decir, la estructura que interconecte las variables controladas y las manipuladas. Para ello existen dos propuestas bien diferenciadas (Shinskey, 1979, Ogunnaike & Harmon Ray, 1994, Marlin, 1995):

- Control multivariable centralizado o total: incluye todas las técnicas en las que un único algoritmo de control utiliza todas las variables medidas para calcular todas las variables manipuladas de forma simultánea. En la Figura 2.2 se muestra un esquema general de control centralizado. En (Skogestad & Postlethwaite, 2005) se habla de dos formas de enfocar dicho problema: la más formal, para la que reservan la palabra *síntesis*, y la que tiene sus orígenes en el control monovariable, para la que reservan la palabra *diseño*. La **síntesis** de un control multivariable centralizado se plantea como un problema de optimización de alguna función objetivo o norma. Este tipo de problemas son los que resuelven los algoritmos de control cuadrático (LQR y LQG), el control robusto con sus múltiples variantes (H_2 , H_∞ , QFT, etc.), el control predictivo (DMC, GPC, etc.) y las opciones de control inteligente (control borroso, control mediante redes neuronales, etc.). El **diseño** de un control multivariable hace más bien referencia a metodologías que intentan eliminar o reducir la interacción del sistema, entre las que se encuentran las redes de desacoplo o compensadores, el control por desacoplo implícito, el control por modelo interno (IMC), etc.

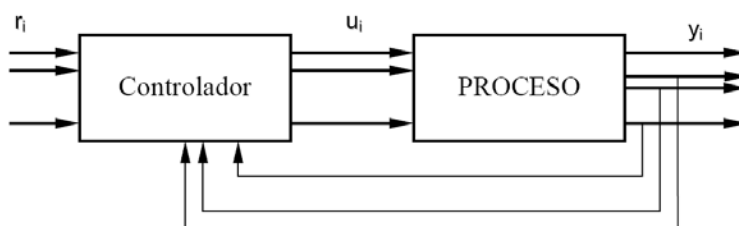


Figura 2.2: Control centralizado

- Control descentralizado o multi-lazo: corresponde a un sistema de control compuesto por controladores realimentados independientes que interconectan un subconjunto de variables de salida con otro subconjunto de variables de entrada. Estos subconjuntos no lo usa ningún otro controlador. En definitiva, trata al sistema multivariable de n variables de entrada como n sistemas SISO, aunque en el diseño de los controladores sí se tenga en cuenta la presencia de interacciones entre los distintos subsistemas monovariables. Este tipo de control es el más frecuente en la industria por su sencillez de implementación y ha recibido una considerable atención por muchos autores como en (Luyben, 1986, Zhuang & Atherton, 1994, Palmor et al., 1995, Halevi et al., 1997, Ho & Xu, 1998, Vázquez et al., 1999, Xiong & Cai, 2006, Nie et al., 2011, Huang et al., 2003, Zhang et al., 2002, Luan Vu & Lee, 2010, He et al., 2006, Toh & Devanathan, 1993), por citar solo algunos. En la Figura 2.3 se muestra un ejemplo de control descentralizado para un sistema multivariable con tres entradas y tres salidas, donde se ha dejado una variable de salida fuera de los objetivos de control.

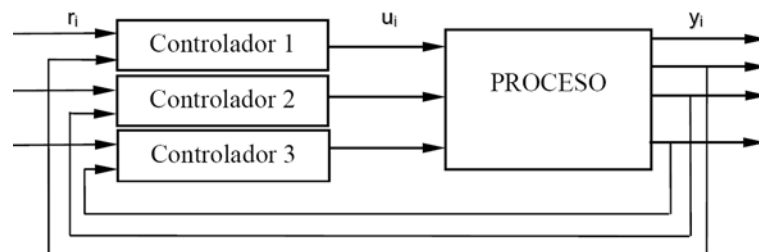


Figura 2.3: Control descentralizado

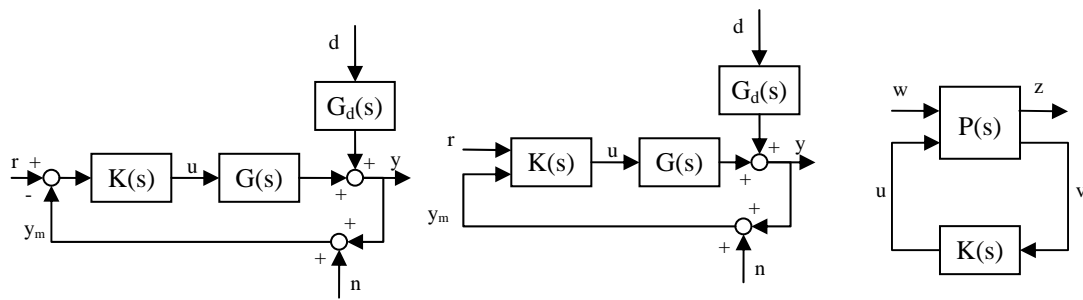
Aunque la decisión de usar control centralizado o descentralizado puede parecer una decisión fácil, no lo es tanto. En cualquier proceso multivariable toda variable manipulada afectará a más de una variable controlada. Y esta influencia, denominada genéricamente interacción, se manifiesta aún más cuando se cierran los lazos de control. Si la interacción es excesiva parece claro que se debe emplear una estrategia como la de la Figura 2.2, ya que no será posible decidir emparejamientos entre variables. Tampoco se podrán emplear técnicas de ajuste propias de sistemas monovariables (SISO) porque la descomposición del sistema MIMO de n entradas y n salidas en n sistemas SISO no estará del todo clara. En estos casos la única posibilidad es rechazar el uso de una

estrategia de control descentralizado y recurrir a una de control multivariable total. Ya decidida la estrategia a emplear, el último paso en el diseño es la elección del tipo de controlador, las limitaciones físicas de éste, etc. y su ajuste final.

2.1.3. Configuraciones de control

Cualquier sistema de control realimentado, monovariable o multivariable, admite configuraciones muy diversas, pero en general, se pueden clasificar en tres tipos (Skogestad & Postlethwaite, 2005): configuración con un grado de libertad, configuración con dos grados de libertad y configuración general. Los diferentes esquemas aparecen en la Figura 2.4, donde para el caso multivariable:

- $K(s)$ es la matriz de funciones de transferencia del controlador multivariable, ya sea descentralizado o centralizado,
- $G(s)$ es el modelo del proceso,
- $G_d(s)$ es el modelo de las perturbaciones,
- y es el vector de variables controladas,
- r es el vector de señales de referencia,
- d es el conjunto de perturbaciones,
- n es el conjunto de señales de ruido sobre las variables controladas,
- y_m es el vector de medida de las variables controladas,
- u es el vector de variables manipuladas,
- $P(s)$ es un modelo de planta generalizado que incluye a $G(s)$, $G_d(s)$ y la estructura de conexiones entre el proceso y el controlador,
- w es el conjunto de entradas externas al proceso (perturbaciones y ruidos),
- z es el conjunto de señales que se sacan al exterior con diversos fines (supervisión, optimización, etc.), y
- v son las entradas al controlador en la configuración general.



a) Configuración con un grado de libertad b) Configuración con dos grados de libertad c) Configuración general

Figura 2.4: Configuraciones de control

La configuración con un grado de libertad utiliza explícitamente la señal de error entre la referencia y la salida medida como entrada al controlador. Se dice que existe un sólo grado de libertad pues el diseño del controlador puede ser bueno para cambios en la referencia y malo para cambios en las perturbaciones, siendo difícil guardar un cierto equilibrio. En la configuración con dos grados de libertad, el controlador está formado como conjunto de dos matrices: un prefiltro $K_r(s)$ para las señales de referencia y un controlador $K_y(s)$ para el lazo de realimentación. Con esta configuración es posible tener un buen desempeño tanto para cambios en las señales de referencia como para cambios en las perturbaciones, simultáneamente. La configuración general incluye como caso particular a las dos anteriores y a cualquier otra configuración que incorpore bloques *feedforward* y bloques de estimación.

Las metodologías desarrolladas en la presente tesis se aplican a procesos cuadrados, es decir, con igual número de entradas y salidas, y se basan en una configuración con un grado de libertad y realimentación unitaria como la mostrada en el caso *a* de la Figura 2.4. A partir de esta configuración, la respuesta en lazo cerrado vendrá dada por (2.1), donde S es la función de sensibilidad y T la función de sensibilidad complementaria.

$$y = (I + G \cdot K)^{-1} G \cdot K \cdot r + (I + G \cdot K)^{-1} G_d \cdot d - (I + G \cdot K)^{-1} G \cdot n$$

$$y = T \cdot r + S \cdot G_d \cdot d - T \cdot n \tag{2.1}$$

2.1.4. Estabilidad y robustez

La primera condición que un controlador K debe cumplir para ser estable es que ninguno de sus elementos debe tener polos en el semiplano derecho. Una vez asegurada

la estabilidad del controlador, y usando una configuración con realimentación unitaria y un grado de libertad, la estabilidad interna del sistema en lazo cerrado se conseguirá si y solo si, todos los elementos de la matriz (2.2) tienen todos sus polos en el semiplano izquierdo, y además, no hay cancelaciones en $G \cdot K$ entre ceros y polos en el semiplano derecho (Skogestad & Postlethwaite, 2005).

$$\begin{bmatrix} (I + K \cdot G)^{-1} & -K \cdot S \\ S \cdot G & S \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Una de las formas de evaluar la robustez de un controlador es mediante un análisis del valor singular estructurado (SSV o μ) para diferentes tipos de incertidumbres. Podemos tener incertidumbre estructurada o no estructurada, aditiva, multiplicativa o multiplicativa inversa, a la salida o a la entrada, etc. Una de las más comunes es la incertidumbre multiplicativa diagonal a la entrada. Para su análisis se utilizaría un esquema como el de Figura 2.5, donde Δ_I es la incertidumbre a la entrada, y W_I y W_P son los pesos diagonales para la incertidumbre y las especificaciones, respectivamente.

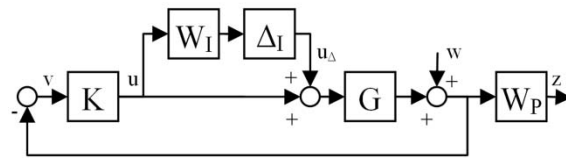


Figura 2.5: Sistema con incertidumbre multiplicativa a la entrada y medida de las especificaciones a la salida

Para alcanzar estabilidad robusta (RS), la condición necesaria y suficiente (Skogestad & Postlethwaite, 2005) y que se debe cumplir a cualquier frecuencia ω es:

$$\mu_{RS} = \mu[-W_I(s) \cdot T_I(s)] < 1 \quad \forall \omega \quad (2.3)$$

donde μ es el valor singular estructurado y $T_I = K \cdot G \cdot (I + K \cdot G)^{-1}$ es la función de sensibilidad complementaria a la entrada. Para evaluar si el sistema en lazo cerrado respetará las especificaciones deseadas incluso en presencia de incertidumbre multiplicativa diagonal a la entrada, es decir, tendrá desempeño robusto (RP), la condición necesaria y suficiente (Skogestad & Postlethwaite, 2005) es:

$$\mu_{RP} = \mu \left[\begin{array}{cc} -W_I(s) \cdot T_I(s) & -W_I(s) \cdot K(s) \cdot S(s) \\ W_p(s) \cdot S(s) \cdot G(s) & W_p(s) \cdot S(s) \end{array} \right] < 1 \quad \forall \omega \quad (2.4)$$

2.2. MEDIDAS DE INTERACCIÓN

Como se ha comentado anteriormente, la dificultad de controlar un proceso multivariable no reside solo en el número de variables, sino más bien en la interacción que existe entre ellas. Este grado de interacción determinará si la estrategia de control a seleccionar para controlar el proceso será descentralizada o centralizada. Por lo tanto, es necesario disponer de medidas de interacción que ayuden a tomar dicha decisión. A continuación se comentan brevemente algunas de las medidas más ampliamente utilizadas.

2.2.1. Matriz de Ganancias Relativas (RGA)

Desde que en (Bristol, 1966) se presentara la matriz de ganancias relativas o RGA, ésta se ha convertido en una de las medidas más extendidas para cuantificar la interacción de un proceso multivariable. Si bien inicialmente solo implicaba consideraciones en estado estacionario, también se puede usar una RGA dinámica dependiente de la frecuencia. La RGA de una matriz compleja y no singular G es otra matriz compleja definida de la siguiente manera:

$$RGA(G) = G \times (G^{-1})^T \quad (2.5)$$

donde \times denota el producto elemento a elemento (o producto Hadamard).

Aunque algunos autores opinan que la RGA es solo una técnica heurística sin una base teórica fuerte, se han establecido conexiones rigurosas entre la RGA y la estabilidad para sistemas TITO a partir de sus funciones de transferencia (Skogestad & Havre, 1996). Sin entrar en mucho detalle y considerando la interpretación original de la RGA en estado estacionario (McAvoy, 1983), cada elemento λ_{ij} representa el efecto que sobre la ganancia del proceso entre la variable controlada y_i y la variable manipulada u_j , tiene el hecho de cerrar todos los demás lazos de control (que deben ser estables y con integrador). Por tanto, el valor numérico de λ_{ij} es una medida del grado de interacción que los demás lazos de control tienen sobre el lazo de control que emparejaría u_j con y_i . Si $\lambda_{ij} = 1$, la ganancia del proceso vista desde la entrada u_j a la salida y_i es la misma

cuando todos los demás lazos de control están abiertos que cuando están cerrados. Esto indica que no existe interacción, al menos sobre el estado estacionario, entre el lazo analizado y los demás. Cuanto más se desvíe el valor λ_{ij} de la unidad, mayor será el grado de interacción de los lazos de control. Si la RGA fuera la matriz identidad no habría interacción. A continuación se resumen algunas otras propiedades de control de la RGA:

- Grandes elementos de la RGA (típicamente, mayores que 5 - 10) a frecuencias importantes para el control, indican que la planta es especialmente difícil de controlar por la fuerte interacción y la sensibilidad a incertidumbre en la entrada. En estos casos, si se usan controles basados en la inversa, como el control por desacoplo, éstos deben aplicarse con precaución (Skogestad & Morari, 1987).
- Si el signo de un elemento de la RGA cambia a medida que nos movemos desde $s = 0$ hasta $s = \infty$, entonces hay un cero RHP en G o en algún subsistema de G .
- En control descentralizado, la RGA se utiliza para solucionar los problemas de selección de variables y de emparejamiento (Cao & Biss, 1996, Zhu, 1996). Se prefieren aquellos emparejamientos cuyos elementos correspondientes de la RGA estén próximos a la unidad en las frecuencias de interés. Se deben evitar, si es posible, emparejamientos asociados a elementos negativos en la RGA en estado estacionario.

2.2.2. Valores singulares

La descomposición en valores singulares (SVD) de una matriz compleja G ($m \times n$) consiste en expresarla como producto de tres matrices $G = U \cdot \Sigma \cdot V^H$, donde U es una matriz ortonormal ($m \times m$), cuyas columnas representan los vectores singulares de salida o por la izquierda u_i , V es una matriz ortonormal ($n \times n$), cuyas columnas representan los vectores singulares de entrada o por la derecha v_i , y Σ es una matriz diagonal ($m \times n$) de escalares no negativos σ_i ordenados en orden descendente y llamados valores singulares (Deshpande, 1989). Los valores singulares son iguales a los autovalores de la matriz $G \cdot G^H$, donde G^H es la matriz transpuesta conjugada de G . Matemáticamente, la matriz G es descompuesta en una matriz de rotación de entrada V , una matriz de escalado Σ y una rotación de salida U .

La descomposición en valores singulares aporta una gran información sobre la direccionalidad y las ganancias de la planta para una frecuencia dada. Por ejemplo, si consideramos un vector de entrada en la dirección de v_i , la salida estará en la dirección del vector u_i , y además, la ganancia de la planta en dicha dirección será igual a σ_i . La mayor ganancia en cualquier dirección de entrada es igual al máximo valor singular σ_l (representado por $\bar{\sigma}$), y la menor ganancia es igual al mínimo valor singular (representado por $\underline{\sigma}$). De manera similar, el vector de entrada $v_l = \bar{v}$ estaría asociado a la dirección de entrada con mayor amplificación, y $u_l = \bar{u}$ con la correspondiente dirección de salida máxima. El vector de entrada y salida de menor ganancia vendrían dados por \underline{v} y \underline{u} . Si la ganancia varía mucho en función de la dirección de entrada, se dice que el sistema tiene una fuerte direccionalidad (Skogestad et al., 1988).

La descomposición en valores singulares de la matriz del proceso a una frecuencia determinada también da información sobre la interacción de la planta a dicha frecuencia. En ausencia de interacción, cada vector de salida debería apuntar a una única variable controlada, y cada vector de entrada a una sola variable manipulada.

Además, hay que destacar que en sistemas MIMO, el máximo valor singular también es muy útil en relación al análisis del rendimiento y robustez en el dominio de la frecuencia, ya que permite generalizar conceptos y resultados del caso monovariable asociados a la ganancia del sistema.

2.2.3. Número de condición

El número de condición de una matriz G se define como el cociente entre los valores singulares máximo y mínimo.

$$\gamma(G) = \bar{\sigma}(G)/\underline{\sigma}(G) \quad (2.6)$$

Si el número de condición es grande se dice que la planta está mal condicionada, indicando que puede haber gran sensibilidad a la incertidumbre, aunque no siempre necesariamente. Sin embargo, si el número de condición es pequeño, sí se puede decir que los efectos de la incertidumbre no serán muy serios. A diferencia de la RGA, el número de condición depende fuertemente del escalado de las salidas y entradas de la

planta, por lo que generalmente se trabaja con el número de condición minimizado para todas las posibles escalas.

Un número de condición grande (esto es, mayor que 10) a una frecuencia determinada, puede indicar dificultades de control en torno a dicha frecuencia. Si tras intentar reducir el número de condición con un escalado adecuado, éste sigue siendo alto, puede ocurrir que sea causado por un valor pequeño de $\underline{\sigma}(G)$, lo que generalmente es indeseable. Por otro lado, si es provocado por un valor grande de $\bar{\sigma}(G)$, no es necesariamente un problema. El número de condición suele utilizarse en combinación con la RGA, como muestran ejemplos en (Skogestad et al., 1988, Skogestad & Havre, 1996). Un alto número de condición puede significar que la planta tiene un número de condición minimizado grande, lo que puede venir asociado a una RGA con grandes elementos, indicando que la planta es difícil de controlar y sensible a incertidumbre a la entrada.

2.3. CONTROL POR DESACOPLO

Una vez decidido el uso de un control centralizado debido a la presencia de importantes interacciones en el sistema, existen varias formas de abordarlo, como se ha comentado en el apartado 2.1.2. Las metodologías centralizadas de control multivariable en las que se centra el presente trabajo, son aquellas que buscan el desacoplamiento entre las variables controladas y las señales de referencia, y que utilizan una configuración con un grado de libertad. Se asume que el modelo del proceso viene dado por una matriz cuadrada de funciones de transferencia $G(s)$ no singular y que ninguno de sus elementos tiene polos en el semiplano derecho. Estas técnicas se engloban en el **control por desacoplo**, el cual básicamente se puede enfocar de dos formas: usando una red de desacoplo y un controlador diagonal, o utilizando un controlador puramente centralizado.

La Figura 2.6 muestra el esquema general de un sistema de control combinando red de desacoplo y controlador diagonal, donde $G(s)$, $D(s)$ y $C(s)$ son las matrices de funciones de transferencia $n \times n$ del proceso, la red de desacoplo y el controlador diagonal, respectivamente. El producto del proceso original y la red de desacoplo conformaría el nuevo proceso aparente: $Q(s) = G(s) \cdot D(s)$. El bloque compensador $D(s)$,

o red de desacoplamiento, se diseña con la intención de eliminar, o al menos reducir, las interacciones del proceso, de tal manera que el controlador descentralizado $C(s)$ manipule las variables v_i en lugar de las variables u_i . Con esta configuración se pretende que el controlador vea al nuevo proceso aparente $Q(s)$ como un conjunto de n procesos totalmente independientes o con mucha menos interacción, para los cuales se diseñaría el control descentralizado $C(s)$ mediante técnicas de ajuste monovariable bien establecidas (Åström & Hägglund, 1984, Hägglund & Åström, 2004, Morilla & Dormido, 2000, Rivera et al., 1986, Ho et al., 1995). El controlador multivariable resultante de este diseño estaría compuesto por el control diagonal y la red de desacoplo.

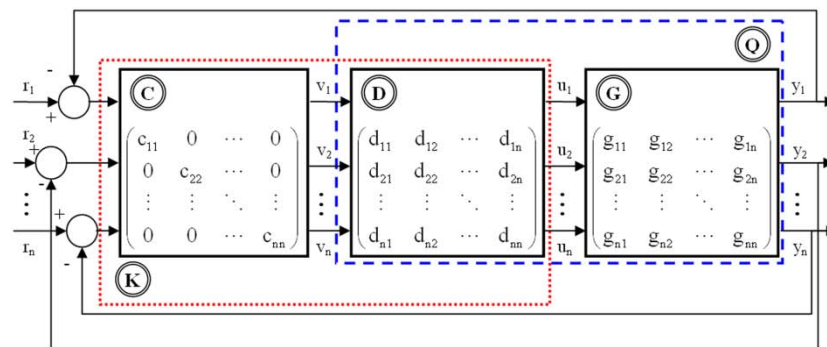


Figura 2.6: Sistema de control combinando red de desacoplamiento y controlador descentralizado

Este enfoque ha recibido la atención de los investigadores desde hace varios años (Ogunnaike & Harmon Ray, 1994, Shinskey, 1979, Goodwin et al., 2001, Waller et al., 2003, Skogestad & Postlethwaite, 2005). Algunas redes de desacoplo son estáticas (Åström et al., 2002, Lee et al., 2005, Ho & Xu, 1998, González et al., 2011b) y solo desacoplan el sistema en estado estacionario (en $s = 0$). El desacoplo estático consigue que $Q(0)$ sea diagonal, pero eso solo garantiza la eliminación de interacción a bajas frecuencias, lo cual puede no ser suficiente. Otros autores (Waller, 1974, Wang et al., 2000, Vázquez & Morilla, 2002, Huang & Lin, 2006, Nordfeldt & Hägglund, 2006, Tavakoli et al., 2006, Cai et al., 2008, Jevtovic & Matausek, 2010, Shiu & Hwang, 1998, González et al., 2011a) proponen redes de desacoplo dinámicas que intentan eliminar la interacción en todo el rango de frecuencias o un intervalo de interés, donde hacen diagonal a la matriz $Q(s)$. En otras ocasiones se diseña un desacoplo aproximado a la frecuencia ω_o , de tal manera que $Q(j\omega_o)$ es diagonal; generalmente esta frecuencia

está relacionada con el ancho de banda, ya que se obtienen mayores efectos sobre la respuesta al eliminar la interacción a dicha frecuencia. En todos los casos anteriores, también se puede hablar de desacoplo parcial cuando se trata de encontrar una matriz $D(s)$ tal que $Q(s)$ sea una matriz triangular superior o triangular inferior, en vez de diagonal (Gilbert et al., 2003).

Por otro lado, la Figura 2.7 representa un sistema de control puramente centralizado, donde $K(s)$ es un controlador $n \times n$ que trabaja como un bloque único para controlar las diferentes señales y reducir las interacciones. Propuestas más recientes como (Lieslehto, 1996, Wang, 2003, Liu et al., 2007, Morilla et al., 2008, Garrido et al., 2009, Zhang et al., 2006) diseñan el controlador $K(s)$ con el objetivo de que la matriz de funciones de transferencia en lazo cerrado $T(s) = G(s) \cdot K(s) \cdot [I + G(s) \cdot K(s)]^{-1}$ sea una matriz diagonal en un ancho de banda deseado. Como este objetivo está asegurado si la matriz de funciones de transferencia en lazo abierto $L(s) = G(s) \cdot K(s)$ es una matriz diagonal, las técnicas que se emplean para calcular $K(s)$ son muy similares a las que se emplean para calcular la red de desacoplo $D(s)$. De hecho, una forma de obtener el controlador multivariable $K(s)$ es mediante el producto de la red de desacoplo $D(s)$ y el control descentralizado $C(s)$, en cuyo caso, se hablará de control por desacoplo explícito. Por el contrario, si $K(s)$ se diseña directamente como proponen la mayoría de los autores anteriores, se hablará de control por desacoplo implícito. En cualquier caso, la complejidad de los elementos del controlador resultante $K(s)$ puede ser muy diferente según la metodología y el proceso a controlar. Algunos métodos, como (Wang et al., 2002, Wang et al., 2003, Liu et al., 2007) originan elementos de alto orden y gran complejidad. Sin embargo, los controladores PID llevan controlando las aplicaciones industriales desde hace más de sesenta años y son más aceptados en las aplicaciones prácticas que otros controles más avanzados, a menos que el control PID no pueda cumplir las especificaciones exigidas. Por esta razón, en varias metodologías como (Lieslehto, 1996, Wang et al., 1996, Wang et al., 1997, Zhang et al., 2006, Xiong et al., 2007, Morilla et al., 2008, Garrido et al., 2009, Menani & Koivo, 1996), los elementos del controlador final $K(s)$ son controladores PID, ya sea de forma directa o por aproximación. Por tanto, el control final es un control PID multivariable, o también control centralizado PID por desacoplo.

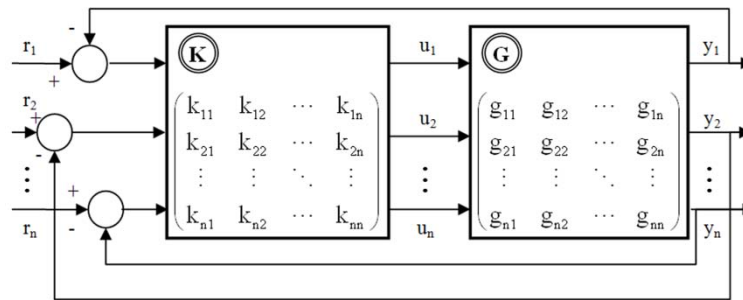


Figura 2.7: Sistema de control puramente centralizado

2.3.1. Métodos de desacoplo o compensación

La esencia del desacoplo es la imposición de una red de cálculo que cancele la interacción existente en el proceso, permitiendo el control independiente de los lazos. A continuación se describen los tipos más conocidos de desacoplo.

Supóngase un sistema 2×2 en el que la RGA indica que existen problemas de interacción severa. Si uno de los lazos se desconecta, la interacción desaparece. Como alternativa se puede sintonizar muy suavemente de forma que esté casi en manual, por ejemplo, reduciendo las ganancias proporcionales, es decir **desintonizar**. Sin embargo, un ajuste suave producirá un mal rendimiento que puede no ser tolerable desde un punto de vista económico. Por lo tanto este sistema de desacoplo no tiene interés práctico.

Otra de las formas más simples de eliminar la interacción es realizando un **cambio de variable** entre las variables manipuladas y/o controladas. Este cambio implica frecuentemente el uso de funciones de las variables originales. Por ejemplo, una suma o un cociente de variables manipuladas podría usarse para controlar una suma o una diferencia de las variables controladas. En parte, este enfoque es más un arte que una técnica. Sin embargo, un buen conocimiento del proceso puede tener un valor incalculable al sugerir qué combinación de variables debe usarse.

Hay ciertos casos en los que, con un emparejamiento de variables adecuado, se puede llegar a tener de forma inherente un buen **desacoplo por escala de tiempo**. Por ejemplo, en un sistema 2×2 si los elementos de la diagonal del proceso tienen unas constantes de tiempo mucho más rápidas que los elementos de la diagonal no principal, puede ser aconsejable escoger dicho emparejamiento aunque no esté recomendado por

la RGA. Esto es debido a que los lazos de control podrán responder más rápidamente y aunque no se consiga un desacoplo totalmente perfecto, podrán rechazar rápidamente las interacciones, que aparecerán como si fueran perturbaciones con una dinámica más lenta, sin necesidad de un compensador (Ogunnaike & Harmon Ray, 1994).

Otros autores han optado por utilizar el concepto de dominancia diagonal y plantean la compensación multivariable como un paso para conseguir la dominancia diagonal de $Q(s)$, esto es, del conjunto formado por el compensador $D(s)$ y el proceso $G(s)$. La medida más característica de la dominancia por columna de un proceso $n \times n$ son las n respuestas en frecuencia obtenidas como

$$\frac{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n |q_{ij}(j\omega)|}{|q_{jj}(j\omega)|}, \quad (2.7)$$

a partir de las cuales se afirma que un proceso es dominante si todas las respuestas están por debajo de los 0 dB, y el grado de dominancia es mayor cuanto menor sean los valores de estas respuestas. Las bandas de Gersghorin pueden servir para analizar la dominancia diagonal de un proceso (Rosenbrock, 1974). Es normal que la compensación dinámica por dominancia diagonal se formule como un problema de optimización en donde se intenta diagonalizar el sistema a varias frecuencias. Concretamente, se define como el problema de encontrar los elementos $d_{ij}(s)$ del compensador $D(s)$ tal que todas las funciones escalares de dominancia por columna del conjunto formado por el compensador y el proceso, definidas por (2.8), alcancen el mínimo valor posible.

$$J_j = \frac{\sum_{k=1}^N p_k \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}} |q_{ij}(j\omega)|}{\sum_{k=1}^N p_k |q_{jj}(j\omega)|} \quad (2.8)$$

En esta expresión N representa el número de frecuencias en los que se ha evaluado la dominancia por columna y p_k es un vector de pesos para que cada frecuencia tenga un peso diferente. Para resolver este problema de optimización es

imprescindible poner ciertas limitaciones al orden de los elementos del compensador o fijar una estructura típica para todos ellos (Maciejowski, 1989).

Otra posibilidad de obtención de desacoplo, consiste en aprovechar las propiedades ortonormales de las matrices U y V de la descomposición en valores singulares (Deshpande, 1989, Brambilla & D'Elia, 1992) de la matriz de ganancias en estado estacionario del proceso $G(0)$. Consiste en colocar la matriz de valores singulares por la izquierda U^T entre el proceso y el controlador y la matriz de valores singulares por la derecha V entre el controlador y el proceso, con el objetivo de realizar los cambios de coordenadas correspondientes de tal manera de que, al menos en el estado estacionario, el controlador descentralizado $K_d(s)$ vea al proceso como un conjunto de n ganancias independientes (los n valores singulares de $G(0)$). En (Hovd et al., 1997) se utiliza esta metodología en el contexto de control robusto (síntesis μ).

Pero, sin desmerecer las técnicas anteriores, el desacoplo más ampliamente utilizado es el descrito en el apartado siguiente, que es el que se trata en esta tesis.

2.3.1.1. Desacoplo lineal

El desacoplo lineal puede considerarse como una combinación de variables manipuladas, donde según el esquema de la Figura 2.6, la red de desacoplamiento es una matriz de funciones de transferencia $D(s)$ que se diseña de tal forma que la combinación proceso más desacoplo mantenga los lazos de control como si fueran independientes. Así pues, asumiendo que se busca la eliminación completa de interacción, el desacoplo perfecto se puede plantear en los siguientes términos: dado un proceso multivariable descrito por la matriz de funciones de transferencia $G(s)$, encontrar la matriz $D(s)$ tal que el conjunto formado por el compensador y el proceso, que notaremos como $Q(s)$, sea una matriz diagonal:

$$G(s) \cdot D(s) = Q(s) = \begin{pmatrix} q_1(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_n(s) \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Existen diferentes formas de implementar la red de desacoplo $D(s)$ mediante bloques elementales SISO. La forma convencional, representada para el caso 2×2 en la Figura 2.8, reproduce fielmente la estructura matricial; donde para facilitar la notación se ha obviado el operador de Laplace. Cada bloque elemental $d_{ij}(s)$ está asociado a un elemento de la matriz $D(s)$. Esta forma de compensación se conoce como desacoplo convencional o desacoplo directo porque las salidas del controlador diagonal $C(s)$ viajan hacia las entradas del proceso u_i de forma directa a través de los bloques $d_{ij}(s)$.

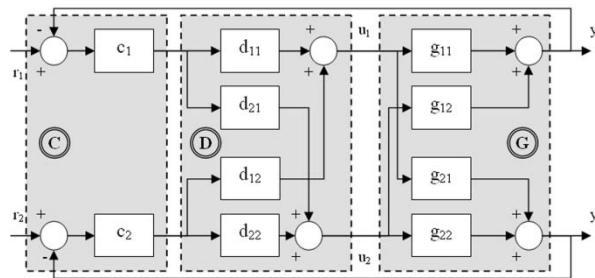


Figura 2.8: Sistema de control mediante desacoplo convencional de un proceso TITO

En general, el diseño de la red de desacoplo convencional se puede obtener a partir de la expresión (2.10), donde para un proceso $n \times n$ se tienen n grados de libertad que o bien se utilizan para fijar n elementos de desacoplamiento de $D(s)$, o bien para especificar las n funciones de transferencia deseadas del proceso diagonal aparente $Q(s)$.

$$D(s) = G(s)^{-1} \cdot Q(s) \quad (2.10)$$

Si se considera un proceso 2×2 , donde nuevamente por comodidad se obvia el operador s de Laplace, la matriz de compensación será también una matriz 2×2 ; y en serie con el proceso se obtendrá el siguiente proceso aparente:

$$Q = G \cdot D = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11}d_{11} + g_{12}d_{21} & g_{11}d_{12} + g_{12}d_{22} \\ g_{21}d_{11} + g_{22}d_{21} & g_{21}d_{12} + g_{22}d_{22} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Para conseguir un desacoplo perfecto a todas las frecuencias solo hay que elegir los $d_{ij}(s)$ de tal forma que se anulen los términos de fuera de la diagonal, así pues:

$$g_{21}d_{11} + g_{22}d_{21} = 0 \quad \text{y} \quad g_{11}d_{12} + g_{12}d_{22} = 0 \quad (2.12)$$

Estamos ante un problema con dos ecuaciones y cuatro incógnitas, $d_{11}(s)$, $d_{12}(s)$, $d_{21}(s)$ y $d_{22}(s)$. Por tanto, se tienen dos grados de libertad que se pueden usar en fijar dos

elementos de la red de desacoplo y calcular el resto. Un procedimiento habitual, que ha recibido considerable atención tanto en la teoría de control como en la práctica industrial, es el **desacoplo simplificado**, que consiste en fijar los elementos de la diagonal de $D(s)$ a la unidad (Waller, 1974, Ogunnaike & Harmon Ray, 1994, Waller et al., 2003). Por tanto, la matriz de desacoplo $D(s)$ vendría dada por (2.13), obteniendo el proceso aparente (2.14).

$$D(s) = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} \\ -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$Q(s) = G(s) \cdot D(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) - \frac{g_{21}(s) \cdot g_{12}(s)}{g_{22}(s)} & 0 \\ 0 & g_{22}(s) - \frac{g_{21}(s) \cdot g_{12}(s)}{g_{11}(s)} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

También se consigue el desacoplo dinámico perfecto con la siguiente elección de elementos para la red de compensación:

$$D(s) = \begin{pmatrix} g_{22}(s) & -g_{12}(s) \\ -g_{21}(s) & g_{11}(s) \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Esta elección no es la más conveniente, porque la red resultante presenta a priori la misma complejidad que la matriz de funciones de transferencia del proceso. El inconveniente se resuelve cuando es posible una posterior simplificación de la red de desacoplo, basada en que la red de desacoplo debe introducir únicamente los retardos y la dinámica estrictamente imprescindibles. La simplificación se realiza eliminando de los elementos de una misma columna de la red, todos los retardos, ceros y polos comunes (Nordfeldt, 2005, Nordfeldt & Hägglund, 2006). Tras esta simplificación, se puede representar la red de **desacoplo de Nordfeldt** por (2.16). Las correspondientes dos funciones de transferencia del proceso aparente serían las mostradas en (2.17).

$$D_N = \begin{pmatrix} g_{22N} & -g_{12N} \\ -g_{21N} & g_{11N} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$Q = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{22N} - g_{12} & g_{21N} & 0 \\ 0 & -g_{21} & g_{12N} + g_{22} & g_{11N} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Otra forma de proceder es fijar el proceso aparente $Q(s)$ y calcular $D(s)$ a partir de (2.10), de tal forma que $q_1(s)$ y $q_2(s)$ pasan de ser una consecuencia a ser especificaciones. Una de las elecciones más extendidas es conocida como **desacoplo ideal** (Waller, 1974) o como **desacoplo generalizado** en (Ogunnaike & Harmon Ray, 1994). Consiste en especificar la diagonal del proceso original $G(s)$ como proceso aparente deseado. Por tanto, se obtiene:

$$D_G = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}} \begin{pmatrix} g_{22}g_{11} & -g_{12}g_{22} \\ -g_{21}g_{11} & g_{11}g_{22} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

$$Q = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

A la vista de las ecuaciones de (2.13) a (2.19), se puede afirmar que el desacoplo directo o convencional involucra ciertas restricciones entre sus elementos y entre las funciones de transferencia del proceso aparente. De manera que la simplicidad en los elementos del desacoplo puede provocar mayor complejidad en las funciones de transferencia del proceso aparente, y viceversa. En general, las funciones de transferencia aparentes tienen mayor complejidad que los elementos individuales del proceso.

Por último, otra forma alternativa de desacoplamiento, raramente nombrada en la literatura (Wade, 1997, Gagnon et al., 1998, Chen & Zhang, 2007, Zheng et al., 2004, Vrancic, 2011), es el **desacoplo inverso**, el cual utiliza una compensación con estructura realimentada. En la Figura 2.9 se muestra una posible configuración para el caso 2×2 . En este tipo de red hay n bloques (en procesos $n \times n$) que forman un camino directo entre las salidas del controlador diagonal $C(s)$ y las entradas del proceso u_i , mientras que el resto de bloques realimentan positivamente de forma cruzada las señales u_i . En este caso no existe una correspondencia directa entre los bloques elementales y los elementos de la matriz $D(s)$ resultante, aunque por comodidad se muestre la misma notación $d_{ij}(s)$ que en el desacoplo directo. Los elementos de desacoplamiento están dados por (2.20) y el proceso aparente por (2.21). Por tanto, se pueden obtener

elementos de desacoplamiento tan sencillos como en el desacoplo simplificado, al mismo tiempo que se consiguen procesos aparentes tan simples como en el desacoplo ideal. Además de ello, presenta importantes ventajas de implementación. En (Gagnon et al., 1998) se detalla una comparación de los desacoplos simplificado, ideal e inverso.

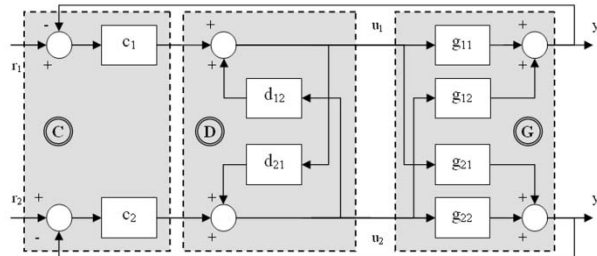


Figura 2.9: Sistema de control mediante desacoplo inverso de un proceso TITO

$$d_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}} \quad y \quad d_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}} \quad (2.20)$$

$$Q = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Hasta ahora se ha planteado el cálculo del desacoplo como un problema puramente matemático, pero para llevarlos a la práctica hay que garantizar que los elementos d_{ij} calculados sean físicamente realizables y sean estrictamente estables. Por tanto, dado un proceso concreto, es posible que determinadas opciones de desacoplo no sean realizables, y ni siquiera lo sean cambiando las especificaciones de los procesos aparentes. En general hay que evitar elementos con retardos de tiempo positivos, o con polos RHP, o cuyo numerador sea de orden superior al denominador, esto es, impropios. Pero además, hay que comprobar la realizabilidad de la red de desacoplo en su conjunto. Por ejemplo, por problemas de estabilidad, el desacoplo inverso resulta inestable si el determinante del proceso original $G(s)$ tiene ceros RHP, al igual que en el desacoplo ideal.

2.3.1.2. Ventajas e inconvenientes del desacoplo

En los apartados anteriores se han comentado algunas ventajas del desacoplo, entre las que a modo de resumen podemos destacar las siguientes:

- Puede llegar a eliminar total (desacoplo perfecto) o parcialmente las interacciones entre las variables del proceso.
- En ciertos casos, permite elegir o especificar las funciones aparentes entre las salidas y las nuevas entradas del proceso.
- Normalmente, si el sistema está desacoplado, se simplifica el cálculo y la realización de posibles controladores *feedforward*.

Pero el diseño de las redes de desacoplo presenta en general una serie de inconvenientes:

- Es muy sensible a los errores de modelado y a las incertidumbres. De ahí la opinión de ciertos investigadores (Wang, 2003) de que es preciso avanzar en técnicas que conduzcan a control multivariable por desacoplo robusto.
- No garantiza un buen rechazo a las perturbaciones. Por ello, si se quiere garantizar un buen compromiso entre el seguimiento de consignas y el rechazo a las perturbaciones es conveniente acudir a la estructura de control multivariable con dos grados de libertad.
- A los ceros de transmisión que pudiera tener el proceso se suman los ceros del compensador.
- Hay serias dificultades para tratar sistemas con retardos. Algunas dificultades se pueden salvar utilizando aproximaciones analíticas de los retardos o utilizando técnicas de reducción de modelos. Pero la mejor opción debería pasar por incluir en el modelo del proceso sólo aquellos retardos que sean estrictamente necesarios.

Algunos de estos inconvenientes se pueden eliminar aplicando desacoplos parciales, cuyo diseño e implementación es muy similar al de los controladores *feedforward*.

2.3.2. Control centralizado por desacoplo

El control centralizado por desacoplo utiliza el esquema de la Figura 2.7. Anteriormente se puso de manifiesto que el diseño de una red de compensación $D(s)$ se puede encadenar con el diseño (o ajuste) de un controlador diagonal $C(s)$ para dar lugar a un controlador multivariable $K(s) = D(s) \cdot C(s)$. En cambio, otros autores (Wang et al., 2000, Wang et al., 2003) apuestan por diseñar directamente el controlador $K(s)$ con la intención de obtener un sistema desacoplado. Ambas metodologías tienen muchas cosas en común. Se hablará de diseño por desacoplo explícito en el primer caso y diseño por desacoplo implícito en el segundo.

En el **control por desacoplo explícito**, el controlador centralizado $K(s)$ resultante es función de la técnica de desacoplo utilizada. Así por ejemplo, si en un proceso TITO se usa un desacoplo simplificado, el controlador $K(s)$ sería:

$$K = \begin{pmatrix} c_1 & -\frac{g_{12}}{g_{11}} c_2 \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} c_1 & c_2 \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

donde $c_1(s)$ y $c_2(s)$ son controladores diseñados mediante alguna técnica monovariable, para las respectivas funciones de transferencia $q_1(s)$ y $q_2(s)$. En definitiva, para este caso concreto, la naturaleza de las dos componentes, $k_{11}(s)$ y $k_{22}(s)$, de la diagonal del controlador multivariable está en manos del diseñador, y vendrá condicionada por las componentes del proceso a través de las funciones de transferencia monovariadas $q_1(s)$ y $q_2(s)$ de los procesos aparentes. Mientras que la naturaleza de las componentes $k_{21}(s)$ y $k_{12}(s)$ es consecuencia de un cálculo, y estará condicionada por las componentes del proceso y por la otra componente de la misma columna, en este caso $k_{11}(s)$ o $k_{22}(s)$.

El **control por desacoplo implícito** se puede plantear en los siguientes términos: dado un proceso multivariable, descrito por la matriz de funciones de transferencia $G(s)$, encontrar la matriz $K(s)$ tal que la matriz de funciones del lazo cerrado, o también conocida como sensibilidad complementaria $T(s)$, sea una matriz diagonal. Para ello hay diversas metodologías; a continuación se describen brevemente algunas de ellas.

Algunos trabajos como (Lieslehto, 1996, Nissinen et al., 1996) plantean adaptaciones al caso multivariable de técnicas SISO basadas en la teoría del control por modelo interno (IMC). Así dividen el diseño MIMO en dos tareas distintas: por un lado diseñar controladores SISO para cada uno de los emparejamientos entrada-salida de forma separada, y posteriormente obtener un controlador multivariable a partir de los anteriores mediante ciertas modificaciones. Para adaptar el resultado a controladores PI, se eligen controladores con ecuaciones $k_{ij}(s) = K_{Pij} + K_{Iij} / s$ para cada una de las funciones $g_{ij}(s)$. Esta aproximación se basa en el hecho de que a diferentes frecuencias uno de los términos de $k_{ij}(s)$ es dominante. A bajas frecuencias $k_{ij}(s) \approx K_{Iij} / s$, mientras que a altas frecuencias $k_{ij}(s) \approx K_{Pij}$. Aun así, esta metodología presenta ciertos problemas: si hay retardos es necesario aproximarlos, y el trabajo original no extiende la metodología a sistemas con elementos de orden superior a uno, lo que puede ser una limitación.

Otra adaptación es el método multivariable del relé, que es una extensión del método SISO del relé al diseño de controladores PID multivariables, donde se pretende diseñar una matriz de controladores completa, es decir, que no esté limitada a una forma diagonal. En el trabajo de (Menani & Koivo, 1996) se presenta un procedimiento para determinar las dinámicas de procesos multivariables desconocidos mediante una combinación de cierres de lazos secuenciales y simultáneos. Una vez que se dispone de la respuesta en frecuencia del sistema $G(j\omega)$ se utiliza alguna técnica para sintonizar los PID. En (Menani & Koivo, 1996), por ejemplo se propone

$$K(s) = K_p + K_I / s \quad \begin{cases} K_p = \kappa \cdot G(0)^{-1} \\ K_I = \rho \cdot G(0)^{-1} \end{cases}, \quad (2.23)$$

donde κ y ρ son dos parámetros de ajuste fino. En (Maciejowski, 1989) se sugiere sustituir $G(0)$ por $G(\omega_b)$, donde ω_b es el ancho de banda deseado del sistema.

2.3.2.1. Métodos de Wang

El grupo de investigación de Singapur encabezado por el profesor Q. G. Wang ha desarrollado diversas metodologías relacionadas con el control por desacoplo, siendo uno de los autores más activos en dicho tema.

El método de (Wang et al., 1996) se basa también en el método del relé, pero utiliza sólo tests secuenciales. A partir de los resultados de diferentes experimentos y analizando los resultados mediante la transformada rápida de Fourier, obtiene una representación en frecuencia del proceso, no quedándose de esta forma con sólo los puntos críticos. Una vez identificada la planta, comienza verdaderamente el método de sintonía. El primer paso consiste en definir una matriz de funciones de transferencia en lazo cerrado deseada, que propone ser una matriz diagonal con la forma

$$T(s) = \text{diag} \left(\frac{\omega_{ni}^2}{s^2 + 2\xi\omega_{ni}s + \omega_{ni}^2} \right), \quad (2.24)$$

donde los parámetros del factor de amortiguamiento y de la frecuencia natural están fijados de antemano. A partir de ésta se obtiene la matriz de funciones de transferencia en lazo abierto deseada. Si se utiliza realimentación unitaria ésta es:

$$Q(s) = T(s) \cdot (I - T(s))^{-1} = \text{diag} \left(\frac{\omega_{ni}^2}{s^2 + 2\xi\omega_{ni}s} \right), \quad (2.25)$$

Para obtener los parámetros se realiza un proceso de optimización por mínimos cuadrados que resuelva la ecuación (2.26), ya que se conocen las funciones de transferencia en lazo abierto deseadas y la estructura de los controladores de cada lazo (PID).

$$G(j\omega) \cdot K(j\omega) = G(j\omega) \cdot \begin{bmatrix} I & \frac{I}{j\omega} & j\omega I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix} = Q(j\omega) \quad (2.26)$$

Por el contrario, en otro trabajo (Wang et al., 1997) se usa un método similar al anterior pero mediante tests de relés descentralizados. En éste sólo se busca obtener algunos puntos críticos del sistema, en concreto los valores complejos de $G(s)$ a las frecuencias $\omega = 0$ y $\omega = \omega_c$ (esta frecuencia es la de oscilación), realizando un número adecuado de experimentos. Uno de los principales inconvenientes es suponer que la frecuencia de oscilación será la misma al cerrar sucesivamente todos los lazos mediante un relé, hecho que puede ser una suposición poco real.

Como lo que se pretende es diseñar un controlador de matriz completa de forma que la estructura $G(s) \cdot K(s)$ sea lo más diagonal posible, se trata de hacer

$$G(s) \cdot K(s) = \text{diag}(q_{jj}(s)) \quad j = 1 \dots n \quad (2.27)$$

Para cada columna j de $G(s) \cdot K(s)$ se tienen $n-1$ elementos de fuera de la diagonal iguales a cero, lo que equivale a la expresión (2.28).

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{j-1,1} & g_{j-1,2} & \cdots & g_{j-1,n} \\ g_{j+1,1} & g_{j+1,2} & \cdots & g_{j+1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \cdots & g_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_{1j} \\ k_{2j} \\ \vdots \\ k_{nj} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.28)$$

Por tanto se puede seleccionar k_{jj} y obtener los otros $n-1$ elementos en la columna j de K en términos de k_{jj} de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} k_{1j} \\ \vdots \\ k_{j-1,j} \\ k_{j+1,j} \\ \vdots \\ k_{nj} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1,j-1} & g_{1,j+1} & \cdots & g_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{j-1,1} & \cdots & g_{j-1,j-1} & g_{j-1,j+1} & \cdots & g_{j-1,n} \\ g_{j+1,1} & \cdots & g_{j+1,j-1} & g_{j+1,j+1} & \cdots & g_{j+1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & \cdots & g_{n,j-1} & g_{n,j+1} & \cdots & g_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} g_{1j} \\ \vdots \\ g_{j-1,j} \\ g_{j+1,j} \\ \vdots \\ g_{mj} \end{pmatrix} \cdot k_{jj} \quad (2.29)$$

Para cada columna j , la expresión de q_{jj} vendrá dada por (2.30) donde \tilde{g}_{jj} es independiente de los controladores de fuera de la diagonal, lo cual se desprende al sustituir (2.29) en (2.30).

$$q_{jj} = \begin{pmatrix} g_{j1} & g_{j2} & \cdots & g_{jn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_{1j} \\ k_{2j} \\ \vdots \\ k_{nj} \end{pmatrix} = \tilde{g}_{jj} \cdot k_{jj} \quad (2.30)$$

Una vez conseguidos los valores de \tilde{g}_{jj} a las frecuencias $\omega = 0$ y $\omega = \omega_c$, ya que a estas frecuencias se ha obtenido $G(j\omega)$, es necesario obtener un modelo de primer orden

que se ajuste a estos valores. Este modelo se obtiene a partir de las expresiones siguientes:

$$\tilde{g}_{jj}(s) = \frac{\bar{k}_{jj}}{\bar{\tau}_{jj}s + 1} e^{-s\bar{\theta}_{jj}} \quad (2.31)$$

$$\bar{k}_{jj} = \tilde{g}_{jj}(0) \quad (2.32)$$

$$\bar{\tau}_{jj} = \frac{1}{\omega_c} \sqrt{\frac{\bar{k}_{jj}^2}{|\tilde{g}_{jj}(j\omega_c)|^2} - 1} \quad (2.33)$$

$$\bar{\theta}_{jj} = \frac{1}{\omega_c} \{-\arg(\tilde{g}_{jj}(j\omega_c)) - \arctan(\omega_c \bar{\tau}_{jj})\} \quad (2.34)$$

A partir de este modelo se puede obtener un controlador PID a partir de cualquier método de diseño apropiado para este tipo de modelos. En concreto, en (Wang et al., 1997) se propone el método descrito en (Ho et al., 1995). Para los controladores de fuera de la diagonal se proponen controladores PID de forma que la ecuación (2.29) se satisfaga a $\omega = 0$ y $\omega = \omega_c$.

En otros trabajos posteriores (Wang et al., 2003), se trabaja de una forma parecida. Sin embargo, en este caso se parte de la matriz conocida del proceso $G(s)$ y se especifica una función de transferencia deseada en lazo cerrado más compleja y que tiene en cuenta las posibles limitaciones de desempeño por retardos de tiempo y ceros RHP. A partir de ella se obtiene un controlador ideal que resulta muy complicado y difícil de implementar por lo que se reduce su complejidad mediante una aproximación por mínimos cuadrados en el dominio de la frecuencia. Además, en este caso, los elementos $k_{ij}(s)$ no se limitan a controladores PID, sino que en general son funciones de transferencia de mayor orden, con un posible retardo y con un integrador puro.

2.4. MECANISMOS ANTI-WINDUP MULTIVARIABLES

Es común que la mayoría de los controladores incluyan un integrador puro, como los controles PID, para eliminar el error en estado estacionario en presencia de perturbaciones. La tarea anterior suele llevarse a cabo de forma satisfactoria cuando no hay limitaciones en las entradas del proceso, es decir, en los actuadores. Sin embargo,

en un sistema real las señales de control siempre tendrán que trabajar dentro de un rango limitado. En el caso monovariable, cuando la señal de control del controlador alcanza su límite y el error permanece diferente de cero durante un largo periodo de tiempo, aparece el problema de *windup*: si no se toma ningún tipo de protección durante dicho tiempo, el integrador del controlador seguirá integrando el error (que es distinto de cero) aunque dicha acción no tenga consecuencias reales, ya que la señal de control está saturada. Consecuentemente, el integrador podría alcanzar un valor excesivamente alto, lo que originaría una respuesta transitoria muy lenta cuando la señal de control tuviera que volver a actuar dentro de su rango habitual.

Por tanto, desde el punto de vista de implementación, es importante considerar como resolver este tipo de problemas prácticos provocados por restricciones en las señales de control. Para el caso de PID monovariabes hay diferentes esquemas *anti-windup* explicados en (Åström & Hägglund, 2006). Estos mecanismos modifican el algoritmo PID estándar sin afectar su buen funcionamiento en condiciones normales de operación. Por ejemplo, la Figura 2.10 muestra un controlador PID con modo de seguimiento y entrada de reset (o señal de seguimiento) para evitar el *windup*. Se puede encontrar como una función-bloque en la mayoría de los sistemas de control distribuidos. Basándose en el método *back-calculation* (Åström & Hägglund, 2006), este esquema previene el *windup* a través de la entrada de reset u_r . La señal enviada a esta entrada debe ser la señal de control real, ya sea medida o ya sea calculada mediante un modelo de sus restricciones. Cuando la señal de control esté dentro de los límites, la salida original del controlador PID u_{PID} y u_r serán iguales y la ganancia K_R no tendrá efecto. Sin embargo, si hay saturación de la señal de control, la señal u_r (que será la señal de control real saturada) actuará como señal de seguimiento y el controlador PID intentará que su salida alcance dicho valor, evitando con ello el efecto *windup*.

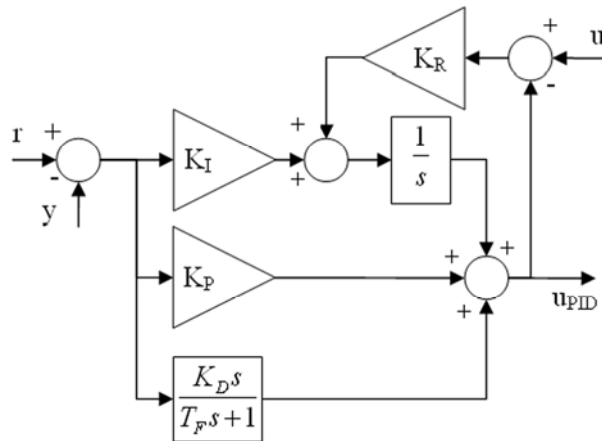


Figura 2.10: Controlador PID con *anti-windup* mediante señal de seguimiento

En el caso MIMO, la solución no es tan fácil, ya que las salidas del controlador son el resultado de la suma de diferentes acciones de control, lo cual complica la implementación de esquemas de protección *anti-windup*. Además de ello, por su naturaleza multivariable aparece un problema añadido debido a la direccionalidad. Dado un conjunto de errores de seguimiento, un controlador por desacoplo generará unas señales de control específicas $u_i(t)$, que contrarrestarán los acoplamientos en el proceso. Dichas señales de control definen la longitud, dirección y evolución dinámica del vector de control $u(t)$. En el caso ideal, se cumple $u_{sat}(t) = u(t)$, donde $u_{sat}(t)$ es el vector de control real que entra al proceso. Si una o más componentes $u_i(t)$ se saturan, la dirección de $u_{sat}(t)$ no coincidirá con la dirección original de $u(t)$, que es la que desacopla al sistema, y por tanto, podrán aparecer interacciones importantes que deterioren la respuesta del sistema de control.

En (Goodwin et al., 2001), asumiendo un controlador $K(s)$ bipropio (mismo grado en numerador y denominador) y de fase mínima, se propone el esquema de la Figura 2.11. Este esquema *anti-windup* por acondicionamiento es equivalente a responder la siguiente pregunta: ¿qué referencia condicionada habría evitado un vector de control fuera de la región permitida? El bloque *restricciones* incorpora un modelo de las restricciones de las diferentes señales de control (saturación, velocidad de cambio, etc.), K_∞ es la ganancia a alta frecuencia ($s = \infty$) y $\bar{K}(s)$ es la matriz de funciones de transferencia que cumple la siguiente ecuación:

$$K(s) = K_\infty + \bar{K}(s) \quad (2.35)$$

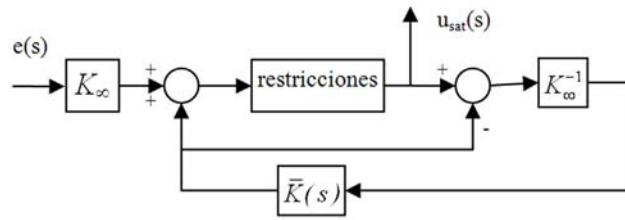


Figura 2.11: Esquema *anti-windup* por acondicionamiento

Según la forma en que el vector de control deseado $u(t)$ es proyectado dentro de la región permitida para obtener el vector de control real $u_{sat}(t)$, en (Goodwin et al., 2001), se exploran tres posibilidades:

- Saturación básica de la entrada: consiste simplemente en saturar el vector de control $u(t)$ de forma que se evita que haya componentes $u_i(t)$ fuera de la región permitida. Si se usa el esquema de la Figura 2.11, basta con incorporar el modelo de las restricciones para conseguir este efecto. El principal inconveniente es que al limitar solo las componentes fuera de rango, se modifica la dirección original del vector de control y por tanto, debido la direccionalidad del sistema, éste deja de estar desacoplado.
- Escalado de la entrada: en este caso, cada vez que alguna componente $u_i(t)$ excede su límite, el vector de control $u(t)$ se escala multiplicándolo por un valor β entre 0 y 1, de tal forma que $u_{sat}(t) = \beta \cdot u(t)$. El factor de escala, β , se elige de tal manera que se fuerce al vector de control a volver a la zona de operación lineal. La principal ventaja es que el vector de control mantiene su dirección (solo se disminuye su longitud), consiguiendo una respuesta mejor que en el caso anterior. El inconveniente es que requiere una implementación algo más compleja con bloques adicionales añadidos al esquema de la Figura 2.11.
- Escalado del error: en el tercer caso se escala el vector de error e multiplicándolo por un valor α entre 0 y 1, de tal forma que el nuevo vector de error $\alpha \cdot e$ haga que el controlador vuelva a la región lineal. Aunque al final modifique la dirección original del vector de control, el escalado del error preserva el desacoplo dinámico para cambios en el vector de referencias y suele dar buenos resultados. Sin embargo, al igual que el caso anterior requiere bloques adicionales añadidos para su implementación.

Las tres técnicas que se acaban de describir se pueden resumir en la Figura 2.12, que ilustra un ejemplo para el caso de sistemas 2×2 . El vector u es el vector de control original que tiene la primera componente fuera de la zona permitida; u_s es el vector de control que resulta de saturar directamente la componente u_1 ; u_u , el que se obtiene mediante escalado de la entrada; y u_e , con escalado del error.

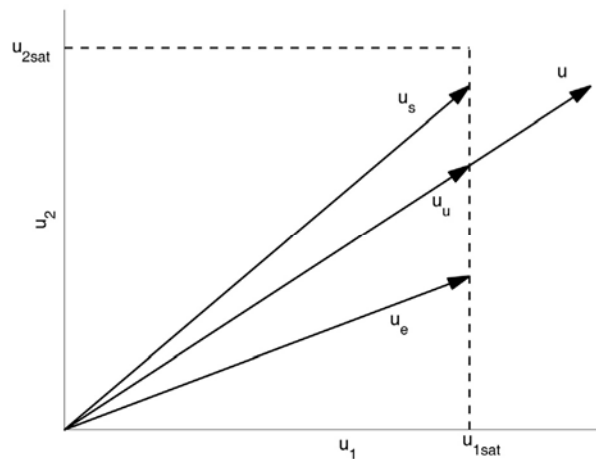


Figura 2.12: Formas de proyectar el vector de control dentro de la región lineal

Los esquemas anteriores se usan para controles centralizados (y además, bipropios), pero no son válidos si lo que se desea es implementar por separado una red de desacoplo y un controlador PID diagonal. Algunos trabajos (Theorin, 2007, Morilla et al., 2009) proponen usar un rango dinámico en controladores PID descentralizados, los cuales implementan algún mecanismo *anti-windup*. Se basan en el hecho de que la red de desacoplo produce una transformación en el rango de sus señales de entradas (que son las salidas de los controladores PID) a otro rango que será el de las señales de control reales (las salidas del desacoplo). Ello aparece reflejado para el caso TITO en la Figura 2.13, donde lo normal es que el rango de las señales de los controladores PID (el rango de las señales internas de control) no coincida con el rango de las señales de control reales. Lo que los métodos anteriores intentan hacer es transmitir las restricciones impuestas en el espacio de las señales de control reales al espacio de señales de control internas mediante la transformada inversa del rango de salida de la red de desacoplo. Tras ello, es el mecanismo *anti-windup* de cada controlador PID el que debe tener en cuenta este nuevo rango de operación, el cual puede cambiar dinámicamente.

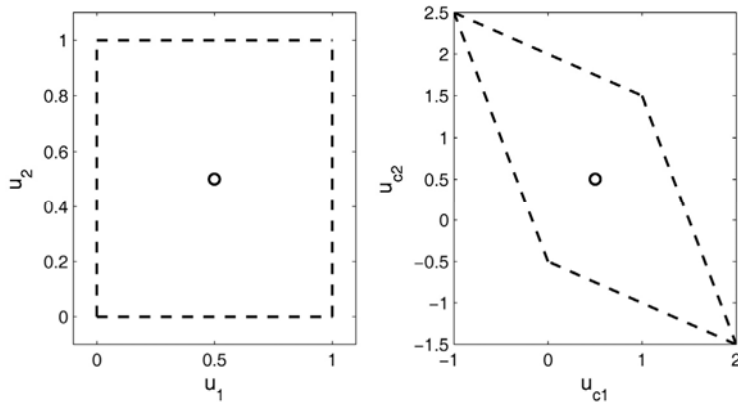


Figura 2.13: Regiones de control vistas desde el desacoplo (izquierda) y desde los controladores PID (derecha), siendo el círculo el punto de operación inicial

Por otra parte, (Gagnon et al., 1998) propone el esquema *anti-windup* mostrado en la Figura 2.14 para el caso 2×2 . Para implementar este esquema es necesario que la inversa de los elementos de desacoplamiento que son invertidos sea realizable. También es necesario medir las acciones de control de los otros elementos de desacoplo d_{12} y d_{21} y las señales de control reales u_{i_sat} (o estimarlas a partir de un modelo de restricciones). Además, los controladores PID necesitan una entrada de reset u_r para trabajar en modo de seguimiento, de forma similar al esquema de la Figura 2.10. Esta señal se obtiene tras restar a la entrada real del proceso u_{i_sat} la acción de desacoplo, y el resultado se pasa a través de la inversa del correspondiente elemento de desacoplamiento.

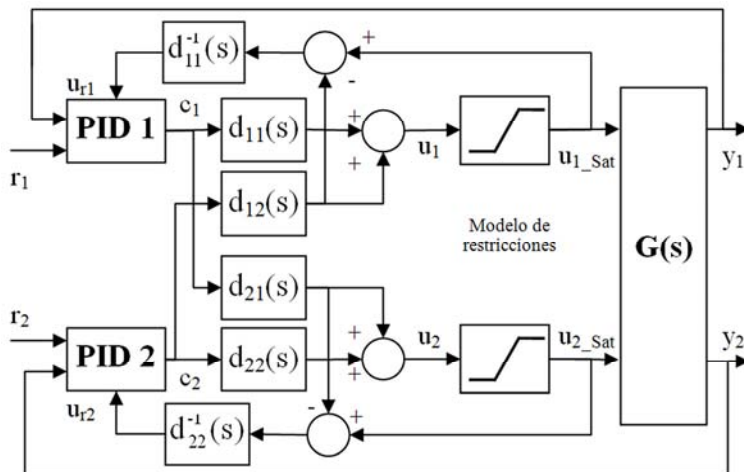


Figura 2.14: Sistema de control mediante red de desacoplo con controladores PID que incorporan *anti-windup*

Uno de los principales inconvenientes de las metodologías anteriores es que su implementación resulta compleja y no siempre está asegurada. Así por ejemplo, el esquema de la Figura 2.14 requiere que la inversa de d_{11} y d_{22} sea realizable; en caso contrario, dicho esquema no podrá usarse. Y los propuestos por (Goodwin et al., 2001) solo son válidos para controladores con elementos bipropios. En resumen, la problemática de protección *anti-windup* en sistemas de control por desacoplo, ya sea mediante redes de desacoplo o mediante controladores centralizados, es todavía un problema abierto en el que se pueden realizar nuevas aportaciones.

CAPÍTULO 3: DESACOPLO INVERSO

En el presente capítulo se presentan los avances realizados en relación a este tipo de red de desacoplamiento. Como ya se ha comentado en el capítulo anterior, hay pocos trabajos sobre el desacoplo inverso, y en ninguno de ellos se aplica a procesos multivariados con más de dos entradas y dos salidas. En este capítulo se presenta la formulación general del desacoplo inverso para procesos $n \times n$. En las redes de desacoplamiento convencionales, a medida que el tamaño del sistema aumenta, la complejidad de los elementos de la red y de los procesos desacoplados también crece, lo que dificulta su implementación y diseño. Por el contrario, se demostrará que usando el desacoplo inverso, las funciones de transferencia de los elementos de la red de desacoplamiento y de los procesos aparentes permanecen relativamente simples independientemente del tamaño del sistema. Además, la formulación anterior se lleva a cabo sin restringir a que necesariamente haya elementos de la red iguales a la unidad, lo cual permite una mayor flexibilidad a la hora de especificar los procesos aparentes desacoplados.

3.1. DESACOPLO INVERSO PARA PROCESOS $n \times n$

Actualmente, la mayoría de los artículos en la literatura respecto al desacoplo inverso solo se aplican a procesos 2×2 usando el esquema de la Figura 2.9, por lo que solo se encuentran las expresiones para este caso. En este apartado se desarrolla la formulación general para el caso $n \times n$, y posteriormente, se presentan en mayor detalle las ecuaciones para $n = 2$ y $n = 3$.

Para estudiar el desacoplo inverso para procesos cuadrados con n entradas y n salidas, se propone utilizar una representación matricial como la de la Figura 3.1 (Garrido et al., 2011a, Garrido et al., 2012b). Hay n elementos de la red de desacoplamiento (los de la matriz $Dd(s)$) que conectan directamente las entradas de la

red con las entradas del proceso; mientras que el resto de elementos (los de la matriz $Do(s)$) realimentan las entradas del proceso hacia las entradas de la red de desacoplo para desacoplar el sistema. Así pues, el desacoplo completo $D(s)$ se divide en dos matrices: la matriz $Dd(s)$ en la ruta directa entre las salidas c del controlador y las entradas u del proceso, y la matriz $Do(s)$ en un lazo de realimentación entre las entradas u del proceso y las salidas c de del controlador.

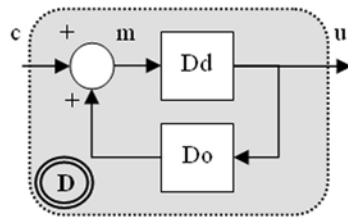


Figura 3.1: Representación matricial del desacoplo inverso

La matriz $Dd(s)$ debe tener solo n elementos diferentes de cero, ya que debe haber solo una conexión directa para cada entrada del proceso. Hay que señalar que estas conexiones o relaciones entre las señales c y u en $Dd(s)$, no deben aparecer en la matriz $Do(s)$. Como en $Do(s)$ el flujo de señal es el opuesto al de $Dd(s)$, los elementos correspondientes de $Do(s)$ que deben ser iguales a cero, son los transpuestos de los elementos de $Dd(s)$ diferentes de cero. Por ejemplo, en un proceso 3×3 , si el elemento $Dd(3,1)$ se especifica en la ruta directa desde c_1 a u_3 (siendo entonces distinto de cero), no habrá realimentación desde u_3 hacia c_1 , y por tanto, el elemento $Do(1,3)$ debe ser cero.

A partir de la representación dada en la Figura 3.1 para la red de desacoplamiento, y siguiendo el álgebra de bloques, se puede obtener la expresión (3.1), la cual nos relaciona la matriz de funciones de transferencia $D(s)$ de una red de desacoplo convencional, con la estructura del desacoplo inverso.

$$D(s) = Dd(s) \cdot (I - Do(s) \cdot Dd(s))^{-1} \quad (3.1)$$

Debido a la complejidad de la expresión anterior, es más fácil trabajar con su inversa, tal y como se muestra a continuación:

$$D^{-1}(s) = (I - Do(s) \cdot Dd(s)) Dd^{-1}(s) = Dd^{-1}(s) - Do(s) \cdot \quad (3.2)$$

Invirtiendo la expresión general de una red de desacoplo ($D(s) = G^{-1}(s) \cdot Q(s)$), y sustituyéndola en la expresión anterior, se obtiene:

$$Dd^{-1}(s) - Do(s) = Q^{-1}(s) \cdot G(s). \quad (3.3)$$

Esta última expresión se puede usar para calcular los diferentes elementos del desacoplo inverso generalizado. Su principal ventaja es su simplicidad y que ésta es independientemente del tamaño del sistema, ya que la matriz $Q(s)$ se elige diagonal y la matriz resultante de la resta de la matriz inversa de $Dd(s)$ y la matriz $Do(s)$, es una matriz con solo un elemento a calcular en cada posición.

Hay que señalar que la matriz $Dd(s)$ tiene que ser no singular, ya que de acuerdo a (3.3), su inversa aparece implicada en el cálculo del desacoplo. Por tanto, cuando sus elementos diferentes de cero son seleccionados, se debe especificar solo un elemento por fila y columna. Consecuentemente, para un proceso $n \times n$ hay solo $n!$ posibles elecciones de $Dd(s)$. Para nombrar estas posibilidades o configuraciones, se propone una notación en la que para cada fila se indica un número que corresponde a la columna con el elemento seleccionado. Por ejemplo, en un proceso 3×3 , la configuración 1-2-3 indica que se seleccionan los elementos $Dd(1,1)$, $Dd(2,2)$ y $Dd(3,3)$; la configuración 3-1-2 indica que se escogen los elementos $Dd(1,3)$, $Dd(2,1)$ y $Dd(3,2)$; etc. Cada configuración tiene un conjunto diferente de elementos de desacoplamiento, lo cual es interesante ya que algunas configuraciones pueden dar lugar a elementos no realizables. Como se discutirá más adelante, la configuración puede escogerse en función de la realizabilidad.

3.1.1. Desacoplo inverso para procesos 2x2

A continuación se presenta un estudio detallado del desacoplo inverso generalizado para procesos 2×2 a partir de la expresión (3.3) (Garrido et al., 2010b, Garrido et al., 2011b). En este caso ($n = 2$), solo hay dos posibles configuraciones para la matriz $Dd(s)$: los elementos de la diagonal (configuración 1-2) y los de fuera de la diagonal (configuración 2-1). De aquí en adelante, la variable compleja s es omitida por simplicidad.

3.1.1.1. Configuración 1-2

Usando esta configuración (Figura 3.2), los elementos distintos de cero de Dd y Do vienen dados por las expresiones en (3.5), las cuales se obtienen a partir de (3.4), que proviene de (3.3). Estas serían las expresiones para el desacoplo inverso general con la configuración 1-2. Las funciones de transferencia q_1 y q_2 son los procesos equivalentes en lazo abierto que vería el sistema de control descentralizado. Estas funciones se pueden especificar libremente siempre y cuando los elementos del desacoplo inverso sean realizables.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{dd_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{dd_{22}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & do_{12} \\ do_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{q_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{q_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{dd_{11}} & -do_{12} \\ -do_{21} & \frac{1}{dd_{22}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{g_{11}}{q_1} & \frac{g_{12}}{q_1} \\ \frac{g_{21}}{q_2} & \frac{g_{22}}{q_2} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} dd_{11} &= \frac{q_1}{g_{11}} & do_{12} &= \frac{-g_{12}}{q_1} \\ do_{21} &= \frac{-g_{21}}{q_2} & dd_{22} &= \frac{q_2}{g_{22}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

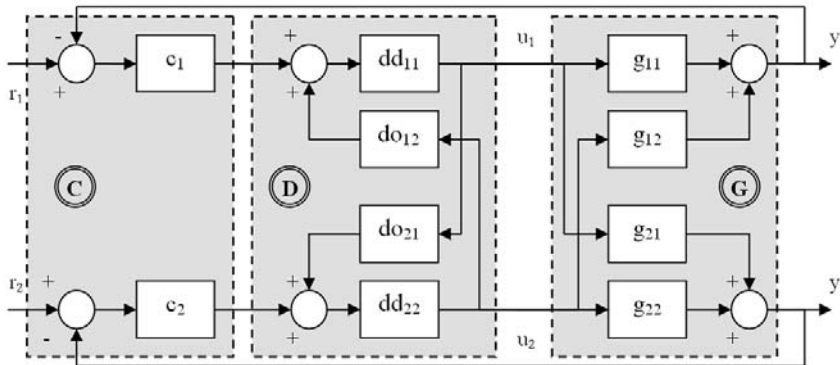


Figura 3.2: Desacoplo inverso generalizado para procesos 2x2 (configuración 1-2)

En la mayoría de los ejemplos encontrados en la literatura sobre desacoplo inverso, dos de los elementos de la red de desacoplamiento se fijan a la unidad, y por tanto, solo es necesario implementar dos de ellos. Estos elementos son siempre los de la ruta directa, es decir, los de la matriz Dd (como en la Figura 2.9). Sin embargo, éste es solo uno de los cuatro posibles casos en función de los dos elementos que se hagan

iguales a la unidad. La Figura 3.3 muestra los esquemas de control de estos cuatro casos diferentes.

En un proceso $n \times n$, el número de casos posibles para cada configuración sería de n^n . No obstante, la realizabilidad de los elementos de la red de desacoplamiento en cada configuración es siempre la misma, independientemente del caso escogido. Así por ejemplo, como se muestra en Tabla 3.1, para el desacoplo inverso de procesos 2×2 usando la configuración 1-2, la pareja de elementos de la red de desacoplo que no se fijan a uno viene siempre dada por (3.6). Lo que sí varía según el caso, es la pareja de procesos desacoplados en Q .

$$\frac{-g_{12}}{g_{11}} \text{ y } \frac{-g_{21}}{g_{22}} \quad (3.6)$$

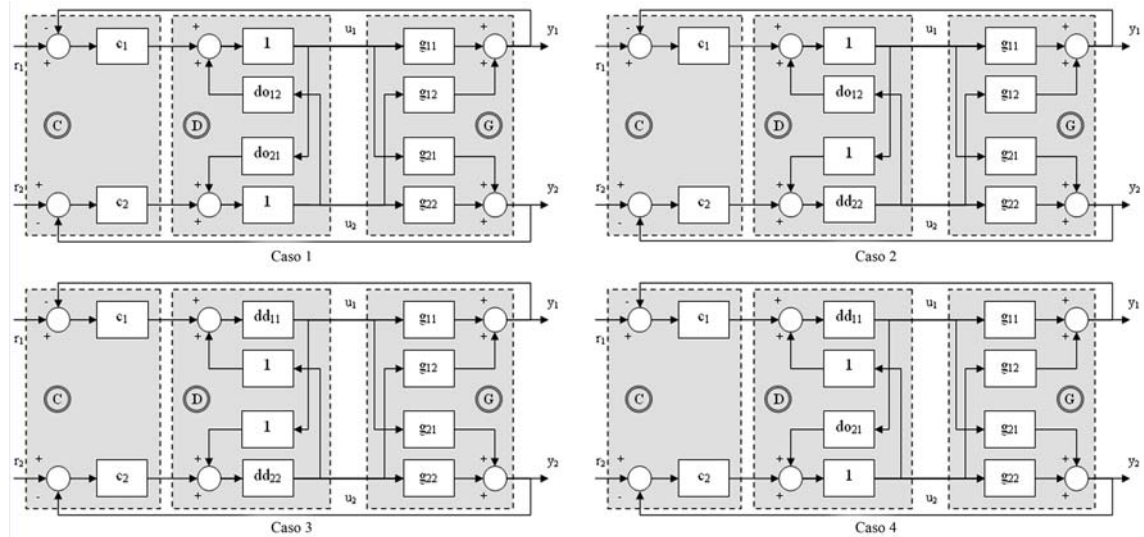


Figura 3.3: Esquemas de control de los cuatro casos de desacoplo inverso 2×2 fijando dos elementos a la unidad en la configuración 1-2

Tabla 3.1: Casos del desacoplo inverso 2×2 con dos elementos fijados a 1 (configuración 1-2)

| | Elementos del desacoplo | Proceso desacoplado |
|--------|--|---|
| Caso 1 | $dd_{11} = dd_{22} = 1$ | $Q = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix}$ |
| | $do_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, \quad do_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$ | |
| Caso 2 | $dd_{11} = do_{21} = 1$ | $Q = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & -g_{21} \end{pmatrix}$ |
| | $do_{12} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, \quad dd_{22} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$ | |

| | | |
|--------|---|--|
| Caso 3 | $do_{12} = do_{21} = 1$ $dd_{11} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, \quad dd_{22} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$ | $Q = \begin{pmatrix} -g_{12} & 0 \\ 0 & -g_{21} \end{pmatrix}$ |
| Caso 4 | $do_{12} = dd_{22} = 1$ $dd_{11} = \frac{-g_{12}}{g_{11}}, \quad do_{21} = \frac{-g_{21}}{g_{22}}$ | $Q = \begin{pmatrix} -g_{12} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix}$ |

3.1.1.2. Configuración 2-1

En esta configuración (Figura 3.4), los elementos de Dd y Do vienen dados por (3.8), que se obtienen a partir de la expresión (3.7), la cual proviene de (3.3). Hay que destacar que se debería tener cuidado al invertir la matriz Dd .

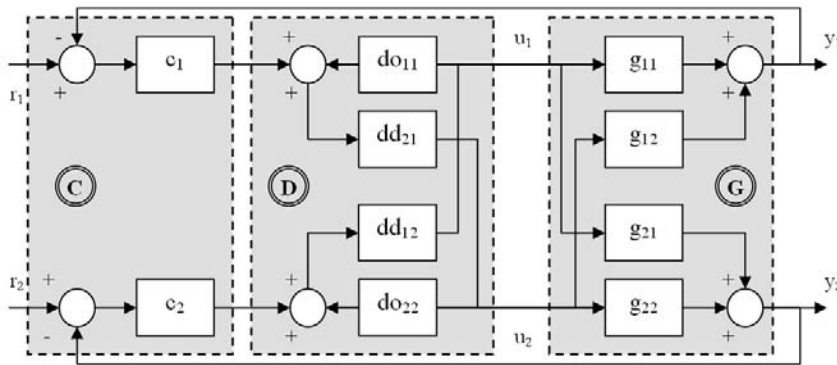


Figura 3.4: Desacoplo inverso generalizado para procesos 2x2 (configuración 2-1)

$$\begin{pmatrix} -do_{11} & \frac{1}{dd_{21}} \\ \frac{1}{dd_{12}} & -do_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{g_{11}}{q_1} & \frac{g_{12}}{q_1} \\ \frac{g_{21}}{q_2} & \frac{g_{22}}{q_2} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} do_{11} &= \frac{-g_{11}}{q_1} & dd_{12} &= \frac{q_2}{g_{21}} \\ dd_{21} &= \frac{q_1}{g_{12}} & do_{22} &= \frac{-g_{22}}{q_2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Al igual que antes en la configuración 1-2, si fijamos dos de estos elementos a la unidad, se obtienen cuatro posibles casos (Tabla 3.2). La pareja de elementos del desacoplamiento que difieren de la unidad viene dada siempre por (3.9), que son las expresiones inversas de (3.6).

Los únicos casos de desacoplo inverso encontrados en la literatura son aquellos que fijan a la unidad los dos elementos de la matriz Dd , es decir, el caso 1 en la configuración 1-2, o el caso 3 en la configuración 2-1.

Tabla 3.2: Casos del desacoplo inverso 2×2 con dos elementos fijados a 1 (configuración 2-1)

| | Elementos del desacoplo | Proceso desacoplado |
|--------|---|--|
| Caso 1 | $do_{11} = do_{22} = 1$ $dd_{12} = \frac{-g_{22}}{g_{21}}, \quad dd_{21} = \frac{-g_{11}}{g_{12}}$ | $Q = \begin{pmatrix} -g_{11} & 0 \\ 0 & -g_{22} \end{pmatrix}$ |
| Caso 2 | $do_{11} = dd_{12} = 1$ $dd_{21} = \frac{-g_{11}}{g_{12}}, \quad do_{22} = \frac{-g_{22}}{g_{21}}$ | $Q = \begin{pmatrix} -g_{11} & 0 \\ 0 & g_{21} \end{pmatrix}$ |
| Caso 3 | $dd_{12} = dd_{21} = 1$ $do_{11} = \frac{-g_{11}}{g_{12}}, \quad do_{22} = \frac{-g_{22}}{g_{21}}$ | $Q = \begin{pmatrix} g_{12} & 0 \\ 0 & g_{21} \end{pmatrix}$ |
| Caso 4 | $dd_{21} = do_{22} = 1$ $do_{11} = \frac{-g_{11}}{g_{12}}, \quad dd_{12} = \frac{-g_{22}}{g_{21}}$ | $Q = \begin{pmatrix} g_{12} & 0 \\ 0 & -g_{22} \end{pmatrix}$ |

$$\frac{-g_{11}}{g_{12}} \text{ y } \frac{-g_{22}}{g_{21}} \quad (3.9)$$

3.1.2. Desacoplo inverso para procesos 3×3

Para procesos 3×3, el procedimiento es el mismo: tras seleccionar una configuración, se obtienen los elementos de la red de desacoplamiento a partir de (3.3). En el caso 3×3 hay seis (3!) posibles configuraciones según qué tres elementos de la matriz Dd se elijan distintos de cero. A continuación, se muestran dos ejemplos de estas configuraciones. Usando la configuración 1-2-3 (se seleccionan los elementos de la diagonal de Dd) en la ecuación (3.3), se obtiene la expresión (3.10). A partir de ésta, se pueden identificar muy fácilmente las expresiones de los diversos elementos de las dos matrices del desacoplo inverso (3.11).

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{dd_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{dd_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{dd_{33}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & do_{12} & do_{13} \\ do_{21} & 0 & do_{23} \\ do_{31} & do_{32} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{q_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{q_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{dd_{11}} & -do_{12} & -do_{13} \\ -do_{21} & \frac{1}{dd_{22}} & -do_{23} \\ -do_{31} & -do_{32} & \frac{1}{dd_{33}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{g_{11}}{q_1} & \frac{g_{12}}{q_1} & \frac{g_{13}}{q_1} \\ \frac{g_{21}}{q_2} & \frac{g_{22}}{q_2} & \frac{g_{23}}{q_2} \\ \frac{g_{31}}{q_3} & \frac{g_{32}}{q_3} & \frac{g_{33}}{q_3} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} dd_{11} &= \frac{q_1}{g_{11}} & do_{12} &= \frac{-g_{12}}{q_1} & do_{13} &= \frac{-g_{13}}{q_1} \\ do_{21} &= \frac{-g_{21}}{q_2} & dd_{22} &= \frac{q_2}{g_{22}} & do_{23} &= \frac{-g_{23}}{q_2} \\ do_{31} &= \frac{-g_{31}}{q_3} & do_{32} &= \frac{-g_{32}}{q_3} & dd_{33} &= \frac{q_3}{g_{33}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Usando la configuración 2-1-3 y operando de la misma manera, se obtiene (3.12), de donde se identifican los elementos de la red de desacoplamiento (3.13).

$$\begin{pmatrix} -do_{11} & \frac{1}{dd_{21}} & -do_{13} \\ \frac{1}{dd_{12}} & -do_{22} & -do_{23} \\ -do_{31} & -do_{32} & \frac{1}{dd_{33}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{g_{11}}{q_1} & \frac{g_{12}}{q_1} & \frac{g_{13}}{q_1} \\ \frac{g_{21}}{q_2} & \frac{g_{22}}{q_2} & \frac{g_{23}}{q_2} \\ \frac{g_{31}}{q_3} & \frac{g_{32}}{q_3} & \frac{g_{33}}{q_3} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} do_{11} &= \frac{-g_{11}}{q_1} & dd_{12} &= \frac{q_2}{g_{21}} & do_{13} &= \frac{-g_{13}}{q_1} \\ dd_{21} &= \frac{q_1}{g_{12}} & do_{22} &= \frac{-g_{22}}{q_2} & do_{23} &= \frac{-g_{23}}{q_2} \\ do_{31} &= \frac{-g_{31}}{q_3} & do_{32} &= \frac{-g_{32}}{q_3} & dd_{33} &= \frac{q_3}{g_{33}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

En ambos casos las expresiones son similares a las que se obtienen con procesos 2×2. Si tres de los elementos del desacoplo se fijan a la unidad, habría 27 casos posibles

para cada configuración. Sin embargo, solo se va a estudiar el caso en el que los elementos unitarios son los de la matriz Dd . Usando la configuración 1-2-3 en dicho caso, se obtienen los siguientes elementos de la red de desacoplamiento:

$$\begin{aligned} dd_{11} &= 1 & do_{12} &= \frac{-g_{12}}{g_{11}} & do_{13} &= \frac{-g_{13}}{g_{11}} \\ do_{21} &= \frac{-g_{21}}{g_{22}} & dd_{22} &= 1 & do_{23} &= \frac{-g_{23}}{g_{22}} \\ do_{31} &= \frac{-g_{31}}{g_{33}} & do_{32} &= \frac{-g_{32}}{g_{33}} & dd_{33} &= 1 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Los procesos aparentes q_i son los elementos de la diagonal del proceso $G(s)$, como se obtendría con el desacoplo ideal, pero al mismo tiempo los elementos del desacoplo son tan simples como los elementos del desacoplo simplificado para procesos 2×2 .

En (Garduno-Ramirez & Lee, 2005) se diseña una red de desacoplamiento estático para un proceso 3×3 . El diseño se lleva a cabo con un desacoplo simplificado para estado estacionario calculado mediante la expresión (3.15), donde $G^{ij}(0)$ es el cofactor correspondiente a $g_{ij}(0)$ de $G(0)$. Luego, la implementación se hace con la estructura del desacoplo inverso, pero usando los elementos calculados con (3.15). Se dice que con el desacoplo obtenido de esta manera se consigue tener en estado estacionario el mismo proceso aparente que se obtendría con el desacoplo ideal. Esta última afirmación es errónea, ya que este procedimiento solo sería correcto para procesos TITO, pero no para sistemas de mayor dimensión. En un proceso 3×3 , el cofactor de, por ejemplo, g_{11} sería $G^{11} = g_{22} \cdot g_{33} - g_{32} \cdot g_{23}$. Por tanto, se puede apreciar que las expresiones de los elementos del desacoplo inverso en (3.14) y las de los elementos del desacoplo simplificado en (3.15) serían diferentes. Además, los procesos aparentes que se conseguirían también serían diferentes. Si se usa la estructura del desacoplo inverso habría que calcular los valores del compensador estático usando (3.14) para $s = 0$.

$$D(0) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{G^{21}(0)}{G^{22}(0)} & \frac{G^{31}(0)}{G^{33}(0)} \\ \frac{G^{12}(0)}{G^{11}(0)} & 1 & \frac{G^{32}(0)}{G^{33}(0)} \\ \frac{G^{13}(0)}{G^{11}(0)} & \frac{G^{23}(0)}{G^{22}(0)} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

3.1.3. Expresiones generales del desacoplo inverso

A partir de la ecuación (3.3) y de los casos vistos en los apartados previos, es posible obtener las expresiones generales de los elementos del desacoplo inverso para procesos cuadrados de cualquier dimensión. Si en un sistema $n \times n$, se decide usar la configuración $\{p_1 - p_2 - \dots - p_i - \dots - p_{n-1} - p_n\}$, los elementos diferentes de cero de las matrices Dd y Do vienen dados por (3.16) y (3.17), respectivamente. Las funciones de transferencia de los procesos aparentes $q_i(s)$ pueden escogerse de cualquier manera siempre que se asegure la realizabilidad de los elementos de desacoplamiento.

$$dd_{ij} = \frac{q_j}{g_{ji}} \quad \forall i; \quad j = p_i \quad (3.16)$$

$$do_{ij} = \frac{-g_{ij}}{q_i} \quad \forall i, j; \quad / \quad i \neq p_j \quad (3.17)$$

De estas expresiones generales se puede concluir que el desacoplo inverso presenta las siguientes ventajas:

- Los procesos aparentes desacoplados no contienen sumas de funciones de transferencia, y por tanto, la sintonía de los controladores diagonales es más sencilla. En procesos multivariables con fuertes acoplamientos, incluso si los elementos del sistema tienen dinámicas simples, el desacoplo convencional puede dar lugar a procesos aparentes diagonales muy complicados, que resultan de la suma en paralelo de procesos con distinto signo y diferente retardo de tiempo (Nordfeldt & Hägglund, 2006). Un ejemplo de tal elemento diagonal podría ser el siguiente:

$$G(s) = \frac{1.2}{(0.5s+1)(0.7s+1)} e^{-4s} - \frac{1}{(3s+1)(2s+1)} e^{-s} \quad (3.18)$$

que está compuesto por la diferencia de dos funciones de transferencia bastante simples. La respuesta temporal de este proceso a una entrada de tipo escalón se muestra en la Figura 3.5. Si se usan controladores PID para controlar un proceso diagonal con elementos como (3.18), no serían apropiados métodos de sintonía sencillos que dependen de una dinámica simple del proceso, como los métodos basados en la respuesta escalón (Hägglund & Åström, 2004).

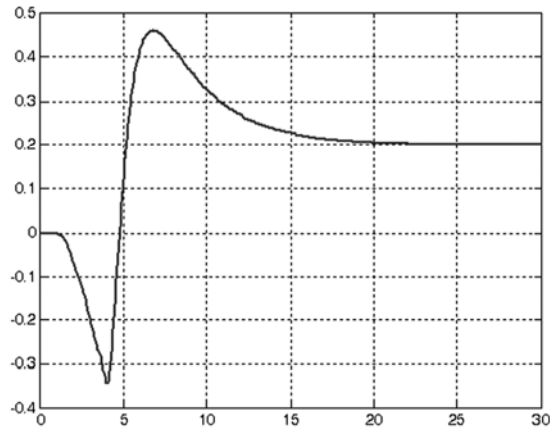


Figura 3.5: Respuesta escalón del sistema (3.18)

- Los elementos de la red de desacoplamiento tampoco contienen suma de funciones de transferencia, y consecuentemente son muy fáciles de diseñar. Usando el desacoplo convencional, en algunos casos, es posible tener elementos de desacoplamiento con una complejidad similar a la del proceso (3.18), que son difíciles de implementar.
- La complejidad tanto de los elementos de desacoplamiento como de los procesos aparentes desacoplados es siempre la misma, independientemente del tamaño del sistema. Con el desacoplo convencional, estos elementos tienden a hacerse más complejos a medida que el número de entradas y salidas aumenta.

No obstante, el desacoplo inverso tiene una desventaja importante: debido a problemas de estabilidad, no puede aplicarse a procesos con ceros multivariables RHP, es decir, ceros RHP en el determinante de $G(s)$. Para alcanzar estabilidad interna estos ceros RHP deberían aparecer en los procesos aparentes desacoplados. En la estructura del desacoplo convencional, los ceros RHP del determinante de $G(s)$ se puede incluir en las funciones de transferencia deseadas $q_i(s)$. Sin embargo, esto no es posible con el

desacoplo inverso, porque tales ceros RHP incluidos en $q_i(s)$ aparecerían como polos inestables en algún elemento de desacoplamiento $do_{ij}(s)$. Si no se incluyeran dichos ceros RHP, aunque los elementos individuales fueran estables, la estructura global de desacoplamiento (lo que sería la matriz $D(s)$) sería inestable pues tendría esos ceros RHP del determinante como polos inestables. A partir de (3.2) y la expresión general de una red de desacoplo ($D(s) = G^{-1}(s) \cdot Q(s)$), esto se comprueba en (3.19), donde $\det G(s)$ es el determinante de $G(s)$ y $adjG(s)$, su matriz adjunta transpuesta.

$$D(s) = (Dd^{-1}(s) - Do(s))^{-1} = \frac{adjG(s)}{\det G(s)} \cdot Q(s) \quad (3.19)$$

Solo en el caso de que el cero RHP multivariable esté asociado a una única salida, y por tanto, aparezca en todas las funciones de transferencia de una misma fila, se podrá aplicar el desacoplo inverso, ya que en este caso el cero RHP se cancelará.

Por tanto, como se menciona en (Chen & Zhang, 2007), el desacoplo inverso no puede aplicarse en principio a procesos cuyo determinante tenga ceros RHP. En (Chen & Zhang, 2007), para solventar aparentemente este problema, se cambia la estructura de la red de desacoplamiento inverso a otra convencional en la que no hay realimentación de señales dentro de la red; por lo que entonces, no se puede decir que al final usen el desacoplo inverso.

Cuando en (3.16), los elementos no nulos de la matriz Dd se fijan a la unidad, las expresiones de los nuevos elementos de desacoplamiento y de los procesos aparentes son las siguientes:

$$dd_{ij} = 1 \quad \forall i; \quad j = p_i \quad (3.20)$$

$$do_{ij} = \frac{-g_{ij}}{g_{ik}} \quad \forall i, j; \quad / \quad i \neq p_j; k \quad / \quad p_k = i \quad (3.21)$$

$$q_j = g_{ji} \quad \forall j; i \quad / \quad p_i = j \quad (3.22)$$

En estas condiciones (elementos no nulos de Dd iguales a la unidad), el desacoplo inverso presenta además varias ventajas prácticas en comparación con el desacoplo convencional, que hacen esta estructura muy interesante desde el punto de

vista de implementación (Wade, 1997, Garrido et al., 2011c), y las cuales se estudiarán detalladamente en un próximo apartado.

3.2. REALIZABILIDAD DEL DESACOPLO INVERSO

El requisito de realizabilidad para la red de desacoplamiento es que todos sus elementos sean propios, causales y estables. En procesos con retardos o ceros de fase no mínima, el cálculo directo de esta red puede dar lugar a elementos con predicción o polos inestables. Por tanto, se deben tomar precauciones al trabajar con ellos. Este problema ya fue tratado en (Chen & Zhang, 2007) para el desacoplo inverso de procesos TITO. En esta sección, se generalizan esos resultados para sistemas $n \times n$, indicándose las condiciones que una configuración determinada debe satisfacer para ser realizable. Además, se señalan las limitaciones que hay al especificar los procesos aparentes q_i deseados para conseguir dicha realizabilidad. Hay tres aspectos que se deben tener en cuenta y que hay que inspeccionar por fila en $G(s)$:

- Se deben evitar retardos de tiempo θ_{ij} no causales en los elementos de desacoplamiento. Si g_{ik} es la función de transferencia de la fila i de G con el menor retardo de tiempo θ_{ik} , el elemento dd_{ki} de la matriz Dd debería ser diferente de cero. Además, el retardo de tiempo θ_{q_i} del proceso aparente correspondiente q_i debe cumplir lo siguiente:

$$\theta_{ik} \leq \theta_{q_i} \leq \min_{j \neq k}(\theta_{ij}). \quad (3.23)$$

- Los elementos de desacoplamiento deben ser propios, es decir, su grado relativo r_{ij} debe ser igual o mayor que cero. De forma similar al caso de los retardos, si g_{ik} es la función de transferencia de la fila i con el menor grado relativo r_{ik} , el elemento dd_{ki} de la matriz Dd debería ser diferente de cero. Además, el grado relativo r_{q_i} del proceso aparente debe cumplir la condición (3.24).

$$r_{ik} \leq r_{q_i} \leq \min_{j \neq k}(r_{ij}) \quad (3.24)$$

- Cuando alguna función de transferencia g_{im} tiene un cero RHP, el elemento dd_{mi} de Dd no debería escogerse, es decir, debería ser igual a cero para evitar que

dicho cero pase a ser un polo RHP en algún elemento de desacoplamiento donde g_{im} aparezca en el denominador. Un caso especial que hace imposible la realizabilidad del desacoplo inverso, y por tanto, su aplicación, se da cuando en cada uno de los elementos de una misma fila tenemos un cero RHP diferente. En este caso, uno de dichos ceros aparecerá siempre como polo inestable en algún elemento de desacoplamiento, independientemente de la configuración escogida. Sin embargo, cuando el mismo cero RHP aparece en todos los elementos de la misma fila de G , sí puede haber configuraciones realizables y es necesario examinar la multiplicidad η_{ij} de dicho cero en cada elemento. De nuevo, al igual que en los aspectos anteriores, si g_{ik} es la función de transferencia de la fila i con la multiplicidad más pequeña η_{ik} del cero RHP, el elemento dd_{ki} debería ser diferente de cero. Este cero RHP debe aparecer en el proceso aparente q_i con una multiplicidad η_{q_i} que debe cumplir:

$$\eta_{ik} \leq \eta_{q_i} \leq \min_{j \neq k}(\eta_{ij}). \quad (3.25)$$

A partir de (3.23), (3.24) y (3.25), se puede deducir que cuando el valor más pequeño (retardo de tiempo, grado relativo o multiplicidad de un cero RHP) aparece en dos o más funciones de transferencia de la misma fila, hay más posibles configuraciones realizables (más posibles elecciones de elementos de Dd para ser diferentes de cero en la fila correspondiente). Sin embargo, la flexibilidad de los procesos aparentes $q_i(s)$, en cuanto a especificar su retardo de tiempo o grado relativo, queda limitada a este mínimo valor común en varios elementos de la misma fila.

Cuando dos o más elementos de la matriz Dd deben seleccionarse en la misma columna para satisfacer las condiciones previas en todas las filas, no hay ninguna configuración inicialmente realizable. En este caso, se puede intentar insertar un bloque diagonal $N(s)$ entre el proceso y el desacoplo inverso para modificar el proceso visto por la red de desacoplamiento y forzar la realizabilidad en los elementos no realizables. Entonces, el desacoplo inverso se aplicaría al nuevo proceso $G_N(s) = G(s) \cdot N(s)$.

La matriz $N(s)$ es una matriz diagonal con la dinámica extra necesaria para conseguir realizabilidad. Si no hay problemas en la fila i , el elemento $N(i,i)$ es igual a la unidad. Si la no realizabilidad es debida a un elemento con un retardo de tiempo no

causal, se inserta un retardo adicional ($e^{-\theta_i s}$) en el elemento diagonal correspondiente de $N(s)$. Si el problema es por un cero RHP situado en $s = z$, que pasa a polo inestable, se usa el siguiente elemento en $N(s)$:

$$\left(\frac{-s + z}{s + z} \right)^{n_i} \quad (3.26)$$

Si el problema es que algún elemento de desacoplamiento es impropio, se añade un polo estable con la multiplicidad adecuada, como en (3.27).

$$\frac{1}{(\tau s + 1)^{f_i}} \quad (3.27)$$

Como ejemplo ilustrativo, consideremos el siguiente proceso de (Wang et al., 2002):

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{e^{-2s}}{s+2} & \frac{-e^{-6s}}{s+2} \\ \frac{(s-0.5) \cdot e^{-3s}}{(s+2)^2} & \frac{(s-0.5)^2 \cdot e^{-8s}}{2(s+2)^3} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Este proceso tiene un cero RHP multivariable en $s = 0.5$. No obstante, dicho cero está asociado con una única salida, la segunda, y por tanto, se puede aplicar el desacoplo inverso. Este cero RHP aparece en las dos funciones de transferencia de la segunda fila con diferente multiplicidad. De acuerdo con la condición previa referente a ceros RHP, el elemento dd_{21} de Dd debería escogerse para ser distinto de cero, ya que el elemento g_{21} tiene la menor multiplicidad. Además, dicho elemento también tiene el menor retardo de tiempo de la segunda fila. Por otro lado, en la primera fila, por la condición anterior en relación a los retardos de tiempo, se debería escoger al elemento dd_{11} para ser no nulo. Ya que los elementos dd_{11} y dd_{21} están en la misma columna, no hay configuraciones inicialmente realizables. Para conseguir realizabilidad, es necesario añadir un retardo extra de 4 unidades en la primera entrada. Ahora, el nuevo proceso para ser desacoplado vendría dado por (3.29), y usando la configuración 2-1, se podría seleccionar el elemento dd_{12} en la primera fila. Entonces, de acuerdo con (3.8), las matrices del desacoplo serían las de la expresión (3.30) y el proceso aparente desacoplado estaría compuesto por los elementos de la diagonal no principal de (3.29).

El cero RHP aparecería en el proceso aparente asociado a la segunda salida, lo cual sería necesario para tener estabilidad interna.

$$G^N(s) = \begin{pmatrix} \frac{e^{-6s}}{s+2} & \frac{-e^{-6s}}{s+2} \\ \frac{(s-0.5) \cdot e^{-7s}}{(s+2)^2} & \frac{(s-0.5)^2 \cdot e^{-8s}}{2(s+2)^3} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

$$Dd = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad Do = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{-0.5(s-0.5) \cdot e^{-s}}{(s+2)} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Generalmente, es preferible añadir la menor cantidad posible de dinámica extra. Por tanto, tras examinar la dinámica adicional de cada configuración, se escoge aquella con menos ceros RHP y menores retardos de tiempo en $N(s)$.

En sistemas de mayor dimensión puede ser algo más difícil establecer cuál es la dinámica mínima necesaria en $N(s)$ para que una configuración dada sea realizable. Este problema se puede formular como un problema de programación lineal. Por ejemplo, a continuación se muestra el procedimiento para resolver este problema cuando solo es necesario añadir retardos de tiempo adicionales en $N(s)$. El proceso a desacoplar es un sistema 3×3 , en concreto, la columna de destilación de (Tyreus, 1979). Su matriz de funciones de transferencia $G_T(s)$ y su descripción están en el apéndice A.

Inicialmente no hay ninguna configuración en la que todos los elementos del desacoplo inverso sean realizables. Según las condiciones previas, se deberían seleccionar los elementos dd_{11} , dd_{23} y dd_{33} para ser no nulos en Dd , ya que tienen los menores retardos de tiempo por fila. Pero como dos de ellos están en la misma columna, la tercera, no hay configuraciones realizables. Para forzar la realizabilidad, se propone un bloque diagonal de retardos de tiempo adicionales como en (3.31). El objetivo es especificar los menores $n_i \geq 0$ que consigan que el desacoplo inverso sea realizable. La matriz de retardos Θ del nuevo proceso $G_T(s) \cdot N(s)$ vendría dada por (3.32).

$$N(s) = \begin{pmatrix} e^{-n_1 s} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-n_2 s} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-n_3 s} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

$$\Theta = \begin{pmatrix} 0.71 + n_1 & 60 + n_2 & 2.24 + n_3 \\ 0.59 + n_1 & 0.68 + n_2 & 0.42 + n_3 \\ 7.75 + n_1 & 3.79 + n_2 & 1.59 + n_3 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Si seleccionamos la configuración 1-2-3, los elementos de la diagonal de (3.32) deberían ser los más pequeños. Según (3.14), en donde se usa la misma configuración, la matriz de retardos de Do vendría dada por (3.33). Para que conseguir realizabilidad, los retardos de tiempo de Θ_{Do} deberían ser mayor o iguales que cero ($\Theta_{Do} \geq 0$).

$$\Theta_{Do} = \begin{pmatrix} 0 & 59.29 + n_2 - n_1 & 1.53 + n_3 - n_1 \\ -0.09 + n_1 - n_2 & 0 & -0.26 + n_3 - n_2 \\ 6.16 + n_1 - n_3 & 2.2 + n_2 - n_3 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Esta condición se puede expresar de la siguiente manera:

$$A \cdot \Theta_N \geq b \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} -59.29 \\ -1.53 \\ 0.09 \\ 0.26 \\ -6.16 \\ -2.2 \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Entonces, el problema se puede formular como la programación lineal en (3.35), en donde se intenta minimizar la suma de retardos de tiempo.

$$\begin{aligned} & \min \sum n_i \\ & \text{sujeto a: } -A \cdot \Theta_N \leq -b, \quad n_i \geq 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

En el ejemplo bajo estudio, la solución que se obtiene con la configuración 1-2-3 es $n_1 = 0.09$, $n_2 = 0$ y $n_3 = 0.26$. Habría que hacer lo mismo para el resto de configuraciones y escoger la de menor dinámica extra. Sin embargo, con el resto de configuraciones el problema de programación lineal que se plantea no tiene solución factible, independientemente de $N(s)$. Así pues, la configuración 1-2-3 es la única que

consigue realizabilidad en la red de desacoplamiento tras añadir los anteriores retardos adicionales. Este procedimiento se puede aplicar de forma similar cuando la no realizabilidad surge por problemas de grados relativos o ceros RHP.

3.3. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

En este apartado, la metodología propuesta se aplica en simulación a varios procesos de diferentes dimensiones. Además, su efectividad se verifica en una planta real de cuatro tanques acoplados. Todos los procesos y sus funciones de transferencia están recogidos en los apéndices de esta tesis. Ninguno de ellos tiene ceros RHP en su determinante, por lo que se puede usar el desacoplo inverso.

3.3.1. Ejemplo 3.1: columna de destilación 2x2 de Vinante-Luyben

La columna de destilación de Vinante-Luyben (Cai et al., 2008) es un proceso 2x2 con retardos, dado por $G_{VL}(s)$ en el apéndice A. Debido a estos retardos, inicialmente no hay ninguna configuración realizable para aplicar el desacoplo inverso, y es necesario añadir un retardo extra de 0.7 min en la segunda señal de control. El bloque diagonal $N(s)$ correspondiente vendría dado por $n_{11}(s) = 1$ y $n_{22}(s) = e^{-0.7s}$. Entonces, el nuevo proceso a desacoplar vendría dado por (3.36), y según las condiciones del apartado anterior, habría que escoger la configuración 1-2 para obtener elementos de desacoplamiento realizables.

$$G_{VL}^N(s) = \begin{pmatrix} \frac{-2.2e^{-s}}{7s+1} & \frac{1.3e^{-s}}{7s+1} \\ \frac{-2.8e^{-1.8s}}{9.5s+1} & \frac{4.3e^{-1.05s}}{9.2s+1} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Al aplicar al proceso (3.36), el desacoplo inverso propuesto en esta tesis, se especifica el proceso aparente $Q(s)$ dado en (3.37), que es prácticamente el mismo que se usa en (Cai et al., 2008) para diseñar un desacoplo normalizado. Usando las expresiones en (3.5), se obtienen los elementos de desacoplamiento dados en (3.38).

$$Q(s) = \begin{pmatrix} \frac{2.0785e^{-s}}{6.691s+1} & 0 \\ 0 & \frac{4.4769e^{-1.5935s}}{8.7939s+1} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} dd_{11} &= \frac{-14.55s - 2.079}{14.72s + 2.2} \approx -0.9448 \\ do_{12} &= \frac{-8.698s - 1.3}{14.55s + 2.079} \\ do_{21} &= \frac{(24.62s + 2.8)}{42.53s + 4.477} e^{-0.207s} \\ dd_{22} &= \frac{(41.19s + 4.477)}{37.81s + 4.3} e^{-0.543s} \approx 1.041e^{-0.543s} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Tras obtener la red de desacoplamiento, los parámetros del control descentralizado se pueden ajustar de forma independiente para cada lazo, es decir, para cada $q_i(s)$. Por tanto, se podrían aplicar directamente los métodos de sintonía SISO de controladores PID para asegurar la estabilidad y especificaciones de cada lazo. Las especificaciones en ambos lazos de control son un margen de ganancia igual a 3 y un margen de fase de 60° . Para obtener la misma respuesta que se consigue con el desacoplo normalizado en (Cai et al., 2008), y ya que los procesos aparentes son prácticamente idénticos, en el diseño propuesto se usa el mismo control descentralizado que en (Cai et al., 2008), el cual consta de dos controladores PI. La Figura 3.6 muestra la respuesta del sistema en lazo cerrado en comparación con el desacoplo normalizado ya comentado. Además, también se muestra la respuesta de un control puramente descentralizado de dos controladores PID diseñado según el procedimiento en (Vázquez et al., 1999) para las mismas especificaciones. Los parámetros de los controladores PID de cada diseño aparecen recogidos en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3: Parámetros PID para los diferentes métodos de control en el ejemplo 3.1

| Parámetro | Propuesto | | Normalizado | | Descentralizado | |
|-----------|-----------|--------|-------------|--------|-----------------|--------|
| | lazo 1 | lazo 2 | lazo 1 | lazo 2 | lazo 1 | lazo 2 |
| K_P | 1.76 | 0.64 | 1.76 | 0.64 | -1.55 | 2.65 |
| T_I | 3.79 | 13.62 | 3.79 | 13.62 | 2.5 | 1.95 |
| T_D | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.17 | 0.24 |

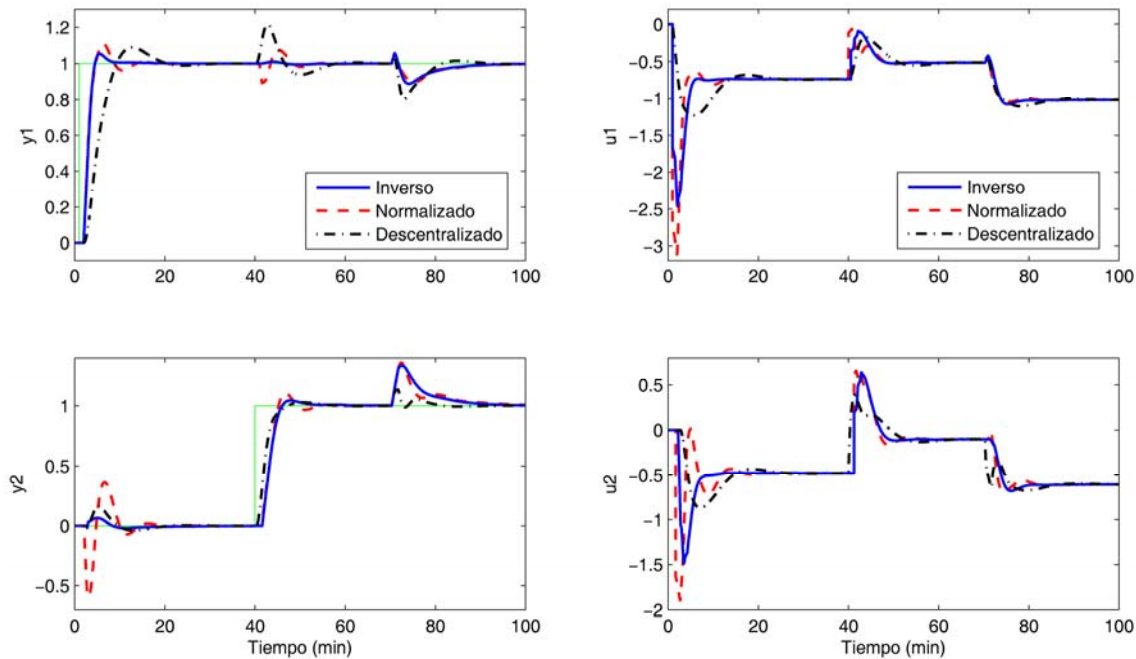


Figura 3.6: Salidas y señales de control en el ejemplo 3.1

En la simulación llevada a cabo, hay un salto escalón unitario en la primera referencia en $t = 1$ min, y en $t = 40$ min, en la segunda. Además, en $t = 70$ min, hay un salto escalón de 0.5 unidades en ambas entradas del proceso como perturbaciones a la entrada. De acuerdo con la Figura 3.6, el control propuesto con el desacoplo inverso tiene la mejor respuesta en el primer lazo. El control descentralizado consigue el mejor rendimiento en el segundo lazo, con un seguimiento de la referencia y rechazo de las perturbaciones más rápido. Sin embargo, el método propuesto consigue un desacoplo prácticamente perfecto, mientras que los otros diseños presentan importantes interacciones.

En cualquier caso, la respuesta del control propuesto es mejor que la conseguida con el desacoplo normalizado en (Cai et al., 2008). Además, aunque la complejidad de los elementos de ambas redes de desacoplo es similar, otra ventaja del método propuesto frente al desacoplo normalizado es la forma directa de llevar a cabo el diseño de la red de desacoplamiento. En el diseño del desacoplo normalizado, el procedimiento es algo más complejo, con varios cálculos como el de la matriz de ganancias relativas normalizada.

3.3.2. Ejemplo 3.2: reactor de polimerización 2x2

Este proceso 2x2 es un reactor de polimerización a escala industrial (Xiong et al., 2007) dado por $G_R(s)$ en el apéndice A, en el que hay retardos y en el que la escala de tiempos está en horas. Al igual que en el ejemplo anterior, debido a los retardos no hay ninguna configuración inicialmente realizable para aplicar el desacoplo inverso. Para obtener realizabilidad es necesario añadir un retardo extra en la primera señal de control. El bloque diagonal $N(s)$ correspondiente vendría dado por $n_{11}(s) = e^{-0.2s}$ y $n_{22}(s) = 1$. Entonces, el nuevo proceso a desacoplar sería el siguiente:

$$G_R^N(s) = \begin{pmatrix} \frac{22.89 \cdot e^{-0.4s}}{4.572s + 1} & \frac{-11.64 \cdot e^{-0.4s}}{1.807s + 1} \\ \frac{4.689 \cdot e^{-0.4s}}{2.174s + 1} & \frac{5.80 \cdot e^{-0.4s}}{1.801s + 1} \end{pmatrix}. \quad (3.39)$$

Si se escoge la configuración 1-2 y los dos elementos no nulos de la matriz Dd se fijan a la unidad, de acuerdo al caso 1 de la Tabla 3.1, el proceso aparente desacoplado vendrá dado por la diagonal principal de (3.39). Los otros dos elementos no nulos de Do aparecen en la Tabla 3.4. Tras determinar la red de desacoplamiento, se pueden ajustar de forma individual los dos controladores PI correspondientes a cada proceso aparente $q_i(s)$. Este ajuste se lleva a cabo usando reglas de sintonía de (O'Dwyer, 2006) con una especificación en ambos lazos de margen de ganancia igual a 5. Los parámetros resultantes se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Diferentes controles para el ejemplo 3.2 con sus índices de desempeño y robustez

| Método | Red de desacoplamiento | Parámetros PI | | | | IAE ₁ | IAE ₂ | μ _{RS} | μ _{RP} |
|-------------------------------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| | | K _{P1} | K _{P2} | T _{I1} | T _{I2} | | | | |
| | $Dd=I$ | | | | | | | | |
| Propuesto ($n_{11}=e^{-0.2s}$) | $D_o = \begin{pmatrix} 0 & \frac{11.64(4.572s + 1)}{22.89(1.807s + 1)} \\ \frac{-4.689(1.801s + 1)}{5.8(2.174s + 1)} & 0 \end{pmatrix}$ | 0.157 | 0.244 | 4.57 | 1.8 | 1.27 | 1.27 | 0.2 | 0.8 |
| Xiong | $K = \begin{pmatrix} 0.3137 \left(1 + \frac{1}{4.572s}\right) & 0.2203 \left(1 + \frac{1}{2.174s}\right) \\ -0.0369 \left(1 + \frac{1}{1.807s}\right) & 0.2439 \left(1 + \frac{1}{1.801s}\right) \end{pmatrix}$ | - | - | - | - | 1.31 | 1.22 | 0.39 | 1.23 |

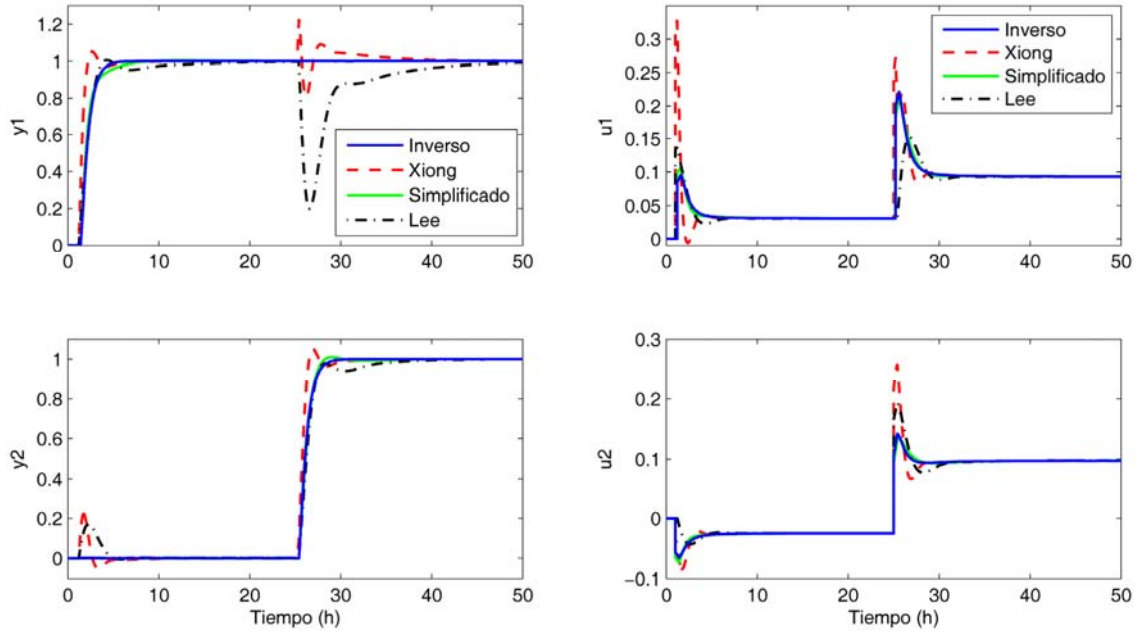


Figura 3.7: Salidas y señales de control en el ejemplo 3.2

Para evaluar la robustez de los controles, se lleva a cabo un análisis basado en el SSV y en presencia de incertidumbre multiplicativa diagonal a la entrada, tal y como se representaba en la Figura 2.5. Los pesos seleccionados vienen dados en (3.41). El peso $w_I(s)$ se puede interpretar como que la incertidumbre del proceso aumenta hasta un 200% a altas frecuencias y se reduce hasta casi un 20% en el rango de bajas frecuencias. El peso de desempeño a la salida $w_P(s)$ especifica acción integral, un pico máximo para $\bar{\sigma}(S)$ de $M_s = 2.2$ y un ancho de banda en torno a 0.3 rad/h.

$$\begin{aligned}
 W_I(s) &= w_I(s) \cdot I = \frac{(0.1s + 0.2)}{0.05s + 1} \cdot I \\
 W_P(s) &= w_P(s) \cdot I = \frac{(s/2.2 + 0.3)}{s} \cdot I
 \end{aligned}
 \tag{3.41}$$

La Figura 3.8 muestra el SSV para estabilidad robusta (μ_{RS}) y desempeño robusto (μ_{RP}) de los diferentes controladores. En todos los controles, el μ_{RS} es claramente menor que uno para todas las frecuencias, lo que indica que el sistema seguirá siendo estable a pesar de una incertidumbre del 20% en cada entrada del proceso. El control propuesto y el desacoplo simplificado presentan los menores valores pico de μ_{RS} . En cuanto al desempeño robusto (RP), solo el control propuesto y el desacoplo simplificado satisfacen la condición (2.4), con un pico de μ_{RP} menor o igual a

1. En los otros dos controladores, la respuesta se deteriorará en el rango de frecuencias [1-10] rad/h, donde aparecen los picos de μ_{RP} . Los valores pico de μ_{RS} y μ_{RP} aparecen en la Tabla 3.4. El control PI multi-lazo elaborado con la metodología de (Lee et al., 2004) tiene una buena estabilidad robusta; sin embargo, muestra el peor desempeño robusto, incluso a bajas frecuencias, debido a las fuerte interacción en el primer lazo.

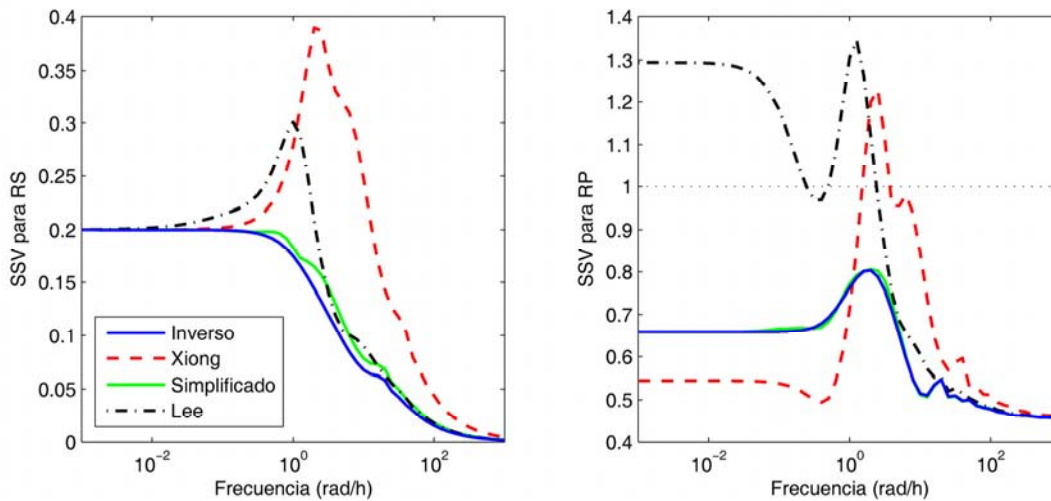


Figura 3.8: SSV para RS y RP en el ejemplo 3.2

3.3.3. Ejemplo 3.3: columna de destilación 3x3 de Tyreus

Como se vio en el apartado 3.2, no hay configuraciones inicialmente realizables en este proceso debido a los retardos. Para alcanzar una red de desacoplamiento realizable hay que usar la configuración 1-2-3 y añadir un bloque diagonal de retardos extras dado por $n_{11}(s)=e^{-0.09s}$, $n_{22}(s)=1$ y $n_{33}(s)=e^{-0.26s}$. Entonces, el nuevo proceso usado para diseñar el desacoplo inverso es:

$$G_T^N(s) = \begin{pmatrix} \frac{1.986e^{-0.8s}}{66.7s+1} & \frac{-5.24e^{-60s}}{400s+1} & \frac{-5.984e^{-2.5s}}{14.29s+1} \\ \frac{-0.0204e^{-0.68s}}{(7.14s+1)^2} & \frac{0.33e^{-0.68s}}{(2.38s+1)^2} & \frac{-2.38e^{-0.68s}}{(1.43s+1)^2} \\ \frac{-0.374e^{-7.84s}}{22.22s+1} & \frac{11.3e^{-3.79s}}{(21.74s+1)^2} & \frac{9.811e^{-1.85s}}{11.36s+1} \end{pmatrix}. \quad (3.42)$$

Usando la configuración 1-2-3 y fijando a uno los tres elementos no nulos de la matriz Dd , el proceso aparente desacoplado en lazo abierto Q , vendría dado por los

elementos de la diagonal principal de (3.42). La matriz Do se calcula usando (3.14), con lo que se obtiene:

$$Do(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2.638(66.7s+1)e^{-59.2s}}{(400s+1)} & \frac{3.013(66.7s+1)e^{-1.7s}}{(14.29s+1)} \\ \frac{0.062(2.38s+1)^2}{(7.14s+1)^2} & 0 & \frac{7.212(2.38s+1)^2}{(1.43s+1)^2} \\ \frac{0.038(11.36s+1)e^{-5.99s}}{22.22s+1} & \frac{-1.213(11.36s+1)e^{-1.94s}}{(21.74s+1)^2} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

Aunque el proceso de este ejemplo es un sistema 3×3 , puede apreciarse que la complejidad de los elementos de Do en (3.43) es igual de simple que la de los elementos del desacoplo inverso para procesos 2×2 . En base a las reglas de sintonía IMC de (Rivera et al., 1986), se ajustan tres controladores PI de manera independiente para los correspondientes procesos desacoplados q_i . Para cada lazo se especifica una constante de tiempo en lazo cerrado de 15, 20 y 18 min, respectivamente. Los parámetros obtenidos aparecen en la Tabla 3.5.

El control propuesto se compara con otras metodologías: el control puramente centralizado de (Wang et al., 2003), el control centralizado por desacoplo analítico de (Liu et al., 2007), y un control PI multi-lazo. Algunos de los elementos del controlador de Wang, $K(s)$, y de Liu, $C(s)$, se muestran en (3.44) y (3.45), respectivamente. En todos ellos, los elementos tienen un alto orden en numerador y denominador (tercer, cuarto, quinto o sexto orden) más un retardo de tiempo. Su mayor complejidad es clara en comparación con la de los elementos del desacoplo propuesto en (3.43). El control PI multi-lazo se sintoniza en base al método de (Lee et al., 2004) y usando las mismas constantes de tiempo en lazo cerrado (τ_i) que en el control propuesto. Además, de acuerdo a la RGA del proceso, el emparejamiento escogido entre salidas y entradas ha sido y_1-u_1 , y_2-u_3 y y_3-u_2 . Los parámetros PI se recogen en la Tabla 3.5 junto con los índices de desempeño y robustez de las diferentes metodologías.

$$\begin{aligned}
 k_{21}(s) &= \frac{-69.82s^3 + 10.68s^2 + s + 0.01277}{1041s^3 + 126.5s^2 + 22.49s} e^{-10.52s}, \\
 &24260s^6 - 10870s^5 + 2651s^4 + \\
 k_{12}(s) &= \frac{-110s^3 + 55.22s^2 + s + 0.0006456}{-57140s^6 - 17230s^5 - 3031s^4 +} e^{-8.376s}, \\
 &-376.2s^3 - 23.97s^2 - 0.05722s \\
 k_{33}(s) &= \frac{-32.71s^3 - 3.641s^2 + s + 0.03188}{4964s^3 + 411s^2 + 102.3s} \\
 &\dots \\
 c_{11}(s) &= f_1 \frac{14543s^2 + 256.3578s + 0.5502}{(15s + 1)(438.7353s + 1)} e^{-0.09s}, \\
 &4773900s^6 - 6620600s^5 - 3286200s^4 \\
 c_{12}(s) &= f_2 \frac{-532380s^3 - 41045s^2 - 523.1791s - 0.296}{(12s + 1)^2 (611700s^4 + 109510s^3} e^{-3.73s}, \\
 &+ 12128s^2 + 465.9313s + 1) \\
 c_{23}(s) &= f_3 \frac{16790s^3 + 1582.9s^2 + 39.2646s + 0.0885}{(18s + 1)(511.4853s^2 + 440.0233s + 1)}, \\
 &\dots \\
 f_1 &= \frac{1}{1 - \frac{e^{-0.8s}}{15s + 1}}, f_2 = \frac{1}{1 - \frac{e^{-0.68s}}{(12s + 1)^2}}, f_3 = \frac{1}{1 - \frac{e^{-1.85s}}{18s + 1}}
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

$$\tag{3.45}$$

Tabla 3.5: Parámetros PI e índices de desempeño y robustez en el ejemplo 3.33.3.3.

| Método | Parámetros PI | | | | | | IAE ₁ | IAE ₂ | IAE ₃ | μ _{RS} | μ _{RP} |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| | K _{P1} | K _{P2} | K _{P3} | T _{I1} | T _{I2} | T _{I3} | | | | | |
| Propuesto (n ₁₁ =e ^{-0.09s} , n ₃₃ =e ^{-0.26s}) | 2.25 | 0.77 | 0.07 | 67.1 | 5.1 | 12.3 | 15 | 21.3 | 22.9 | 0.28 | 0.86 |
| Wang | - | - | - | - | - | - | 38.7 | 31 | 38.3 | 0.22 | 1.24 |
| Liu | - | - | - | - | - | - | 17.6 | 25.1 | 22.9 | 0.23 | 0.77 |
| Lee (τ ₁ =15, τ ₂ =20, τ ₃ =18) | 2.14 | -0.04 | 0.13 | 61.1 | 2.39 | 37.5 | 65.1 | 22.8 | 133 | 0.31 | 1.8 |

Las respuestas en lazo cerrado (salidas y señales de control) del control propuesto y el resto de metodologías, se muestran en la Figura 3.9. Hay un cambio escalón unitario en $t = 0$ min en la primera referencia, en $t = 333$ min, en la segunda, y en $t = 666$ min, en la tercera. El diseño propuesto consigue un desacoplamiento perfecto sin sobrepaso ni respuesta inversa en las salidas; aunque las señales de control son más oscilatorias que en el control de Wang. Además, obtiene los valores IAE más pequeños.

La respuesta es bastante similar a la del controlador de Liu; sin embargo, es importante volver a destacar que la complejidad de los elementos en los controles de Liu y Wang es mucho mayor. Y también hay que decir que sus procedimientos de diseño son más complicados que el método propuesto. La respuesta del control multi-lazo es muy buena en la segunda salida, pero muestra importantes interacciones en el resto de lazos.

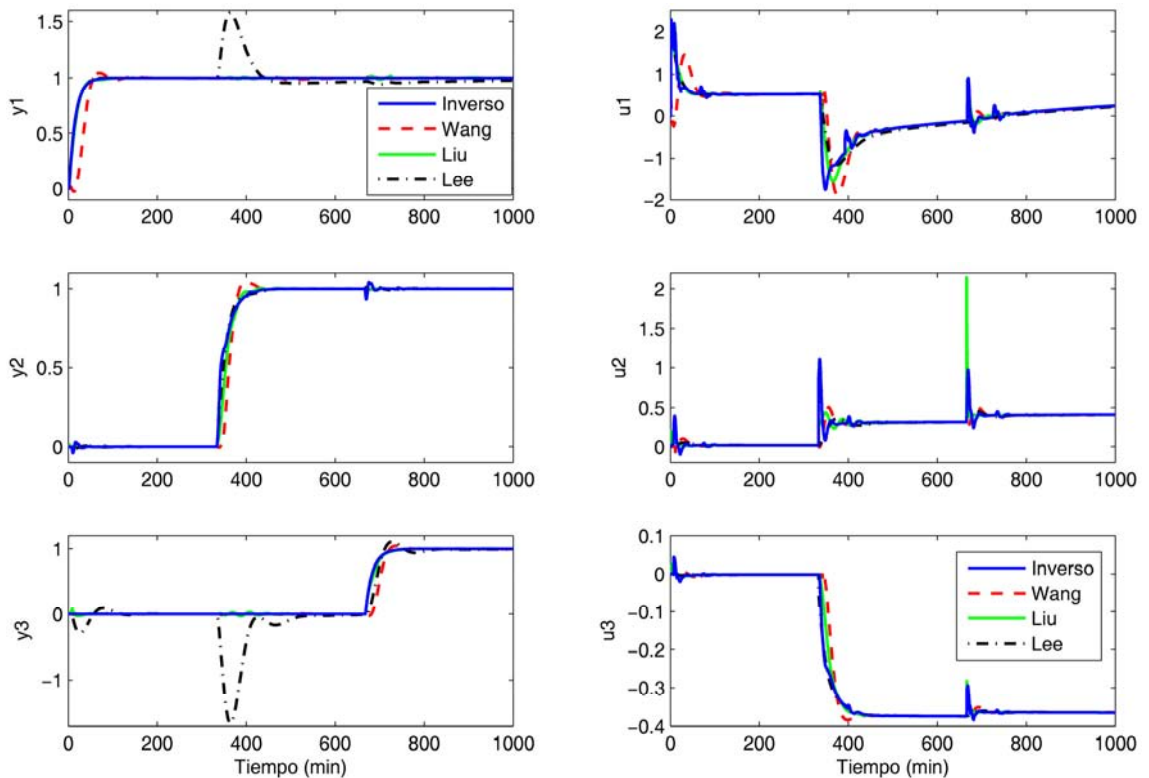


Figura 3.9: Salidas y señales de control en el ejemplo 3.3

Para valorar la robustez de los controladores, y tal y como se hizo en el ejemplo anterior, se lleva a cabo un análisis basado en el SSV y en presencia de incertidumbre multiplicativa diagonal a la entrada. Los pesos seleccionados vienen dados por (3.46). La Figura 3.10 muestra el SSV para estabilidad robusta (μ_{RS}) y desempeño robusto (μ_{RP}) de los diferentes controladores. La estabilidad robusta es fácilmente alcanzada por todos los controladores. El valor de pico de μ_{RS} más pequeño es conseguido por el controlador de Wang, aunque todos los valores pico son muy cercanos. El análisis de desempeño robusto muestra que el control de Liu y el propuesto, son los únicos que satisfacen la condición (2.4). A pesar de su mayor complejidad, el desempeño del controlador de Wang se deteriora en el rango de frecuencias [0.01 – 0.1] rad/min, donde aparece un pico mayor que la unidad. El controlador PI multi-lazo tiene una buena estabilidad

robusta; sin embargo, debido a las fuertes interacciones, muestra el peor desempeño robusto a frecuencias por debajo de 0.1 rad/min.

$$\begin{aligned} W_I(s) &= w_I(s) \cdot I = \frac{(2s + 0.2)}{s + 1} \cdot I \\ W_P(s) &= w_P(s) \cdot I = \frac{(s / 2.75 + 0.025)}{s} \cdot I \end{aligned} \quad (3.46)$$

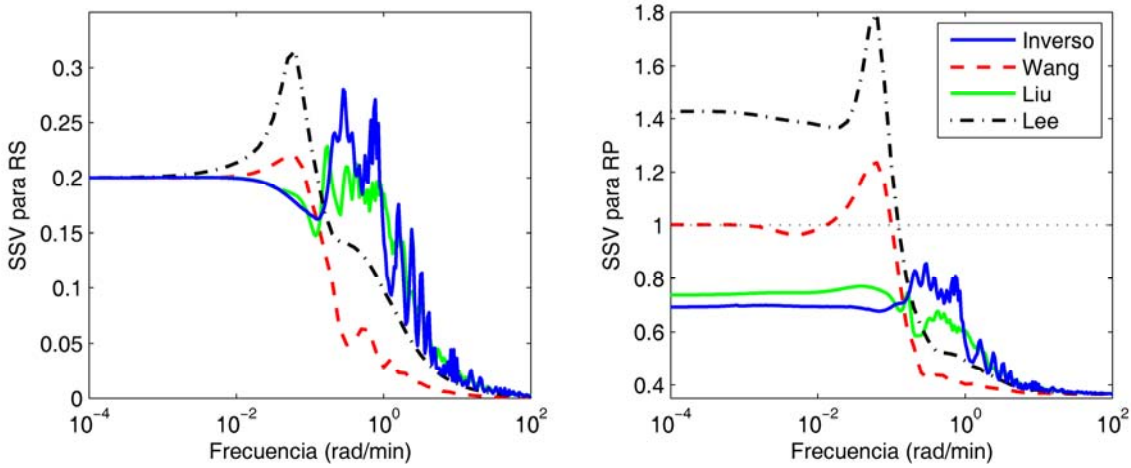


Figura 3.10: SSV para RS y RP en el ejemplo 3.3

3.3.4. Ejemplo 3.4: proceso HVAC 4x4

Este proceso es un sistema de calefacción, ventilación y aire acondicionado con cuatro salidas y cuatro entradas (Shen et al., 2010) cuya matriz de funciones de transferencia viene dada por $G_H(s)$ en el apéndice A. Al aplicar el desacoplo inverso, la configuración 1-2-3-4 es la única que consigue una red de desacoplamiento realizable sin tener que añadir dinámica extra. Usando esta configuración y aplicando las expresiones (3.16) y (3.17), se obtienen las matrices Dd y Do del desacoplo inverso que aparecen en (3.47) y (3.48), respectivamente. Para ello se ha usado el proceso aparente desacoplado en (3.49), que es el que se utiliza en (Shen et al., 2010) para diseñar un desacoplo normalizado.

$$Dd(s) = \text{diag} \left\{ \frac{-10.2(122s + 1)}{(113.88s + 1)} e^{-4.82s}, \frac{-10.87(130s + 1)}{(121.4s + 1)} e^{-5.32s}, \frac{-9.8(118s + 1)}{(113.92s + 1)} e^{-6.21s}, \frac{-9.26(128s + 1)}{(123.5s + 1)} e^{-5.12s} \right\} \quad (3.47)$$

$$D_o(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{(4.098s + 0.036)}{149s + 1} e^{-5.18s} & \frac{(1.594s + 0.014)}{158s + 1} e^{-10.2s} & \frac{(1.935s + 0.017)}{155s + 1} e^{-8.18s} \\ \frac{(5.219s + 0.043)}{147s + 1} e^{-3.68s} & 0 & \frac{(1.335s + 0.011)}{156s + 1} e^{-11.7s} & \frac{(1.456s + 0.012)}{157s + 1} e^{-12.7s} \\ \frac{(1.367s + 0.012)}{153s + 1} e^{-8.79s} & \frac{(1.822s + 0.016)}{151s + 1} e^{-11.8s} & 0 & \frac{(3.759s + 0.033)}{146s + 1} e^{-3.79s} \\ \frac{(1.606s + 0.013)}{156s + 1} e^{-8.88s} & \frac{(1.853s + 0.015)}{159s + 1} e^{-7.88s} & \frac{(3.583s + 0.029)}{144s + 1} e^{-1.88s} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

$$Q_H(s) = \text{diag} \left\{ \frac{e^{-21.82s}}{113.83s + 1}, \frac{e^{-21.32s}}{121.37s + 1}, \frac{e^{-22.21s}}{113.9s + 1}, \frac{e^{-23.12s}}{123.55s + 1} \right\} \quad (3.49)$$

En (Shen et al., 2010), tras proponer el uso del anterior proceso aparente desacoplado en (3.49), se diseña un desacoplo normalizado con el método basado en las funciones de transferencia equivalentes (ETF) de (Cai et al., 2008). Como especificaciones se eligen un margen de ganancia igual 5 y un margen de fase de $2\pi/5$ rad en los cuatro lazos de control. Tras ello, se diseña un controlador PI descentralizado. Como en el control propuesto el proceso aparente desacoplado es el mismo, se usan los mismos controladores PI, para así conseguir el mismo desempeño que el obtenido con el desacoplo normalizado. Los parámetros de estos controladores se muestran en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6: Parámetros PI junto con índices de desempeño y robustez en el ejemplo 3.4

| Método | Parámetros PI | | | | | | | | IAE ₁ | IAE ₂ | IAE ₃ | IAE ₄ | μ _{RS} | μ _{RP} |
|---------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| | K _{P1} | K _{P2} | K _{P3} | K _{P4} | T _{I1} | T _{I2} | T _{I3} | T _{I4} | | | | | | |
| Propuesto | 1.64 | 1.79 | 1.61 | 1.68 | 69.4 | 67.8 | 70.7 | 73.5 | 80.4 | 78.1 | 81.7 | 85.1 | 0.22 | 0.97 |
| Desacoplo normalizado | 1.64 | 1.79 | 1.61 | 1.68 | 69.4 | 67.8 | 70.7 | 73.5 | 87.2 | 84.5 | 87.9 | 90.7 | 0.24 | 1.04 |
| Lee (τ _i =45, ∀i) | -20.5 | -23.5 | -19.3 | -19.2 | 101.8 | 108.3 | 108.2 | 117.4 | 99.9 | 99.1 | 95.2 | 95.8 | 0.41 | 1.22 |

La Figura 3.11 muestra la respuesta en lazo cerrado del diseño llevado a cabo con desacoplo inverso en comparación con el desacoplo normalizado de (Shen et al., 2010). Además, también se muestra un control PI descentralizado basado en el método de (Lee et al., 2004). Hay un salto escalón unitario en cada referencia cada 500 segundos, y en $t = 2000$ s, hay un salto escalón al mismo tiempo en todas las entradas del proceso como perturbación de entrada. El desempeño de los diferentes métodos es bastante similar con los mismos tiempos de asentamiento. No obstante, el control propuesto consigue un desacoplamiento perfecto, mientras que el control PI multi-lazo presenta alguna interacción. El desacoplo normalizado también muestra pequeñas

interacciones. Los índices IAE aparecen en la Tabla 3.6. Son muy similares, pero los menores valores se obtienen con el control propuesto, ya que consigue desacoplamiento perfecto.

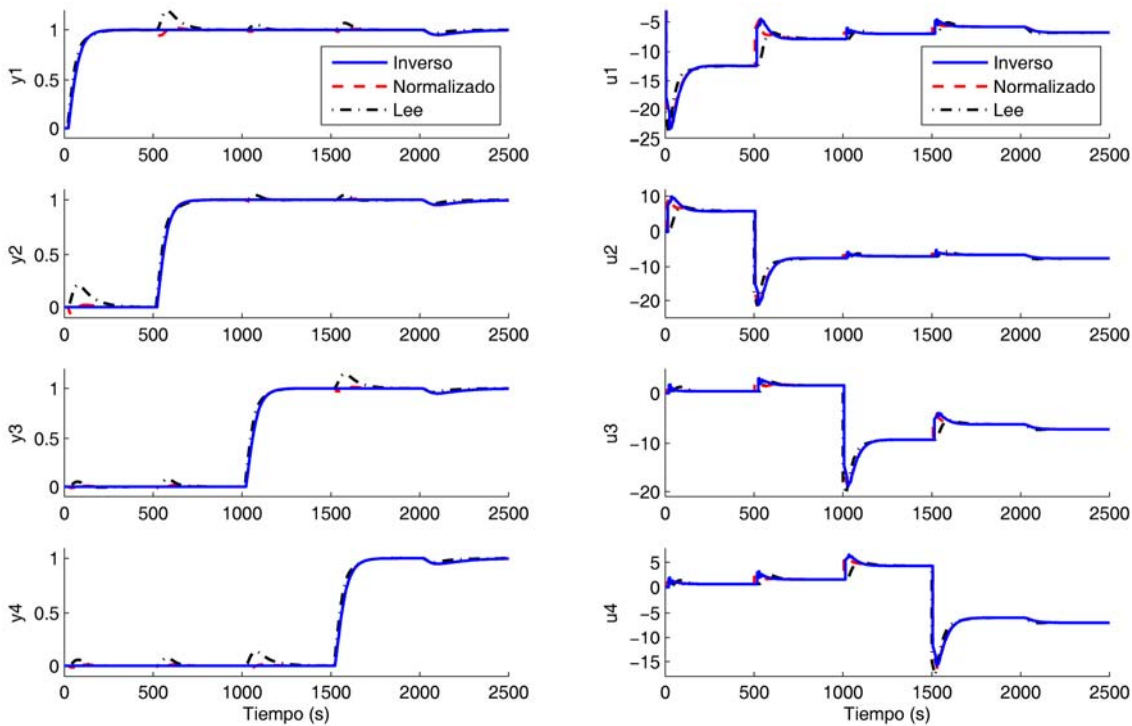


Figura 3.11: Salidas y señales de control en el ejemplo 3.4

Como en los ejemplos anteriores, y usando los pesos en (3.50), se lleva a cabo un análisis de robustez en presencia de incertidumbre multiplicativa diagonal. El resultado se muestra en la Figura 3.12 y los valores de pico, en la Tabla 3.6. Los tres métodos muestran similar RS y RP, aunque el control PI multi-lazo tiene peor desempeño robusto en un pequeño rango de frecuencias debido a las interacciones.

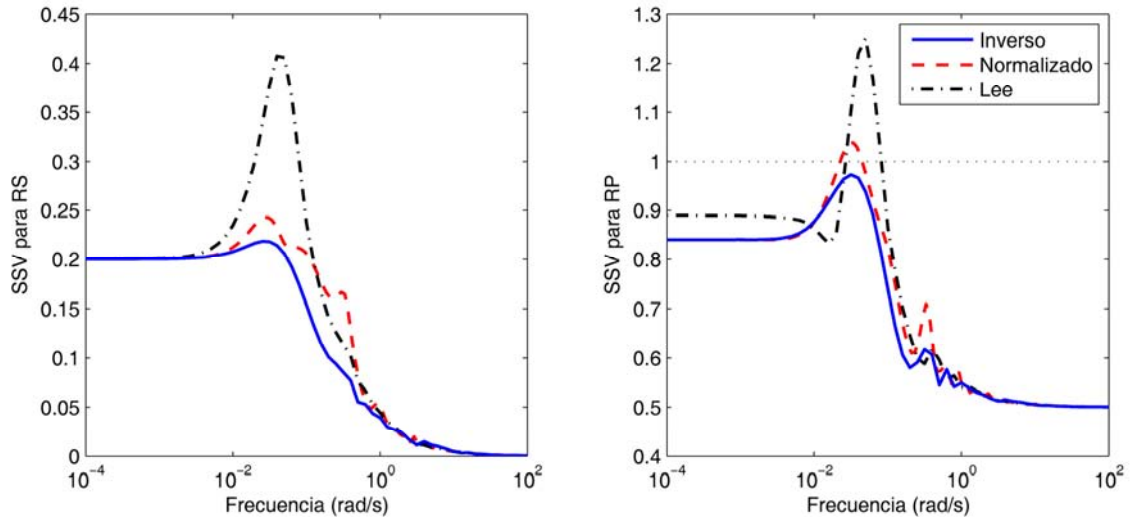


Figura 3.12: SSV para RS y RP en el ejemplo 3.4

$$\begin{aligned}
 W_I(s) &= w_I(s) \cdot I = \frac{(10s + 0.2)}{5s + 1} \cdot I \\
 W_P(s) &= w_P(s) \cdot I = \frac{(s/2 + 0.008)}{s} \cdot I
 \end{aligned} \tag{3.50}$$

3.3.5. Ejemplo 3.5: Proceso experimental de tanques acoplados

Para este ejemplo se utiliza la planta experimental de cuatro tanques acoplados de la Universidad de Córdoba, y que se describe en el Apéndice B. Se utiliza el modelo obtenido al linealizar la planta cuando ésta es configurada para mostrar problemas de interacción pero sin tener ceros RHP multivariables. Debido a los grados relativos, se debe usar la configuración 1-2 para tener una red de desacoplo realizable sin añadir dinámica extra. Si los elementos no nulos de Dd se fijan a la unidad, según el caso 1 de la Tabla 3.1, los procesos aparentes $q_1(s)$ y $q_2(s)$ serán los de la diagonal principal del proceso, y los dos elementos no nulos de Do vendrán dados por (3.51).

$$\begin{aligned}
 do_{12} &= \frac{-g_{12}}{g_{11}} = \frac{-2454}{3284(535.1s + 1)} \\
 do_{21} &= \frac{-g_{21}}{g_{22}} = \frac{-2457}{3378(503.2s + 1)}
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

Tras determinar los elementos de la red de desacoplamiento, se ajustan de forma independiente dos controladores PI, uno para cada lazo, usando las reglas de sintonía IMC de (Rivera et al., 1986). En ambos lazos, se usa una constante de tiempo en lazo

cerrado igual a 120 s como especificación, para obtener un tiempo de asentamiento en torno a 600 s. Los parámetros de los dos controladores PI resultantes se muestran en la Tabla 3.7, junto con los índices de desempeño y robustez de este ejemplo.

Tabla 3.7: Parámetros PI junto con índices de desempeño y robustez en el ejemplo 3.5

| Método | Parámetros PI | | | | IAE ₁ | IAE ₂ | μ _{RS} | μ _{RP} |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| | K _{P1} | K _{P2} | T _{I1} | T _{I2} | | | | |
| Propuesto | 4.68 | 4.56 | 184.4 | 185 | 1002 | 929 | 0.35 | 0.97 |
| Descentralizado | 4.68 | 4.56 | 184.5 | 185 | 1895 | 1910 | 0.37 | 0.99 |

La Figura 3.13 muestra la respuesta resultante del sistema en lazo cerrado para un salto escalón de 5 cm en las dos referencias. Por comparación, también se muestra la respuesta del control descentralizado que se obtiene con los controladores PI de la Tabla 3.7, pero sin los elementos de la red de desacoplamiento en (3.51). Por tanto, sería como usar dos controladores SISO ajustados de forma independiente, uno para $g_{11}(s)$ y otro para $g_{22}(s)$.

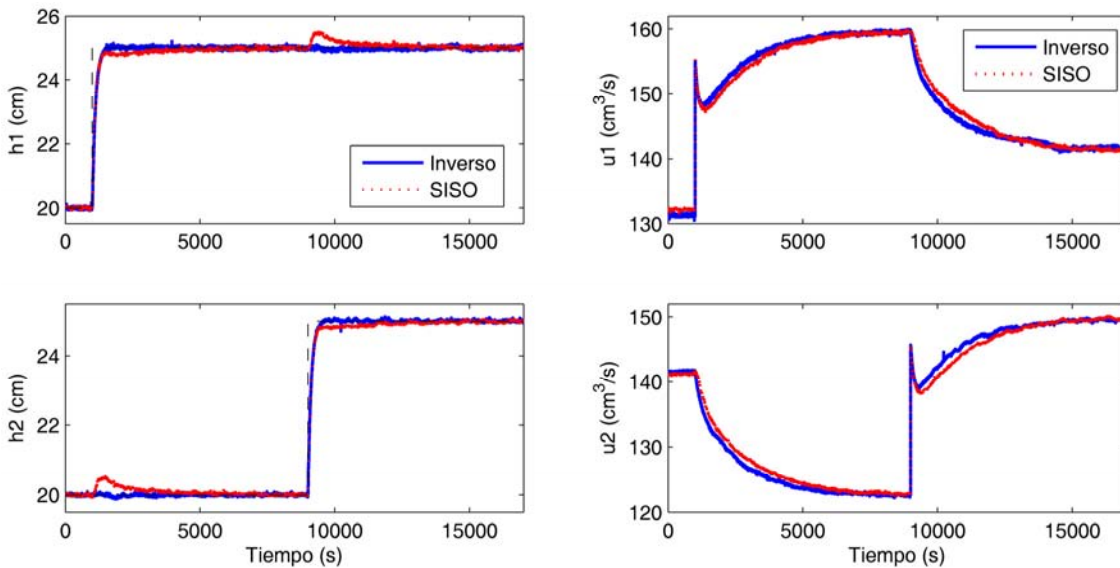


Figura 3.13: Salidas y señales de control en el ejemplo 3.5

Usando el desacoplo inverso, se obtiene una mejor respuesta en ambos lazos, con desacoplamiento prácticamente perfecto y unos tiempos de asentamiento menores que con el controlador descentralizado, el cual alcanza las referencias más tarde y rechaza las interacciones lentamente. Como consecuencia, sus valores IAE son casi el doble que los valores conseguidos con el control propuesto. Usando el modelo

linealizado con el que se ha desarrollado el diseño, y llevando a cabo un análisis de robustez en presencia de incertidumbre multiplicativa diagonal a la entrada, se obtienen los valores pico para los índices de estabilidad y desempeño robustos mostrados en la Tabla 3.7. Son bastante similares para ambos controles, aunque los del método propuesto son algo menores.

3.4. ASPECTOS PRÁCTICOS DEL DESACOPLO INVERSO

Como se comentó en el apartado 3.1.3, además de las ventajas de diseño ya explicadas, el desacoplo inverso presenta importantes ventajas prácticas cuando los elementos no nulos de la matriz Dd se fijan a la unidad. Dichas ventajas hacen que este tipo de desacoplamiento sea muy interesante desde el punto de vista de implementación. En este apartado se explican cuáles son dichas ventajas y se ilustran en varios ejemplos en comparación con el desacoplo simplificado (Garrido et al., 2011c). Aunque la descripción se lleva a cabo para procesos TITO, las ventajas son extensibles a procesos $n \times n$.

3.4.1. Procesos 2x2 usados en los ejemplos

Para estudiar las ventajas prácticas del desacoplo inverso, y llevar a cabo una comparación con el desacoplo simplificado, se utilizan tres procesos TITO. Dos de ellos son procesos en simulación, y el tercero es una planta de laboratorio de cuatro tanques acoplados. Dichos procesos aparecen recogidos y explicados en el apéndice A de esta tesis. En todos ellos se aplica el desacoplo inverso sin necesidad de añadir dinámica adicional, y fijando a la unidad los elementos no nulos de Dd . Esto hace que los elementos de desacoplamiento sean los mismos que para el desacoplo simplificado. Tras ello se diseña un control descentralizado para cada tipo de desacoplo, pero intentando conseguir en ambos casos el mismo desempeño en lazo cerrado. Los controles descentralizados están formados por dos controladores PI ajustados en el dominio de la frecuencia con la metodología de (Morilla & Dormido, 2000), usando márgenes de ganancia o de fase como especificaciones. A continuación se presentan los diseños llevados a cabo en cada proceso, y tras ello se estudian las diferentes ventajas prácticas del desacoplo inverso.

3.4.1.1. Columna de destilación de Wood & Berry

Los elementos de desacoplamiento, tanto para el desacoplo inverso como para el simplificado, vienen dados por (3.52). Para el desacoplo inverso, éstos serían los elementos no nulos de Do , pero para el desacoplo simplificado serían los elementos de la diagonal no principal de D . Los controladores PI se ajustan para alcanzar en ambos lazos un margen de ganancia igual a 4 y un margen de fase de 60° . Los parámetros PI para cada red de desacoplamiento se muestran en la Tabla 3.8.

$$\begin{aligned} do_{12}(s) &= \frac{1.1742 \cdot (s + 0.05988)}{s + 0.04762} \cdot e^{-2 \cdot s} \\ do_{21}(s) &= 0.44945 \cdot \frac{(s + 0.06944)}{s + 0.09174} \cdot e^{-4 \cdot s} \end{aligned} \quad (3.52)$$

Tabla 3.8: Parámetros PI en el proceso de Wood & Berry

| Método de desacoplamiento | K_{P1} | K_{P2} | T_{I1} | T_{I2} |
|---------------------------|----------|----------|----------|----------|
| Inverso | 0.491 | -0.095 | 8.673 | 11.107 |
| Simplificado | 0.179 | -0.044 | 2.615 | 3.230 |

3.4.1.2. Proceso de Niederlinski

En este caso, los elementos de desacoplamiento vienen dados por (3.53). Los controladores PI se ajustan para conseguir un margen de fase de 60° en ambos lazos. Los parámetros correspondientes aparecen en la Tabla 3.9.

$$do_{12}(s) = \frac{5}{s + 10} \quad do_{21}(s) = \frac{-4.8}{s + 2} \quad (3.53)$$

Tabla 3.9: Parámetros PI en el proceso de Niederlinski

| Método | K_{P1} | K_{P2} | T_{I1} | T_{I2} |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| Inverso | -1.207 | 1.207 | 0.423 | 0.423 |
| Simplificado | -0.722 | 0.722 | 0.741 | 0.741 |

3.4.1.3. Proceso experimental de tanques acoplados de Lund

Este proceso es una planta experimental de cuatro tanques acoplados de los laboratorios de la Universidad de Lund, en Suecia. Su descripción también se da en el apéndice A. Para el diseño se utiliza un modelo identificado en torno a un punto de

operación donde la planta muestra problemas de interacción, pero sin tener ceros RHP multivariables. Los elementos de desacoplamiento vienen dados por (3.54). Los controladores PI se sintonizan para conseguir un margen de fase de 60° en ambos lazos, limitando el ancho de banda a una frecuencia alrededor de 0.1 rad/s, donde la interacción es mayor. Los parámetros correspondientes aparecen en la Tabla 3.10.

$$\begin{aligned} d_{o_{12}}(s) &= \frac{-0.6929 \cdot (14.62 \cdot s + 1)}{(12.52 \cdot s + 1) \cdot (8.63 \cdot s + 1)} \\ d_{o_{21}}(s) &= \frac{-0.9478 \cdot (13.7 \cdot s + 1)}{(9.26 \cdot s + 1) \cdot (11.96 \cdot s + 1)} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Tabla 3.10: Parámetros PI en el proceso de tanques acoplados de Lund

| Método | K_{P1} | K_{P2} | T_{I1} | T_{I2} |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| Inverso | 0.54 | 0.59 | 4.8 | 4.4 |
| Simplificado | 0.57 | 0.61 | 2.5 | 2.3 |

3.4.2. El proceso aparente

“Cuando se implementa el desacoplo inverso, el proceso aparente visto por cada controlador es el mismo que vería si no hubiera desacoplo y el controlador alterno estuviera en modo manual”.

Supongamos, por ejemplo, que se desconecta el elemento de desacoplamiento que compensa la interacción en el primer lazo de control. En el esquema de control con desacoplo inverso de la Figura 3.2 (donde dd_{11} y dd_{22} han sido fijados a la unidad), se desconectaría el elemento do_{12} ; usando desacoplo simplificado, el elemento desconectado sería el d_{12} en la Figura 2.8. Aunque ambos lazos permanezcan en modo automático, el segundo lazo seguirá desacoplado mientras que el primero no. El esquema de control del segundo lazo sería equivalente a un control *feedforward*, que compensaría la interacción del primer lazo, en combinación con un lazo de realimentación (modo A_{FF}). Por tanto, el proceso aparente para el segundo controlador sería $g_{22}(s)$, tanto usando desacoplo inverso como desacoplo simplificado.

Cuando ambos lazos están desacoplados, usando desacoplo inverso, el proceso aparente $q_2(s)$, seguiría siendo el mismo, esto es, $g_{22}(s)$. Sin embargo, si se utiliza el desacoplo simplificado el proceso aparente cambiaría, siendo en este caso igual a

$g_{22}(s) - [g_{12}(s) \cdot g_{21}(s)] / g_{11}(s)$. Consecuentemente, si se usan los mismos parámetros PID, la respuesta del segundo lazo se verá afectada en función del estado (desacoplado o no) del primer lazo. Por tanto, cuando se usa desacoplo simplificado, para mantener la misma respuesta sería necesario cambiar los parámetros del controlador correspondiente.

Como ya se ha dicho, usando desacoplo inverso y los parámetros PID originales, la respuesta de la salida desacoplada seguiría siendo la misma porque el proceso aparente no cambia. No obstante, la respuesta del otro lazo no desacoplado sí puede deteriorarse debido a las interacciones; dependerá del proceso específico a controlar y su interacción.

Como ya se ha comentado, en los procesos industriales hay procesos TITO en los que los controladores PID de un control descentralizado se han ajustado teniendo solo en cuenta la dinámica de los elementos diagonales (como $g_{11}(s)$ y $g_{22}(s)$) y como resultado la respuesta alcanzada es muy mala por los efectos de las interacciones. En estos casos, la respuesta del sistema se podría mejorar fácilmente añadiendo los dos elementos del desacoplamiento inverso ($do_{ij}(s)$), siempre y cuando no haya ceros RHP en el determinante del proceso. No sería necesario modificar los parámetros PID, y si el nuevo esquema de control presentara algún problema, sería muy simple volver a la anterior configuración de control descentralizado.

En el siguiente ejemplo, se controla el proceso de Wood & Berry manteniendo desacoplado solo la segunda salida y estando ambos lazos en modo automático. El objetivo es ilustrar como el proceso aparente $q_2(s)$ cambia si se usa desacoplo simplificado, y es el mismo usando desacoplo inverso. La Figura 3.14 muestra la respuesta del sistema para ambas estructuras de desacoplamiento cuando la siguiente simulación es realizada: primero, ambos lazos de control están desacoplados y en modo automático, y hay un salto escalón unitario en la segunda referencia. No hay interacción en el primer lazo, y la respuesta es similar para ambos tipos de desacoplamiento. En $t = 100$ min, el primer lazo deja de estar desacoplado pues se desconecta el elemento $d_{12}(s)$ en el desacoplo simplificado y el $do_{12}(s)$ en el inverso; por tanto, el lazo pasa de modo automático desacoplado a modo automático sin desacoplar ($A_{FF} \rightarrow A$). En $t = 200$ min, hay otro salto escalón unitario en la segunda referencia, y hay una respuesta transitoria en el primer lazo debido a la interacción. En cuanto a la respuesta del segundo lazo, se

puede apreciar como ahora, si se usa desacoplo simplificado, ésta varía considerablemente respecto a la del anterior salto escalón (cuando ambos lazos estaban desacoplados).

Este ejemplo revela claramente que el proceso aparente del segundo lazo ha cambiado, y que al no haber actualizado los parámetros PID correspondientes, aparece una respuesta más oscilatoria. Por el contrario, usando desacoplo inverso, se obtiene la misma respuesta en ambos casos; y además, en este ejemplo concreto, el rechazo de la interacción en el primer lazo, cuando no está desacoplado, parece mejor.

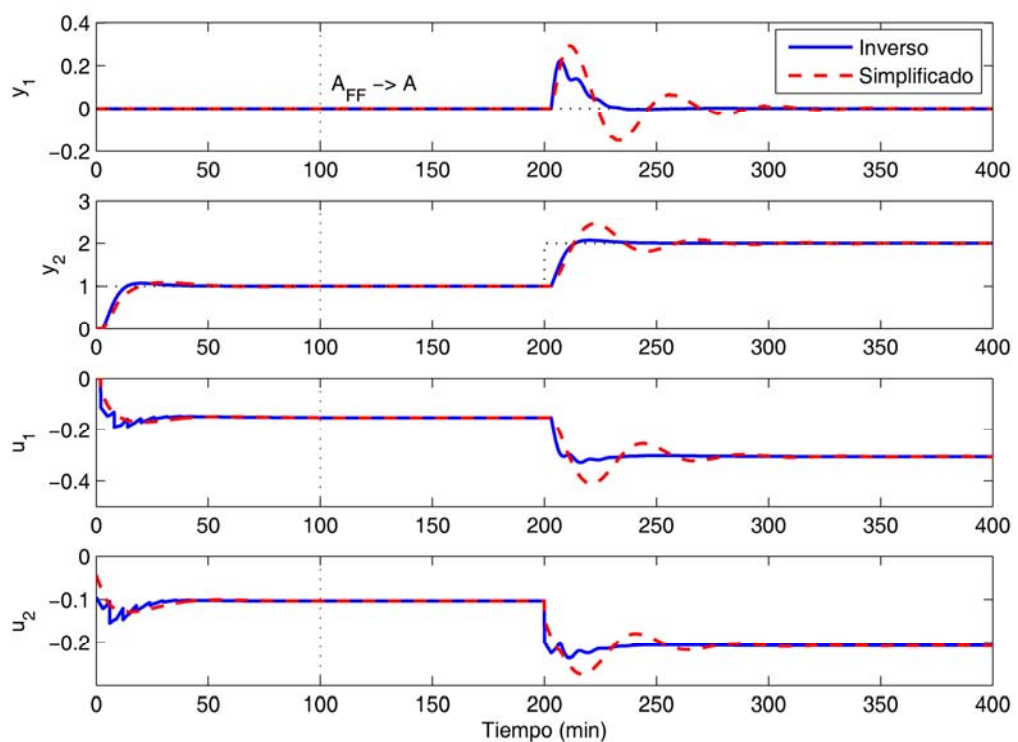


Figura 3.14: Salidas y señales de control en el proceso de Wood & Berry (una salida desacoplada, ambos lazos en modo automático)

En cualquier caso, no es muy usual trabajar en modo automático manteniendo desacoplado un solo lazo de control, y alternar el otro lazo entre modo desacoplado y no desacoplado. Lo que sí es más común es trabajar con el lazo no desacoplado en modo manual. Por tanto, solo un lazo se mantiene en modo automático desacoplado, mientras que el otro está en modo manual sin desacoplar (Figura 3.15). Es similar a un problema de control *feedforward* combinado con realimentación.

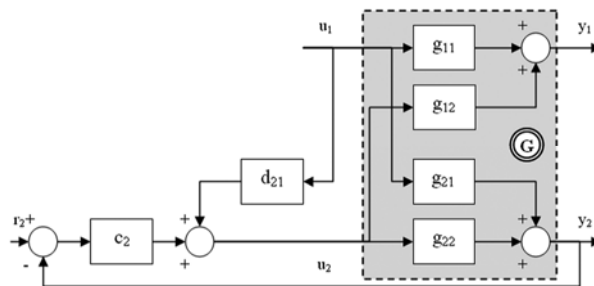


Figura 3.15: Esquema de control con un lazo desacoplado y en modo automático, y el otro lazo en modo manual

La Figura 3.16 muestra la repuesta del proceso de Niederlinski cuando se lleva a cabo una simulación muy similar a la del ejemplo anterior. En este caso, inicialmente ambos lazos de control están en modo automático con desacoplo, y hay un cambio escalón unitario en la segunda referencia. Luego, en $t = 5$ s, el primer lazo cambia a modo manual ($A_{FF} \rightarrow M$). En $t = 10$ s, hay otro salto escalón unitario en la segunda referencia; y de nuevo puede apreciarse que al usar desacoplo simplificado, la respuesta es muy diferente pues el proceso aparente ha cambiado y los parámetros PID no se han modificado en consonancia para mantener la respuesta original. En el segundo cambio de referencia, la respuesta del segundo lazo es mucho más lenta que la conseguida en el primer cambio, y que lo obtenida usando desacoplo inverso (que además no cambia). Usando desacoplo simplificado, para mantener la misma respuesta, antes del segundo cambio de referencia habría que cambiar los parámetros PID por los que se usan el esquema de control con desacoplo inverso.

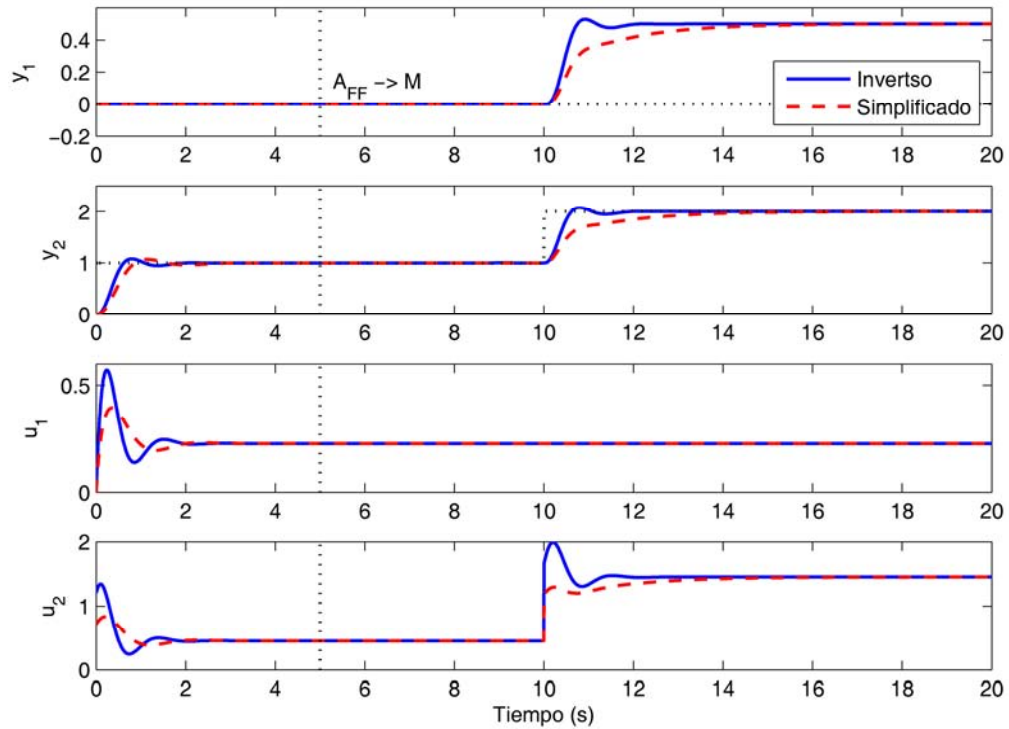


Figura 3.16: Salidas y señales de control en el proceso de Niederlinski (un lazo desacoplado y en automático; el otro, en modo manual)

3.4.3. Bumpless transfer

“Generalmente, el desacoplo inverso se puede implementar en un DCS usando bloques funcionales PID con entradas feedforward. Esto proporciona automáticamente prestaciones tales como inicialización y bumpless transfer entre los modos automático y manual”.

Uno de los principales problemas prácticos al usar redes de desacoplamiento es asegurar una transferencia sin salto (*bumpless transfer*) al cambiar de modo de operación: manual (M), automático (A), y automático con desacoplamiento (A_{FF}). En los ejemplos del apartado anterior, el cambio de modo ha sido llevado a cabo evitando transitorios en las transiciones de modo. Pero si este problema no se hubiera tenido en cuenta al implementar el control, la respuesta del sistema podría haberse deteriorado seriamente. Por ejemplo, la Figura 3.17 muestra un experimento llevado a cabo con y sin mecanismos que aseguren *bumpless transfer* al utilizar un control con desacoplo inverso en la planta de tanques acoplados de Lund.

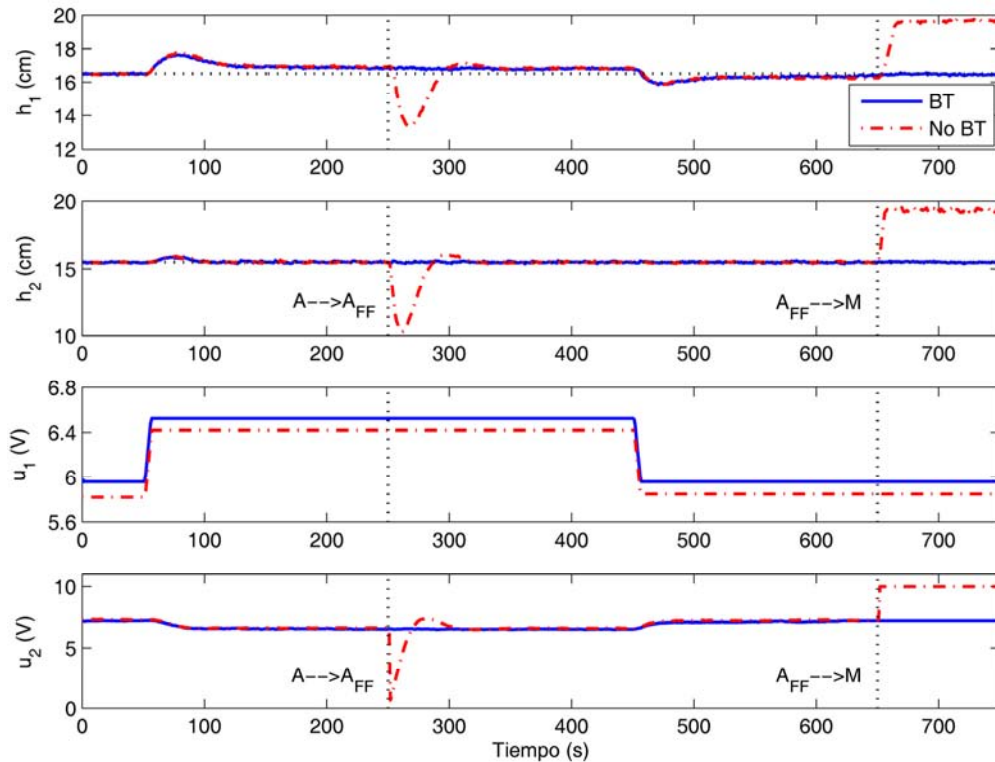


Figura 3.17: Salidas y señales de control en el proceso de tanques acoplados usando desacoplo inverso con y sin mecanismo que asegure *bumpless transfer* (BT)

Inicialmente, el primer lazo está en modo manual y su salida es 16.5 cm. El segundo lazo está en modo automático sin desacoplar (A) y su salida es 15.5 cm. En $t = 50$ s, hay un salto escalón en la primera señal de control u_1 , la primera salida h_1 cambia, y debido a la interacción aparece un pequeño transitorio en el segundo lazo de control. En $t = 250$ s, el segundo lazo cambia de modo automático sin desacoplar a modo automático desacoplado ($A \rightarrow A_{FF}$). Si no se ha implementado ningún mecanismo que asegure *bumpless transfer*, hay un importante transitorio en ambos lazos debido al cambio repentino que se da en la segunda señal de control u_2 . Luego, en $t = 450$ s, hay un cambio escalón negativo en la primera señal de control; sin embargo, en este caso no hay ningún transitorio por interacciones en el segundo lazo, ya que éste se encuentra trabajando en modo automático con desacoplamiento. Finalmente, en $t = 650$ s, el segundo lazo cambia a modo manual, y de nuevo, si no se asegura *bumpless transfer* hay un cambio importante en la salida de ambos lazos que los lleva a un nuevo estado estacionario (pues ahora los lazos están en modo manual). Usando desacoplo simplificado es posible obtener una respuesta similar.

La Figura 3.18 muestra la estructura de un controlador PID con entrada *feedforward* (*FF*) con la que se soluciona el problema de transferencia de modo sin salto al usar desacoplo inverso. Para conseguir *bumpless transfer*, el controlador usa una variable *B* que se actualiza cuando el modo de operación cambia entre trabajar con entrada *feedforward* o sin ella. Cuando la entrada *feedforward* es activada (*FF_on*), el valor actual de la entrada *feedforward* es restado de la variable *B*; cuando es desactivada (*FF_off*), el valor de la entrada *feedforward* en ese momento es sumado a la variable *B*, esto es:

$$\begin{aligned} FF_{on} &\Rightarrow B=B-FF \\ FF_{off} &\Rightarrow B=B+FF \end{aligned} \quad (3.55)$$

Para llevar la actualización de la variable *B*, el controlador tiene un unidad de control *feedforward* (*FFCU*). Esta unidad detecta cambios en el modo de operación a través de la entrada binaria *enableFF*. Cuando esta entrada cambia, la acción *feedforward* se activa o desactiva y la variable *B* es calculada según (3.55). Para evitar los transitorios entre los cambios de modo de operación automático y manual, tanto el bloque *PID_FF* como la unidad de control manual (*MCU*) tienen un integrador con modo de seguimiento de la salida final del controlador (Åström *et al.*, 2006). Además, estos dos bloques tienen una entrada extra conectada a la salida de la *FFCU* (entrada *feedforward* más variable *B*) para obtener *bumpless transfer* cuando la acción *feedforward* (y por tanto el desacoplamiento) es desactivado. Los diferentes bloques del controlador PID de la Figura 3.18 se muestran en mayor detalle en la Figura 3.19.

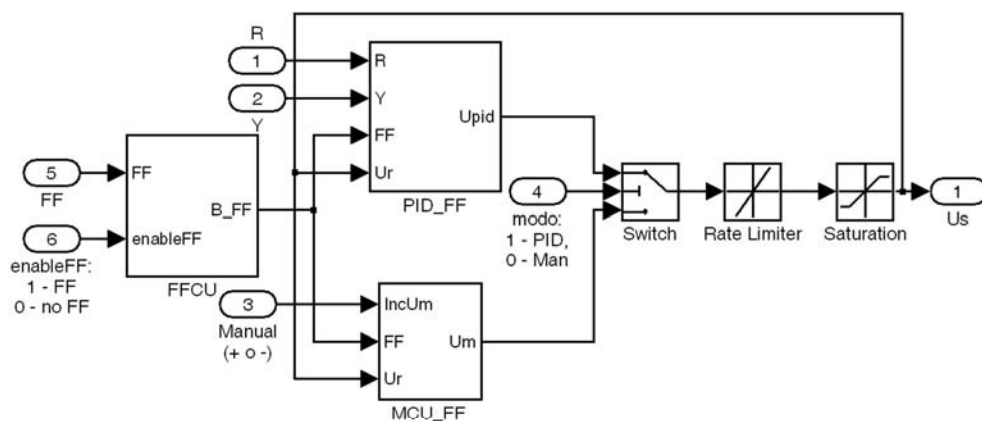


Figura 3.18: Esquema de controlador PID con entrada *feedforward* y mecanismo para asegurar *bumpless transfer*

El bloque *PID_FF* es un controlador PI-D con modo de seguimiento y una entrada extra para la acción *feedforward* de la *FFCU*. La *MCU* tiene un integrador para seguir la salida final de controlador en todo momento, y también una entrada extra para la acción *feedforward*. El posible inconveniente de esta implementación es el hecho de que la *FFCU* necesita algunos bloques discontinuos, como bloques de cruce por cero, para actualizar la variable *B*. Para evitar esto, una buena opción podría ser implementar el controlador de forma discreta. Otro enfoque que fácilmente tendría en cuenta los problemas de transitorios en la transición de modo y el fenómeno de *windup* sería implementar el controlador PID en forma incremental (Åström & Hägglund, 2006).

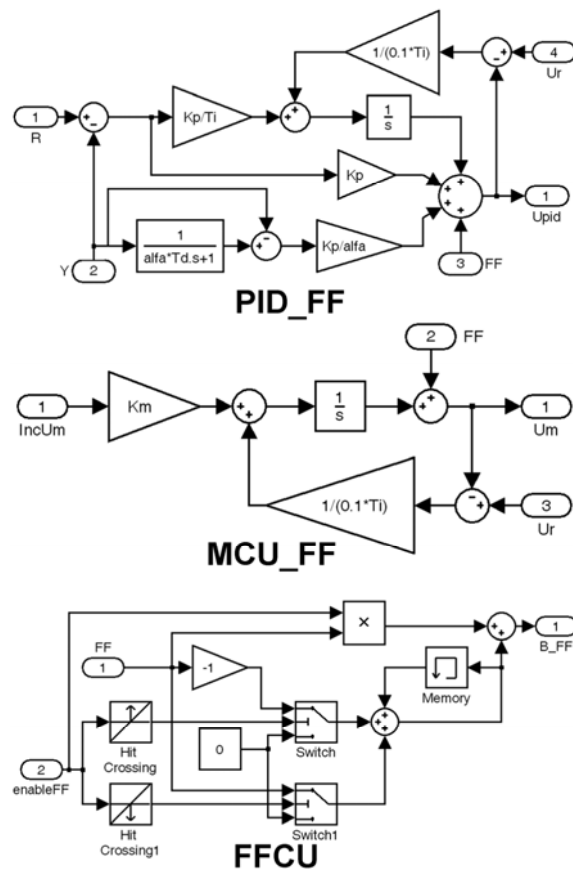


Figura 3.19: Bloques del controlador PID con entrada *feedforward*

Usando desacoplo simplificado, también se puede conseguir *bumpless transfer*. Sin embargo, en este caso, la *FFCU* debe colocarse entre la red de desacoplamiento y el proceso, tal y como se muestra en la Figura 3.20. No obstante, para implementar un mecanismo *anti-windup* en esta configuración, se necesitan bloques adicionales justo

antes de la entrada del proceso. Usando desacoplo inverso, la implementación del mecanismo *anti-windup* se consigue directamente utilizando controladores como el de la Figura 3.18 gracias a los modelos de las restricciones de la señal de control, y al modo de seguimiento integral.

Por tanto, es posible conseguir una transferencia sin salto con ambos tipos de desacoplo. Solo sería diferente el ajuste de los parámetros PID, pues los procesos aparentes desacoplados difieren. No obstante, como se ha podido comprobar la implementación es mucho más fácil usando desacoplo inverso en lugar de desacoplo simplificado.

Hay que puntualizar que el caso de *bumpless transfer* cuando se modifican los parámetros PID no ha sido tratado. Aun así, con la configuración PI-D de la Figura 3.19 no debería haber respuestas transitorias siempre y cuando la señal de referencia no esté pesada.

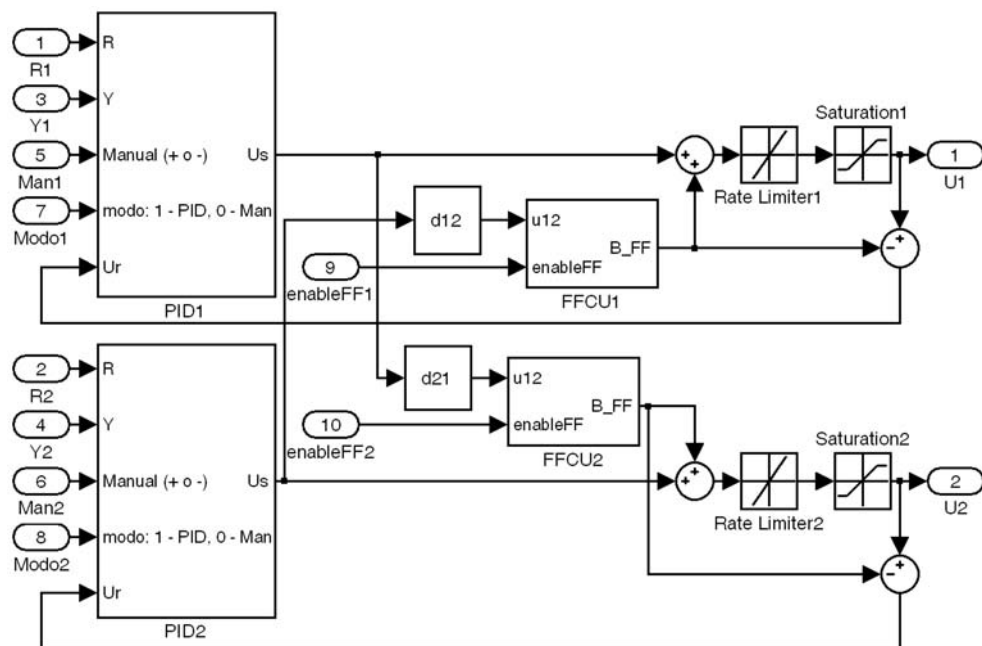


Figura 3.20: Desacoplo simplificado con FFCU más controladores PID para conseguir *bumpless transfer*

3.4.4. Anti-windup

“Al implementar el desacoplo inverso, el propio mecanismo anti-windup del controlador PID, en combinación con sus entradas feedforward, puede usarse para tener en cuenta directamente la saturación de las variables manipuladas”.

Usando un desacoplo inverso con los controladores PID de la Figura 3.18, directamente se consigue *anti-windup*. Dichos controladores pueden usar un modelo interno de las restricciones de las señales de control, o una entrada de reset por donde reciben una medida real de la entrada al proceso. En este último caso, no habría modelo de restricciones ya que la señal manipulada real es medida, y sería ésta a la que se intentaría seguir con el modo de seguimiento del controlador.

Con desacoplo simplificado hay varias opciones para implementar una estrategia *anti-windup*. Sin embargo, no es tan fácil como con el desacoplo inverso. Se puede adoptar el esquema de la Figura 3.20 (Gagnon et al., 1998). Es necesario medir la acción de control de los elementos de desacoplamiento d_{12} y d_{21} , así como las entradas reales al proceso (o las estimadas a partir de un modelo de restricciones). Además, los controladores PID necesitan una entrada de señal de reset para trabajar en modo de seguimiento. Como se muestra en la Figura 3.20, esta señal se obtiene restando a la entrada del proceso, el factor de la *FFCU* correspondiente a la acción de desacoplamiento (asegurando *bumpless transfer*). Como ya se ha comentado, la entrada del proceso se puede calcular mediante un modelo de restricciones o mediante medida directa.

La Figura 3.21 muestra el resultado del siguiente experimento en la planta experimental de tanques acoplados usando desacoplo inverso con y sin protección *anti-windup*. Para mostrar el fenómeno del *windup*, la primera entrada se limita en el rango [0-5.75] V. El experimento empieza en estado estacionario con las referencias de los lazos en [15, 15.5] cm (o [7.5, 7.75] V). En $t = 50$ s, hay un salto escalón de 1.5 cm (o 0.75 V) en la primera referencia, y luego, en $t = 600$ s, otro salto similar en la segunda.

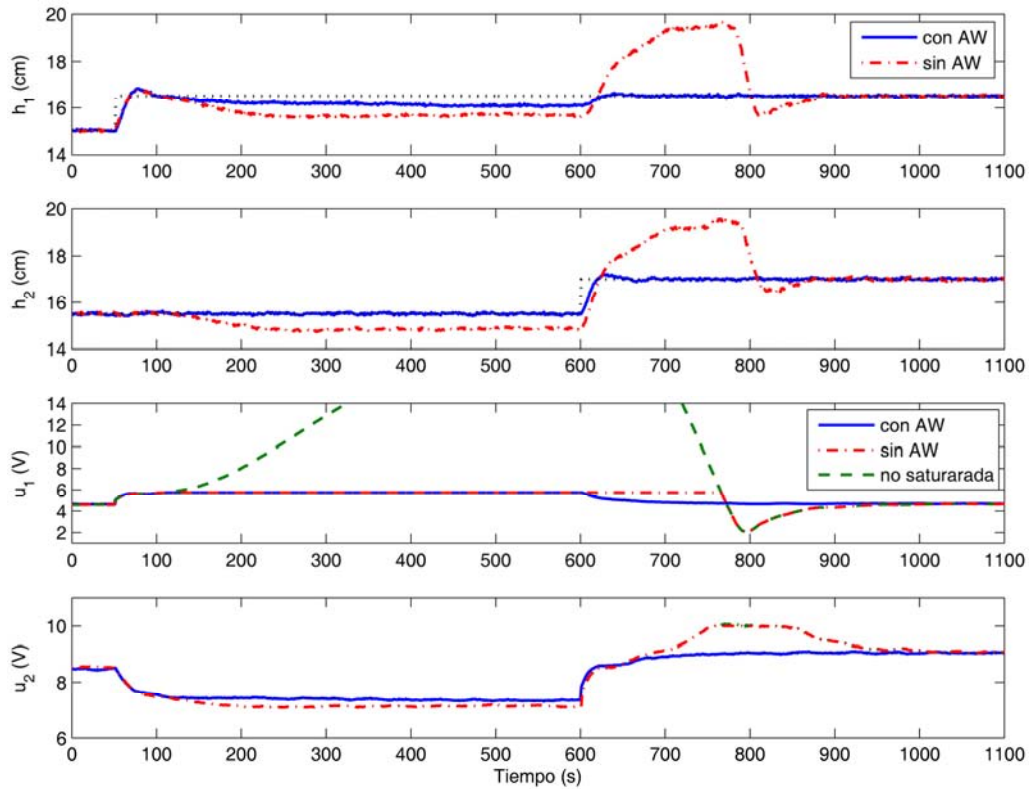


Figura 3.21: Salidas y señales de control en el proceso de tanques acoplados usando desacoplo inverso sin y con mecanismo *anti-windup* (AW)

Alrededor de $t = 100$ s, la primera señal de control u_1 alcanza su límite superior. Cuando no se usa ningún mecanismo *anti-windup*, la segunda referencia se pierde ya que la dirección del vector de entradas se modifica al saturarse la primera señal de control: la primera componente u_1 está saturada, pero la segunda componente u_2 ha seguido disminuyendo sin tener en cuenta que la otra componente no puede crecer más. Esto no ocurre al usar un mecanismo *anti-windup*, donde al saturarse la primera señal de control, la segunda también permanece constante.

Luego, tras el cambio de referencia en el segundo lazo, ambas referencias son alcanzadas. Sin embargo, si no se usa ninguna protección *anti-windup* aparece un gran transitorio antes de llegar a dichas referencias, pues la señal de control interna del primer controlador ha estado creciendo indefinidamente, y ahora tiene que disminuir antes de que se aprecien los efectos reales de control. Usando los mecanismos *anti-windup*, las referencias son alcanzadas rápidamente y se evitan todos los problemas anteriores. Usando desacoplo simplificado se pueden obtener resultados similares, pero como ya se ha comentado, su implementación sería más compleja.

3.4.5. Inmunidad a anomalías en los lazos secundarios de control

“Cuando las salidas de los elementos de desacoplamiento se usan como señales de referencia en controladores en cascada a un nivel inferior, cada lazo de control desacoplado es inmune a anomalías en el secundario del lazo de control opuesto”.

Por ejemplo, el proceso de cuatro tanques usado en los apartados anteriores tiene dos lazos secundarios para controlar el caudal suministrado por las bombas, y por tanto, la medida de caudal se puede realimentar hacia los elementos de desacoplamiento. Si la dinámica de los lazos secundarios se considera lo suficientemente rápida, se pueden despreciar a la hora de diseñar los elementos del desacoplo inverso, aunque podrían aparecer pequeñas interacciones. No obstante, el rechazo a perturbaciones a la entrada es mucho mejor. Por el contrario, si la dinámica de los secundarios es importante, se deben tener en cuenta en la fase de diseño para evitar una gran pérdida de desacoplamiento.

La Figura 3.22 muestra la comparación entre usar y no usar los caudales medidos de los lazos secundarios para desacoplar, mediante desacoplo inverso. Inicialmente, las referencias son [15, 15.5] cm (o [7.5, 7.75] V). En $t = 50$ s, hay un salto escalón de 1.5 cm (o 0.75 V) en la primera referencia, y luego, en $t = 850$ s, en la segunda.

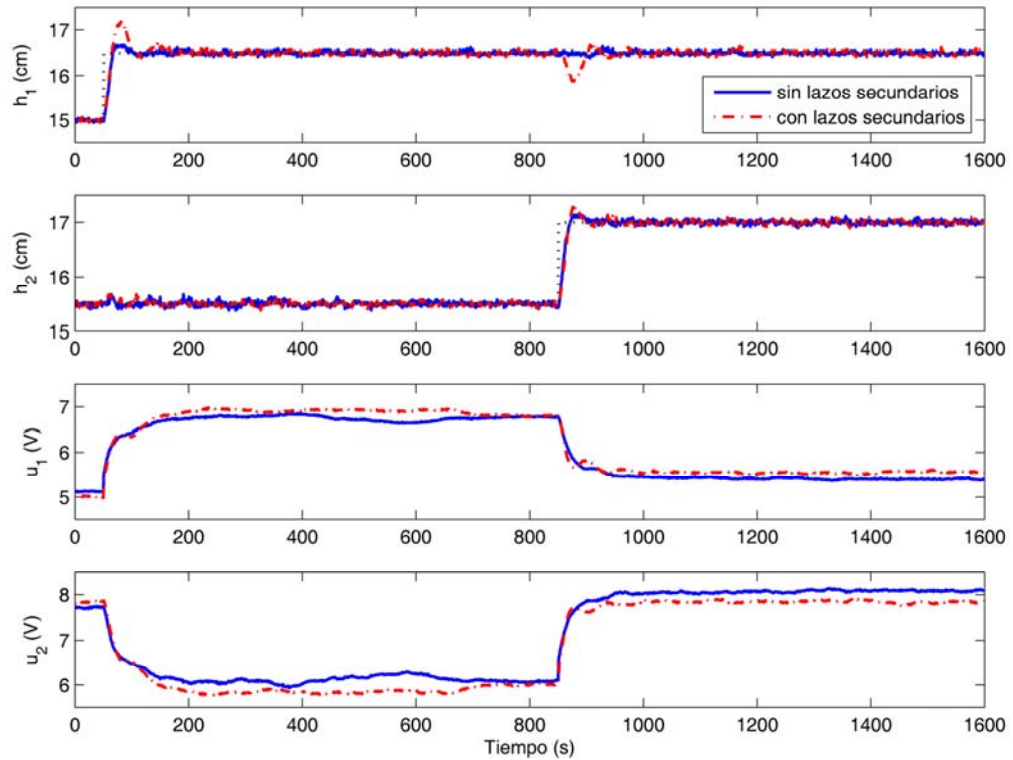


Figura 3.22: Salidas y señales de control en el proceso de tanques acoplados usando y sin usar las medidas de caudal de los lazos secundarios en el esquema de desacoplo inverso (seguimiento de referencias)

Cuando las medidas de caudal son usadas para desacoplar, hay una pequeña pérdida de desacoplamiento en el primer lazo, donde además hay un pico mayor. En el segundo lazo, las respuestas son prácticamente iguales.

Ya que la entrada real al proceso es medida al usar lazos secundarios, el desacoplo inverso presenta otra ventaja frente al desacoplo simplificado cuando esta señal es realimentada para desacoplar: cada lazo de control es casi inmune a perturbaciones a la entrada en el lazo opuesto. Esto se muestra en la Figura 3.23, donde se aplica a cada entrada al proceso un salto escalón unitario como perturbación a la entrada. Por ejemplo, en $t = 50$ s, se aplica la perturbación en la primera entrada y ésta casi no tiene efecto en el otro lazo al usar la medida de caudal de los secundarios. Esto no se puede conseguir usando el desacoplo simplificado.

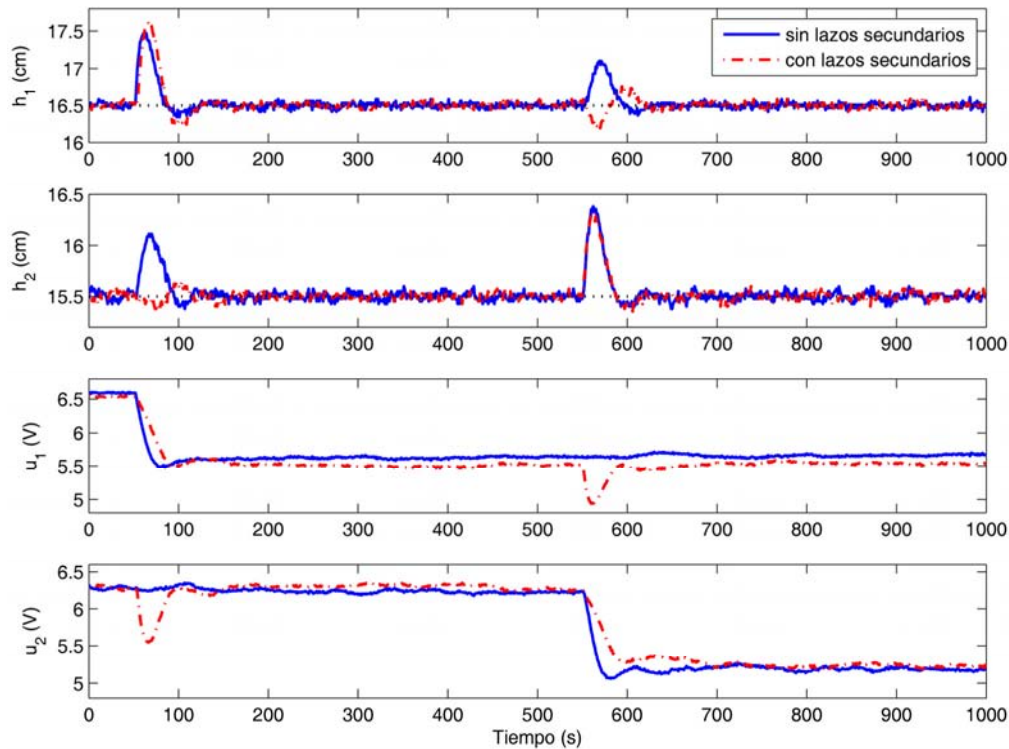


Figura 3.23: Salidas y señales de control en el proceso de tanques acoplados usando y sin usar las medidas de caudal de los lazos secundarios en el esquema de desacoplo inverso (rechazo de perturbaciones)

3.4.6. Pérdida de las ventajas prácticas

Como ya se ha dicho, las anteriores ventajas prácticas del desacoplo inverso se dan cuando los elementos no nulos de la matriz Dd son iguales a la unidad. Aun así, puedo haber casos en donde tampoco se disfrute de dichas ventajas. En algunos casos, según el proceso a controlar, puede ocurrir que sea necesario añadir justo antes del proceso un bloque diagonal $N(s)$ con dinámica extra para conseguir que uno o los dos elementos de desacoplamiento sean realizables. En estos casos no sería correcto realimentar la entrada real del proceso para desacoplar, ya que sería diferente de la salida del desacoplo inverso. Por tanto, si es necesario añadir dinámica extra en una entrada del proceso, el lazo de control opuesto ya no sería inmune a anomalías en el lazo secundario del otro. Aunque el proceso aparente visto por cada controlador también cambia, seguiría siendo el mismo que se obtendría si no hubiera elementos de desacoplamiento y el control alternativo estuviera en modo manual.

Si los controladores PID no tienen entrada *feedforward*, se pierden las ventajas del desacoplo inverso para implementar fácilmente los mecanismos *anti-windup* y conseguir transferencia sin salto en el cambio de modo. En este caso, dichos problemas se tendrían que resolver de manera similar a como se hace en el desacoplo simplificado, lo cual, como se ha visto, es más complejo.

3.5. CONCLUSIONES

En este capítulo se ha presentado una generalización del desacoplo inverso para procesos $n \times n$. El problema ha sido enfocado a partir de una formulación matricial, y se ha demostrado que la simplicidad de los elementos de desacoplamiento, así como de los procesos aparentes desacoplados, es independiente del tamaño del sistema. Esto es una gran ventaja en comparación con los métodos de desacoplamiento convencionales. Además, la simplicidad de los procesos aparentes obtenidos facilita en gran medida la sintonía de controladores PID descentralizados. Por todo ello, se concluye que la metodología propuesta para diseñar un sistema de control con desacoplo inverso presenta importantes ventajas prácticas de diseño.

Se ha llevado a cabo un estudio de las posibles configuraciones para aplicar el desacoplo inverso, generalizando a sistemas $n \times n$ las condiciones que una configuración determinada debe satisfacer para ser realizable. Se han presentado en mayor detalle las expresiones del desacoplo inverso para procesos 2×2 y 3×3 . La metodología propuesta ha sido ilustrada en varios ejemplos de simulación de diferente dimensión y en un proceso experimental de tanques acoplados. La comparación con las metodologías de otros autores ha demostrado que el método propuesto consigue una respuesta similar o mejor. Tras ello se ha llevado a cabo un estudio en detalle, con ejemplos incluidos, de las principales ventajas prácticas que presenta el desacoplo inverso cuando los elementos no nulos de la matriz $Dd(s)$ se fijan a la unidad.

Las redes de desacoplamiento convencionales presentan importantes desventajas prácticas: problemas como *bumpless transfer* y *anti-windup* son mucho más difíciles de solucionar, y los parámetros de los controladores deben cambiar cuando se desactiva algún elemento de la red, ya que el proceso aparente será diferente, en mayor o menor medida (según el proceso). Además, para procesos de mayor orden (3×3 ó 4×4), el

diseño convencional es más complicado y generalmente requiere importantes aproximaciones. Por ello, en muchas ocasiones se prefiere controlar los procesos industriales multivariables con controladores descentralizados PID, ya que son fáciles de implementar y ajustar. En multitud de ocasiones esto se hace sin tener en cuenta la interacción del proceso, y ajustando los controladores para el proceso $g_{ij}(s)$ correspondiente.

Sin embargo, como al usar el desacoplo inverso (con los elementos no nulos de Dd iguales a la unidad) el proceso aparente sería el mismo para tales procesos, su respuesta podría mejorarse fácilmente añadiendo simplemente los elementos de desacoplamiento (bloques de adelanto-retraso más retardo de tiempo) al sistema de control. Esto es importante, porque quiere decir que el desacoplo inverso se puede aplicar en la mayoría de sistemas modernos DCS usando los bloques estándares disponibles en sus bibliotecas de componentes. Gracias a su facilidad de implementación y conseguir *bumpless transfer*, sería muy sencillo alternar entre un control descentralizado y otro centralizado (con el desacoplo inverso), sin tener que modificar los parámetros de los controladores PID. Por esta razón, el desacoplo inverso puede ser una manera buena y fácil de mejorar el rendimiento de varios procesos industriales multivariables con problemas de interacción.

Por último, hay que mencionar que a pesar de lo anterior, el desacoplo inverso presenta una importante desventaja: por razones de estabilidad, no se puede aplicar a procesos con ceros RHP en su determinante. En estos casos hay que recurrir a las redes convencionales. Aun así, si lo que se desea es solamente un desacoplamiento estático o a otra frecuencia concreta ω donde $G(j\omega)$ es no singular, el desacoplo inverso siempre será la mejor opción, pues será realizable y disfrutará de varias de las ventajas prácticas estudiadas.

CAPÍTULO 4: DESACOPLO SIMPLIFICADO

Este capítulo se centra en el desacoplo simplificado, que es una de las formas de desacoplamiento convencional más extendidas y que ha recibido una atención considerable desde hace décadas tanto en la teoría de control como en la práctica industrial. Sin embargo, como la mayoría de otras metodologías multivariadas relacionadas con redes de desacoplo, su aplicación generalmente se ha limitado a sistemas 2×2 (Tavakoli et al., 2006, González et al., 2011b, González et al., 2011a, Vázquez et al., 2012). En este caso, la red de desacoplo simplificado $D(s)$ que suele encontrarse es la que aparece en (2.13), obteniendo el proceso aparente desacoplado $Q(s)$ dado por (2.14). Se han encontrado muy pocos trabajos en los que el desacoplo simplificado se aplique a procesos con más de dos entradas y dos salidas; y en tal caso, para calcular $D(s)$ se usa la expresión (4.1) (Skogestad & Postlethwaite, 2005), lo que equivale a fijar a la unidad los elementos de la diagonal principal de $D(s)$.

$$D(s) = G(s)^{-1} \cdot \left(\text{diag}(G(s)^{-1}) \right)^{-1} \quad (4.1)$$

En este capítulo se proponen dos metodologías relacionadas con este desacoplo. En primer lugar, se lleva a cabo un estudio más detallado sobre el desacoplo simplificado, generalizando su formulación a procesos $n \times n$ y presentando las condiciones de realizabilidad. Se mostrará que hay diferentes configuraciones posibles en función de los elementos de la red de desacoplo que se fijen a la unidad, y que las expresiones (2.13) y (4.1) solo son una posible elección. En segundo lugar, a partir del desacoplo simplificado y su controlador descentralizado asociado, se derivará la formulación del control centralizado por desacoplo simplificado explícito. A partir de éste, mediante reducción del controlador se obtiene un control PID multivariable, el cual constituye la segunda propuesta de control (Garrido et al., 2012a).

4.1. METODOLOGÍA

4.1.1. Desacoplo simplificado para procesos $n \times n$

Dado un proceso multivariable $G(s)$ de dimensiones $n \times n$, y a partir del sistema de control mediante desacoplo más control descentralizado de la Figura 2.6, es posible obtener la red de desacoplo $D(s)$ mediante (2.10) si se especifica el proceso aparente diagonal $Q(s)$. La expresión completa de la matriz de desacoplo $D(s)$ que se obtiene entonces viene dada por (4.2), donde $adjG(s)$ y $detG(s)$ son respectivamente, la matriz de adjuntos traspuesta y el determinante de $G(s)$. De aquí en adelante se asume que el proceso $G(s)$ no tiene polos en el semiplano derecho, y la variable compleja s se omite por simplicidad.

$$D = \frac{adjG}{detG} \cdot Q = \begin{pmatrix} adjG_{11} \cdot q_1 & adjG_{12} \cdot q_2 & \cdots & adjG_{1n} \cdot q_n \\ adjG_{21} \cdot q_1 & adjG_{22} \cdot q_2 & \cdots & adjG_{2n} \cdot q_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ adjG_{n1} \cdot q_1 & adjG_{n2} \cdot q_2 & \cdots & adjG_{nn} \cdot q_n \end{pmatrix} / detG \quad (4.2)$$

El desacoplo simplificado se caracteriza por tener n elementos de $D(s)$ iguales a la unidad. Para forzar en (4.2) que los elementos de la diagonal principal de $D(s)$ sean iguales a uno, es necesario seleccionar el proceso aparente dado en (4.3), que está formado por las inversas de los elementos de la diagonal de $adjG$ multiplicados por $detG$. Entonces se obtiene el desacoplo dado en (4.4), que es el mismo que se consigue con (4.1).

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{detG}{adjG_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{detG}{adjG_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{detG}{adjG_{nn}} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & \frac{adjG_{12}}{adjG_{22}} & \dots & \frac{adjG_{1n}}{adjG_{nn}} \\ \frac{adjG_{21}}{adjG_{11}} & 1 & \dots & \frac{adjG_{2n}}{adjG_{nn}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{adjG_{n1}}{adjG_{11}} & \frac{adjG_{n2}}{adjG_{22}} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Sin embargo, ésta es solo una de las posibles configuraciones de desacoplo que se pueden conseguir. En un proceso $n \times n$, por cada columna se puede seleccionar un elemento de D para que sea fijado a la unidad, ya que de acuerdo con (4.2), todos los elementos de una misma columna de D son multiplicados por el mismo proceso aparente $q_j(s)$. Por tanto, en un proceso $n \times n$ hay n^n posibles elecciones de D .

Para identificar estas configuraciones, se propone usar una notación en la que el número indicado corresponde a la fila con el elemento fijado a la unidad. Por ejemplo, en proceso 3×3 , la configuración 1-2-3 significa que los elementos $D(1,1)$, $D(2,2)$ y $D(3,3)$ se fijan a la unidad; la configuración 3-1-1 indica que los elementos $D(3,1)$, $D(1,2)$ y $D(1,3)$ son iguales a 1; y en general, la configuración $a-b-c$ (con a , b y c iguales a 1, 2 ó 3) tendría los elementos $D(a,1)$, $D(b,2)$ y $D(c,3)$ iguales a la unidad.

Cada configuración tiene un conjunto de elementos de desacoplamiento diferente, lo cual es interesante ya que algunas elecciones pueden resultar en elementos no realizables. Por tanto, se podría escoger la configuración en función de la realizabilidad de los elementos de D , que se discutirá más adelante. Pero además se pueden proponer otros criterios adicionales, ya que cada configuración también está relacionada con un proceso aparente desacoplado Q específico. Por ejemplo, la configuración se podría elegir atendiendo a características de los correspondientes procesos aparentes q_i , tales como complejidad, sobrepico, posible pico de respuesta inversa, tiempo de asentamiento muy elevado, etc. que puedan limitar la respuesta en lazo cerrado.

A partir de (4.2) es posible obtener las expresiones generales del desacoplo simplificado para procesos $n \times n$. Si se elige la configuración $\{p_1-p_2-\dots-p_j-\dots-p_{n-1}-p_n\}$, los

elementos de desacoplo y los procesos aparentes vendrán dados por (4.5) y (4.6), respectivamente.

$$d_{ij} = \frac{\text{adj}G_{ij}}{\text{adj}G_{kj}} \quad \forall i, j; k = p_j \quad (4.5)$$

$$q_j = \frac{\det G}{\text{adj}G_{kj}} \quad \forall j; k = p_j \quad (4.6)$$

Tras determinar la red de desacoplamiento D y el proceso aparente Q , los elementos del controlador descentralizado C se pueden ajustar de manera independiente para los correspondientes $q_j(s)$. En principio, se podrían usar directamente los métodos monovariantes existentes para ajuste de controladores PID, y así garantizar la estabilidad y el desempeño de cada lazo. No obstante, si el proceso desacoplado es muy complicado, puede ser necesario reducir previamente los procesos aparentes, o usar controladores de alto orden.

En resumen, se propone un control basado en el desacoplo simplificado general y cuyo diseño se lleva a cabo en tres pasos:

1. Seleccionar una configuración, es decir, los n elementos de $D(s)$ que se fijan a la unidad; uno por cada columna, pero no necesariamente los elementos de la diagonal.
2. Calcular los elementos de $D(s)$ usando (4.5).
3. Diseñar mediante métodos SISO, los n controladores del control diagonal $C(s)$ para los correspondientes procesos desacoplados dados en (4.6).

La red de desacoplo es independiente de las especificaciones de los lazos, de tal manera que se pueden probar diferentes diseños con la misma matriz $D(s)$ y rediseñando los n controladores de $C(s)$. Este aspecto puede ser considerado como una ventaja frente al control puramente centralizado. Además, el compensador $D(s)$ tiene n elementos iguales a la unidad, lo que simplifica su implementación práctica.

Antes de calcular los elementos de desacoplo, y para simplificar su diseño, es conveniente extraer del proceso original toda la dinámica común por filas en una matriz

diagonal $G^c(s)$, descomponiendo el proceso $G(s)$ en dos matrices, como se muestra en (4.7). De esta forma, si hay retardos de tiempo, ceros RHP o integradores comunes asociados a una misma salida, se pueden extraer en la matriz $G^c(s)$. Entonces, el desacoplo se aplica al subproceso reducido $G^r(s)$ en lugar de a $G(s)$, lo que puede ayudar a obtener elementos más simples en $D(s)$. Sin embargo, es importante destacar que esta dinámica común aparecerá en los correspondientes procesos aparentes $q_j(s)$ de acuerdo con (4.8).

$$G(s) = G^c(s) \cdot G^r(s) \quad (4.7)$$

$$q_j = g_{ij}^c \frac{\det G^r}{\text{adj}G_{kj}^r} \quad \forall j; k = p_j \quad (4.8)$$

4.1.2. Realizabilidad del desacoplo

Los requisitos de realizabilidad para una red de desacoplamiento es que todos sus elementos sean propios, causales y estables. Como ocurría en el capítulo anterior, en procesos cuyos elementos tienen retardos de tiempo, ceros de fase no mínima o grados relativos diferentes, el cálculo directo del desacoplo puede originar elementos con predicción (acausales), polos inestables o grados relativos negativos. De acuerdo con (4.5), la expresión de un elemento de desacoplamiento $d_{ij}(s)$ es la división de dos adjuntos de la misma columna de $\text{adj}G(s)$. Por consiguiente, hay tres aspectos a tener en cuenta y que se deben inspeccionar para cada columna de $\text{adj}G(s)$: retardos de tiempo, grados relativos y ceros RHP. Además, en principio, un elemento en cada columna de $D(s)$ será igual a uno, como se pretende con el desacoplo simplificado.

Para que una configuración dada $\{p_1-p_2-\dots-p_j-\dots-p_{n-1}-p_n\}$ sea inicialmente realizable, se deben cumplir las siguientes tres condiciones en cada columna j de $\text{adj}G(s)$:

$$\theta_{kj} \leq \theta_{ij} \quad \forall i; k = p_j, \quad (4.9)$$

$$r_{kj} \leq r_{ij} \quad \forall i; k = p_j, \quad (4.10)$$

$$\eta_{kj} \leq \eta_{ij} \quad \forall i; k = p_j, \quad (4.11)$$

donde θ_{ij} es el retardo de tiempo, r_{ij} , su grado relativo y η_{ij} , la multiplicidad de su cero RHP. La expresión (4.11) debe satisfacerse para cada uno de los diferentes ceros RHP de la misma columna.

Cuando en cada columna, la no realizabilidad es originada para diferentes configuraciones por solo uno de estos tres aspectos, siempre habrá alguna configuración realizable con n elementos unitarios. Sin embargo, si la no realizabilidad en una columna es provocada por varios factores, es posible que ninguna configuración sea inicialmente realizable. A pesar de ello, y aunque generalmente las configuraciones sin dinámica extra son preferibles, toda configuración puede ser forzada a ser realizable multiplicando cada columna problemática j de $D(s)$ por una dinámica extra mínima $n_j(s)$. Es equivalente a una nueva matriz de desacoplo $D^N(s) = D(s) \cdot N(s)$, donde $N(s)$ es una matriz diagonal con la dinámica extra necesaria. Las únicas configuraciones que no pueden hacerse realizables son aquellas en las que sería necesario dividir por un elemento adjunto igual a cero.

Si no hay problemas de realizabilidad en la columna j , el elemento $N(j,j)$, o n_j , es igual a uno. Si la no realizabilidad es originada por un elemento con un retardo de tiempo no causal, se añade un retardo adicional θ_{Nj} en el elemento diagonal correspondiente de $N(s)$ para forzar la realizabilidad. Si proviene de N_z ceros RHP, que se vuelven polos inestables, se usa el elemento dado en (4.12), donde η_{xNj} es la multiplicidad correspondiente del cero z_x (Wang, 2003).

$$\prod_{x=1}^{N_z} \left(\frac{-s + z_x}{s + z_x} \right)^{\eta_{xNj}} \quad (4.12)$$

Si la no realizabilidad es provocada por problemas de grado relativo, se añade un polo estable, lo suficientemente rápido con constante de tiempo τ , y con la multiplicidad adecuada r_{Nj} :

$$\frac{1}{(\tau s + 1)^{r_{Nj}}} \quad (4.13)$$

Dada una configuración $\{p_1-p_2-\dots-p_j-\dots-p_{n-1}-p_n\}$, la cantidad mínima de dinámica extra para conseguir realizabilidad en cada columna j viene dada por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\theta_{Nj} &= \max(\theta_{kj} - \theta_{ij}) \quad \forall i; k = p_j \\ r_{Nj} &= \max(r_{kj} - r_{ij}) \quad \forall i; k = p_j \\ \eta_{Nj} &= \max(\eta_{kj} - \eta_{ij}) \quad \forall i; k = p_j\end{aligned}\quad (4.14)$$

Cuando hay varios factores implicados para forzar la realizabilidad, la expresión general de $n_j(s)$ es

$$n_j(s) = e^{-\theta_{Nj}s} \cdot \frac{1}{(\tau s + 1)^{r_{Nj}}} \cdot \prod_{x=1}^{Nz} \left(\frac{-s + z_x}{s + z_x} \right)^{\eta_{Nj}} \quad (4.15)$$

Cuando para conseguir realizabilidad, se añade dinámica extra en alguna columna de $D(s)$, la expresión general de los elementos de desacoplo viene dada por (4.16). Todos los elementos de la misma columna j son multiplicados por $n_j(s)$. Los elementos del proceso aparente desacoplado que se obtendría con dicha red, también se ven afectados en la misma medida, mostrándose su expresión general en (4.17).

$$d_{ij}^N = \frac{adjG_{ij}}{adjG_{kj}} \cdot n_j \quad \forall i, j; k = p_j \quad (4.16)$$

$$q_j^N = \frac{det G}{adjG_{kj}} \cdot n_j \quad \forall j; k = p_j \quad (4.17)$$

Tras obtener las dinámicas adicionales necesarias de cada configuración, se propone el siguiente método para determinar qué configuraciones son más apropiadas y así reducir alternativas:

1. Calcular los n diferentes procesos aparentes q_j^N asociados a cada columna j .
2. En general, los ceros RHP implican limitaciones en el ancho de banda en lazo cerrado y respuesta inversa, por lo que configuraciones que requieran dinámica extra como (4.12) son inicialmente descartadas, ya que de acuerdo a (4.17), el cero RHP asociado se incluiría al correspondiente proceso aparente.

3. Determinar el sobrepaso, el posible pico de respuesta inversa y el tiempo de asentamiento de los n diferentes procesos aparentes q_j^N de la columna j bajo estudio. Serán preferibles aquellas configuraciones cuyos procesos aparentes asociados tengan menor sobrepaso, menor pico de respuesta inversa y menor tiempo de asentamiento, ya que así será más fácil obtener una buena respuesta en lazo cerrado usando controladores PID. Por ello, se descartarían las configuraciones cuyos correspondientes procesos aparentes tuvieran un sobrepaso o un pico de respuesta inversa superior al 30% del valor estacionario. Cuando hay varias opciones con valores de sobrepaso similares, se seleccionaría el proceso aparente con menor tiempo de asentamiento. Y a similar tiempo de asentamiento, se escogería la configuración que necesitara menos dinámica extra.

4.1.3. Control centralizado por desacoplo simplificado

La anterior metodología con desacoplo simplificado se corresponde con un sistema de control mediante red de desacoplo $D(s)$ en combinación con control descentralizado $C(s)$, como el que se muestra en la Figura 2.6. Como ya se comentó en el apartado 2.3, esta estrategia es equivalente a un control multivariable $K(s)$ puramente centralizado, como el de la Figura 2.7, donde $K(s) = D(s) \cdot C(s)$. En este caso concreto, se podría hablar de control por desacoplo simplificado explícito. A partir de dicho esquema de control y de la expresión (4.16), la expresión general de los elementos de $K(s)$ para una configuración dada $\{p_1-p_2-\dots-p_j-\dots-p_{n-1}-p_n\}$, vendría dada por

$$k_{ij} = c_j \cdot d_{ij}^N = c_j \cdot \frac{adjG_{ij}}{adjG_{kj}} \cdot n_j \quad \forall i, j; k = p_j. \quad (4.18)$$

Por consiguiente, para un proceso $n \times n$, se propone una metodología de diseño de control por desacoplo simplificado explícito, la cual se lleva a cabo en los siguientes tres pasos:

1. Seleccionar una configuración $\{p_1-p_2-\dots-p_j-\dots-p_{n-1}-p_n\}$, es decir, los n elementos de $K(s)$ que se sintonizarán; uno por columna, pero no necesariamente los de la diagonal principal. Calcular la dinámica extra necesaria para forzar la realizabilidad en dicha configuración, esto es, la matriz $N(s)$.

2. Diseñar estos n controladores k_{kj} usando metodologías SISO para los correspondientes procesos aparentes dados por (4.17).
3. Componer según (4.19) los restantes $n \times (n - 1)$ elementos de $K(s)$ a partir de los controladores k_{kj} diseñados en el paso 2. Añadir la dinámica extra que sea necesaria para forzar la realizabilidad.

$$k_{ij} = k_{kj} \cdot d_{ij}^N = k_{kj} \cdot \frac{\text{adj}G_{ij}}{\text{adj}G_{kj}} \cdot n_j \quad \forall i, j; k = p_j \quad (4.19)$$

El método propuesto lleva a cabo el diseño de un control centralizado para procesos $n \times n$ mediante n diseños monovariables y $n \times (n - 1)$ cálculos de funciones de transferencia. Es un método directo porque n elementos del controlador, los k_{kj} , son diseñados para las funciones de transferencia q_j^N dadas en (4.17) y que contienen elementos que solo dependen de $G(s)$; mientras que los otros k_{ij} se obtienen por sustitución directa en (4.19). Esta metodología incluye, como caso particular, el control por desacoplo propuesto en (Wang et al., 2003), en el que los n controladores seleccionados en el paso 1 son siempre los de la diagonal principal.

Aunque los n controladores k_{kj} diseñados en el paso 2 pueden tener cualquier estructura, en este trabajo se propone la estructura PID, de tal forma que se puedan usar las conocidas reglas de sintonía PID de diferentes autores (Rivera et al., 1986, Hägglund & Åström, 2004). Además, tras obtener los restantes $n \times (n - 1)$ elementos de $K(s)$ en el paso 3, se realiza una reducción a estructura PID para cada uno. Como resultado se obtiene un control multivariable PID centralizado $K^{PID}(s)$. El proceso de reducción a estructura PID se explica más adelante en el apartado 4.2.3.

4.1.4. Desacoplo simplificado para procesos 2x2 y 3x3

A continuación, a partir de las ecuaciones generales (4.5), (4.6) y (4.19), se presentan las expresiones de los métodos propuestos para el caso de procesos 2x2 en todas sus configuraciones. También se muestran algunas configuraciones para procesos 3x3.

En la Tabla 4.1 se resumen las cuatro posibles configuraciones para procesos 2×2 , mostrando las matrices de las diferentes redes de desacoplo D , los controles centralizados K , y el proceso aparente Q . Estos casos de desacoplo simplificado para procesos 2×2 dados en la Tabla 4.1, se han implementado en la herramienta de diseño de controles multivariables para procesos 2×2 llamada “TITO tool”. Dicha herramienta está disponible en Internet². Consiste en una interfaz gráfica desarrollada en *Matlab* inicialmente por el director de esta tesis (Vázquez, 2001, Vázquez et al., 1998) y que durante el desarrollo de este trabajo se ha ampliado con la inclusión de nuevas funcionalidades, entre ellas las diferentes redes de desacoplo.

Tabla 4.1: Configuraciones del desacoplo simplificado para procesos 2×2

| Configuración | D | K | Q |
|---------------|--|--|--|
| 1-1 | $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -g_{21} & -g_{11} \\ g_{22} & g_{12} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ -g_{21} \cdot k_{11} & -g_{11} \cdot k_{12} \\ g_{22} & g_{12} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} g_{11} - \frac{g_{12} \cdot g_{21}}{g_{22}} & 0 \\ 0 & g_{21} - \frac{g_{11} \cdot g_{22}}{g_{12}} \end{pmatrix}$ |
| 1-2 | $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} k_{11} & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \cdot k_{22} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} \cdot k_{11} & k_{22} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} g_{11} - \frac{g_{12} \cdot g_{21}}{g_{22}} & 0 \\ 0 & g_{22} - \frac{g_{12} \cdot g_{21}}{g_{11}} \end{pmatrix}$ |
| 2-1 | $\begin{pmatrix} -\frac{g_{22}}{g_{21}} & 1 \\ 1 & -\frac{g_{11}}{g_{12}} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} -\frac{g_{22}}{g_{21}} \cdot k_{21} & k_{12} \\ k_{21} & -\frac{g_{11}}{g_{12}} \cdot k_{12} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} g_{12} - \frac{g_{11} \cdot g_{22}}{g_{21}} & 0 \\ 0 & g_{21} - \frac{g_{11} \cdot g_{22}}{g_{12}} \end{pmatrix}$ |
| 2-2 | $\begin{pmatrix} -\frac{g_{22}}{g_{21}} & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} -\frac{g_{22}}{g_{21}} \cdot k_{21} & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \cdot k_{22} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} g_{12} - \frac{g_{11} \cdot g_{22}}{g_{21}} & 0 \\ 0 & g_{22} - \frac{g_{12} \cdot g_{21}}{g_{11}} \end{pmatrix}$ |

En procesos 3×3 , en función de qué tres elementos de D se fijen a la unidad, hay 27 (3^3) configuraciones posibles. La Tabla 4.2 muestra tres de estas configuraciones, donde el determinante y la matriz adjunta traspuesta de G vienen dados por (4.20) y (4.21), respectivamente.

² http://www.dia.uned.es/~fmorilla/Herramientas/fmg_herramientas.htm

$$\det G = g_{11} \cdot g_{22} \cdot g_{33} + g_{12} \cdot g_{23} \cdot g_{31} + g_{13} \cdot g_{21} \cdot g_{32} - g_{13} \cdot g_{22} \cdot g_{31} - g_{12} \cdot g_{21} \cdot g_{33} - g_{11} \cdot g_{23} \cdot g_{32} \quad (4.20)$$

$$\text{adj}G = \begin{pmatrix} g_{22} \cdot g_{33} - g_{23} \cdot g_{32} & g_{13} \cdot g_{32} - g_{12} \cdot g_{33} & g_{12} \cdot g_{23} - g_{13} \cdot g_{22} \\ g_{23} \cdot g_{31} - g_{21} \cdot g_{33} & g_{11} \cdot g_{33} - g_{13} \cdot g_{31} & g_{13} \cdot g_{21} - g_{11} \cdot g_{23} \\ g_{21} \cdot g_{32} - g_{22} \cdot g_{31} & g_{12} \cdot g_{31} - g_{11} \cdot g_{32} & g_{11} \cdot g_{22} - g_{12} \cdot g_{21} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

A partir de la Tabla 4.2 y las expresiones (4.20) y (4.21), se puede afirmar que los elementos de desacoplo y de los procesos aparentes en procesos 3×3 o mayores son mucho más complejos que en procesos 2×2 . Debido a ello, suele ser aconsejable su reducción para el diseño y la implementación del controlador.

Tabla 4.2: Algunas configuraciones del desacoplo simplificado para procesos 3×3

| Configuración | D | K | Q |
|---------------|---|--|---|
| 1-1-1 | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{\text{adj}G_{21}}{\text{adj}G_{11}} & \frac{\text{adj}G_{22}}{\text{adj}G_{12}} & \frac{\text{adj}G_{23}}{\text{adj}G_{13}} \\ \frac{\text{adj}G_{31}}{\text{adj}G_{11}} & \frac{\text{adj}G_{32}}{\text{adj}G_{12}} & \frac{\text{adj}G_{33}}{\text{adj}G_{13}} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ \frac{\text{adj}G_{21}}{\text{adj}G_{11}} \cdot k_{11} & \frac{\text{adj}G_{22}}{\text{adj}G_{12}} \cdot k_{12} & \frac{\text{adj}G_{23}}{\text{adj}G_{13}} \cdot k_{13} \\ \frac{\text{adj}G_{31}}{\text{adj}G_{11}} \cdot k_{11} & \frac{\text{adj}G_{32}}{\text{adj}G_{12}} \cdot k_{12} & \frac{\text{adj}G_{33}}{\text{adj}G_{13}} \cdot k_{13} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \frac{\det G}{\text{adj}G_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\det G}{\text{adj}G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\det G}{\text{adj}G_{13}} \end{pmatrix}$ |
| 1-2-3 | $\begin{pmatrix} 1 & \frac{\text{adj}G_{12}}{\text{adj}G_{22}} & \frac{\text{adj}G_{13}}{\text{adj}G_{33}} \\ \frac{\text{adj}G_{21}}{\text{adj}G_{11}} & 1 & \frac{\text{adj}G_{23}}{\text{adj}G_{33}} \\ \frac{\text{adj}G_{31}}{\text{adj}G_{11}} & \frac{\text{adj}G_{32}}{\text{adj}G_{22}} & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} k_{11} & \frac{\text{adj}G_{12}}{\text{adj}G_{22}} \cdot k_{22} & \frac{\text{adj}G_{13}}{\text{adj}G_{33}} \cdot k_{33} \\ \frac{\text{adj}G_{21}}{\text{adj}G_{11}} \cdot k_{11} & k_{22} & \frac{\text{adj}G_{23}}{\text{adj}G_{33}} \cdot k_{33} \\ \frac{\text{adj}G_{31}}{\text{adj}G_{11}} \cdot k_{11} & \frac{\text{adj}G_{32}}{\text{adj}G_{22}} \cdot k_{22} & k_{33} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \frac{\det G}{\text{adj}G_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\det G}{\text{adj}G_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\det G}{\text{adj}G_{33}} \end{pmatrix}$ |
| 2-2-1 | $\begin{pmatrix} \frac{\text{adj}G_{11}}{\text{adj}G_{21}} & \frac{\text{adj}G_{12}}{\text{adj}G_{22}} & 1 \\ 1 & 1 & \frac{\text{adj}G_{23}}{\text{adj}G_{13}} \\ \frac{\text{adj}G_{31}}{\text{adj}G_{21}} & \frac{\text{adj}G_{32}}{\text{adj}G_{22}} & \frac{\text{adj}G_{33}}{\text{adj}G_{13}} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \frac{\text{adj}G_{11}}{\text{adj}G_{21}} \cdot k_{21} & \frac{\text{adj}G_{12}}{\text{adj}G_{22}} \cdot k_{22} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & \frac{\text{adj}G_{23}}{\text{adj}G_{13}} \cdot k_{13} \\ \frac{\text{adj}G_{31}}{\text{adj}G_{21}} \cdot k_{21} & \frac{\text{adj}G_{32}}{\text{adj}G_{22}} \cdot k_{22} & \frac{\text{adj}G_{33}}{\text{adj}G_{13}} \cdot k_{13} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \frac{\det G}{\text{adj}G_{21}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\det G}{\text{adj}G_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\det G}{\text{adj}G_{13}} \end{pmatrix}$ |
| ... | ... | ... | ... |

4.1.5. Estabilidad

Como se explicó en el apartado 2.1.4, la primera condición que un controlador $K(s)$ debe cumplir para un sistema de control estable, es que ninguno de sus elementos contenga polos en el semiplano derecho. Una vez que la estabilidad del controlador ha sido asegurada, la estabilidad interna en lazo cerrado es verificada si y solo si todos los

elementos de la matriz (2.2) tienen sus polos en el semiplano izquierdo y no hay cancelaciones entre polos y ceros RHP en $G(s) \cdot K(s)$ (Skogestad & Postlethwaite, 2005).

En las metodologías propuestas basadas en el desacoplo simplificado, la complejidad de los elementos de $D(s)$ y $Q(s)$ es bastante grande, en comparación, por ejemplo, con la de los elementos del desacoplo inverso descrito en el capítulo anterior. De hecho, en procesos con retardos de tiempo, es normal que haya que realizar diversas aproximaciones o reducciones a lo largo del diseño. Debido a ello, la estabilidad del control final debe ser verificada tras dichas aproximaciones.

La mayor complejidad y la necesidad de aproximaciones en el desacoplo simplificado son importantes desventajas frente al desacoplo inverso, el cual será preferible cuando pueda ser aplicado. Sin embargo, como se comentó en el capítulo 3, el desacoplo inverso no puede aplicarse a procesos cuyo determinante tenga ceros RHP. Para conseguir estabilidad interna, estos ceros deberían aparecer en el proceso aparente, lo cual originaría elementos inestables al usar desacoplo inverso. Es entonces, en estos casos, donde el uso del desacoplo simplificado está justificado, ya que el determinante de $G(s)$, y por consiguiente sus ceros RHP, están directamente incluidos en el proceso aparente $Q(s)$ según (4.6) o (4.17).

4.2. CONSIDERACIONES PRÁCTICAS Y DE DISEÑO

A continuación se describen algunos aspectos prácticos y de diseño relacionados con las metodologías propuestas, como el método de aproximación de los elementos de la matriz adjunta traspuesta y del determinante de $G(s)$, el método de reducción de la red de desacoplo y la reducción a control PID multivariable, así como un posible esquema de implementación con protección *anti-windup* para éste último.

4.2.1. Aproximación de $\det G(s)$ y $\text{adj}G(s)$ en el dominio de la frecuencia

Normalmente, para aplicar las metodologías propuestas en este capítulo a sistemas multivariables con retardos de tiempo, es necesario aproximar las expresiones del determinante del proceso, $\det G(s)$, y de la matriz adjunta traspuesta del proceso, $\text{adj}G(s)$. Aunque las dinámicas del proceso original $G(s)$ sean simples, el cálculo directo

mediante ecuaciones como (4.20) y (4.21), en sistemas 3×3 , puede originar expresiones no racionales muy complicadas y difíciles de implementar, como por ejemplo, la mostrada en (4.22).

$$M(s) = \frac{(-0.0089 \cdot (5.6s + 1) \cdot e^{-2s} + 0.0051 \cdot (10s + 1))}{(5.6s + 1) \cdot (8s + 1) \cdot (10s + 1)} \cdot e^{-3s} \quad (4.22)$$

Por tanto, antes de continuar con la metodología de diseño, es preferible que tales elementos se aproximen por funciones de transferencia racionales más un posible retardo de tiempo. En este trabajo de tesis se propone una aproximación paramétrica en el dominio de la frecuencia ya que a partir de la respuesta en frecuencia del proceso $G(j\omega)$ es fácil obtener la respuesta en frecuencia de $\det G(j\omega)$ y $\text{adj}G(j\omega)$. Para este propósito se pueden usar diferentes técnicas. Algunas están basadas en estimadores por mínimos cuadrados (Pintelon et al., 1994), y otras, como el método de error de predicción (PEM), están basadas en una estimación iterativa que minimiza los errores de predicción para obtener la aproximación de máxima probabilidad.

En este capítulo, se propone realizar una simple aproximación por mínimos cuadrados lineales en el rango de frecuencia de interés. La frecuencia más baja se elige dos décadas por debajo de la menor parte real (en valor absoluto) de entre los diferentes polos y ceros del proceso $G(s)$. La frecuencia más elevada se elige dos décadas por encima de la parte real mayor (en valor absoluto). El procedimiento se lleva a cabo en los pasos descritos en los siguientes subapartados.

4.2.1.1. Información previa

Para facilitar la aproximación, se obtiene la siguiente información de la función a estimar ($\det G(s)$ o $\text{adj}G_{ij}(s)$), en general $\chi(s)$, a partir de los diagramas de Bode de su respuesta en frecuencia y a partir de $G(s)$:

- a) Retardo de tiempo externo: una expresión general para un elemento no nulo $\text{adj}G_{ij}(s)$ o para $\det G(s)$ puede ser (Wang et al., 2002):

$$\chi(s) = \sum_{k=1}^M \chi_k(s) \cdot e^{-\theta_k s} \quad \theta_k \geq 0, \quad (4.23)$$

donde $\chi_k(s)$ es un función de transferencia escalar y no nula que resulta del producto de varios elementos $g_{ij}(s)$ del proceso; y donde el retardo de tiempo correspondiente θ_k es la suma de los retardos de estas funciones de transferencia $g_{ij}(s)$ implicadas en el producto. Entonces, el retardo de tiempo de $\chi(s)$ se define como se expresa en (4.24), es decir, el máximo retardo que se puede extraer como factor común de todos los sumandos implicados en (4.23).

$$\theta(\chi(s)) = \min_{k=1,\dots,M}(\theta_k) \quad (4.24)$$

Por tanto, a partir de la matriz de retardos de tiempo de $G(s)$, se pueden calcular los correspondientes retardos de $\det G(s)$ y $\text{adj}G(s)$. Por ejemplo, asumiendo elementos no nulos, el retardo de tiempo de $\text{adj}G_{11}(s)$ en (4.21) sería

$$\theta(\text{adj}G_{11}(s)) = \min(\theta_1, \theta_2) = \min(\theta(g_{22}(s)) + \theta(g_{33}(s)), \theta(g_{23}(s)) + \theta(g_{32}(s))). \quad (4.25)$$

- b) Grado relativo: se puede calcular a partir de la pendiente de caída a altas frecuencias del diagrama de Bode del módulo de la función a estimar $\chi(s)$. Si el grado relativo es r , la pendiente de caída debe ser $-20 \cdot r$ dB/década. Aunque debido a la naturaleza no racional de la función a aproximar, esta pendiente no sea exactamente constante pudiendo mostrar un cierto rizado, hay una tendencia general que puede ser estimada (en dB/década) a partir de la respuesta en frecuencia de los n datos de la última década. Usando mínimos cuadrados, dicha estimación viene dada por (4.26), donde $|\chi_i|$ es el módulo (en dB) para la frecuencia ω_i (en décadas). Entonces, el grado relativo r se obtiene dividiendo por -20 y redondeando al entero más cercano.

$$\text{pendiente(dB/decada)} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \chi_i - \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \sum_{i=1}^n \chi_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \omega_i - \left(\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot \omega_i \right)^2} \approx -20 \cdot r \quad (4.26)$$

- c) Polos originales: el determinante de $G(s)$ y los elementos de $\text{adj}G(s)$ son el resultado de la suma y producto de varios elementos de $G(s)$, como se muestra en (4.20) y (4.21), respectivamente, para sistemas 3×3 . Por tanto, asumiendo que no hay cancelaciones entre polos y ceros tras estas operaciones, se pueden calcular los polos de $\det G(s)$ y $\text{adj}G(s)$ a partir de los polos de $G(s)$. En este

cálculo no se tienen en cuenta los integradores, polos en $s = 0$, los cuales son extraídos de la respuesta en frecuencia antes de la aproximación. Posteriormente, se volverán a añadir.

- d) Número de ceros RHP: tras extraer de la respuesta en frecuencia del elemento a estimar $\chi(s)$, los integradores y el retardo de tiempo externo calculado previamente, el número de ceros RHP se puede estimar a partir del desfase entre bajas y altas frecuencias en el diagrama de Bode de su fase, siempre y cuando la fase a altas frecuencias oscile en torno a un valor constante. En este caso, y asumiendo que el grado relativo r , la fase a bajas frecuencias φ_0 , y a altas frecuencias φ_∞ , son conocidas, el número N_z de ceros RHP de $\chi(s)$ se puede estimar de la siguiente forma:

$$N_z = \frac{\varphi_\infty - \varphi_0 + 90^\circ \cdot r}{-180^\circ}. \quad (4.27)$$

Por ejemplo, la Figura 4.1 muestra el diagrama de Bode de la función de transferencia irracional $M(s)$ en (4.22) tras haber eliminado el retardo de tiempo externo de tres unidades y la ganancia estacionaria de -0.0038. También se muestra la aproximación correspondiente que se alcanza. Como se comentó previamente, la caída del módulo a altas frecuencias no es del todo constante. Aun así, se aprecia una tendencia en torno a -40 dB/década, y usando (4.26) se estimaría un grado relativo igual a 2. De forma similar, la fase a altas frecuencias oscila; en este caso, en torno a un valor constante de -360°. A bajas frecuencias la fase es cero, por lo que la expresión (4.27) indicaría que debe haber un cero RHP.

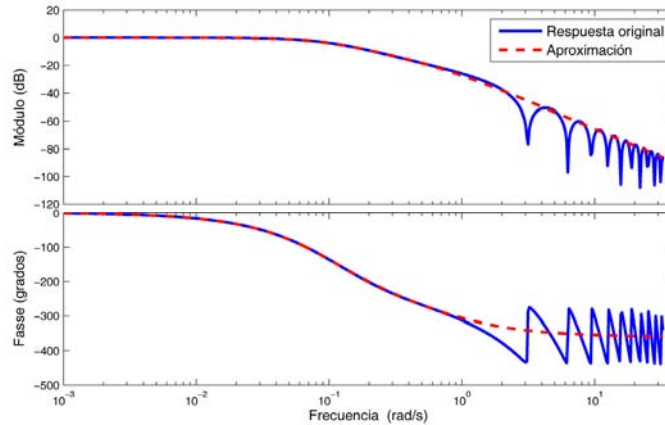


Figura 4.1: Diagramas de Bode de la expresión (4.22) tras extraer el retardo de tiempo y la ganancia estacionaria, junto con su correspondiente aproximación

Sin embargo, la estimación del número de ceros RHP no siempre es tan fácil. Debido a la irracionalidad de las funciones a aproximar, en algunas ocasiones, la fase a altas frecuencias no oscila en torno a un valor constante, y por tanto la forma de estimación previa no es válida. En estos casos, se asume N_z igual a cero y la existencia o no de ceros RHP se deja en manos del método de aproximación.

4.2.1.2. Determinación de los posibles modelos paramétricos

Para simplificar la aproximación por mínimos cuadrados, antes de llevarla a cabo, se extraen de la respuesta en frecuencia el retardo de tiempo externo y los integradores. Además, se divide por la ganancia estacionaria de esta nueva respuesta, con lo que se obtiene la respuesta en frecuencia $H(j\omega)$ para ser aproximada y cuya ganancia estacionaria es la unidad.

Teniendo en cuenta la información calculada en el apartado anterior, el modelo paramétrico más simple por el que se puede intentar aproximar $H(j\omega)$ es aquel en el que el orden del denominador es igual al grado relativo más el número estimado de ceros RHP; el orden del numerador sería igual al número de ceros RHP. Por el contrario, en el modelo más complejo, el orden del denominador es igual el número de polos originales (sin contar integradores) y el orden del numerador es igual al orden del denominador menos el grado relativo. Es importante destacar que en dicho cálculo, el grado relativo debe ser actualizado si se ha extraído algún integrador.

Tras lo anterior se lleva a cabo una aproximación con el modelo más simple. Si no se consigue un buen ajuste, se incrementa en uno el orden del numerador y denominador de forma progresiva hasta tener un buen resultado o llegar a probar con el modelo más complejo. En este último caso se relaja la tolerancia para un buen ajuste, y se reinicia el proceso. Si aparecen estimaciones inestables se descartan. Tras obtener un modelo estimado $num(s)/den(s)$ bueno, se añaden la ganancia estacionaria, el retardo de tiempo y los integradores que se extrajeron previamente.

4.2.1.3. Método de aproximación

En este apartado se describe el método de aproximación asumiendo que la respuesta en frecuencia $H(j\omega)$ se intenta aproximar por un modelo $num(s)/den(s)$ con ordenes $2p$ y $2q$ en el numerador y denominador, respectivamente. La correspondiente función de transferencia racional con ganancia unitaria que tendría que ser estimada, viene dada por

$$\frac{num(s)}{den(s)} = \frac{\alpha_{2p}s^{2p} + \dots + \alpha_2s^2 + \alpha_1s + 1}{\beta_{2q}s^{2q} + \dots + \beta_2s^2 + \beta_1s + 1}. \quad (4.28)$$

En este apartado se propone un método de mínimos cuadrados lineales y ponderados que intenta minimizar la función de coste J dada en (4.29), donde $W(j\omega, \beta)$ es una función de ponderación dada por (4.30) para minimizar el criterio de error relativo (Pintelon et al., 1994).

$$\min J = \sum_{k=1}^M W(j\omega_k, \beta) \left| H(j\omega_k) \cdot den(j\omega_k, \beta) - num(j\omega_k, \alpha) \right|^2 \quad (4.29)$$

$$W(j\omega_k, \beta^i) = \frac{1}{\left| H(j\omega_k) \cdot den(j\omega_k, \beta^{i-1}) \right|} \quad (4.30)$$

El problema anterior puede descomponerse en parte real y parte imaginaria para llegar a la formulación matricial dada en (4.31), donde $\Phi = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_{2p} \ \beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_{2q}]^T$ es el vector de parámetros que deben estimarse, W es una matriz diagonal de pesos calculados doblemente para cada frecuencia según (4.30), b es un vector que depende de los datos de respuesta en frecuencia, y A es una matriz que depende de los datos de la respuesta en frecuencia y además, de los órdenes del modelo (4.28), como se muestra

más adelante. Una vez que el problema se ha enunciado según (4.31), la solución vendría dada por (4.32).

$$\min J = (b - A \cdot \Phi)^T \cdot W \cdot (b - A \cdot \Phi) \quad (4.31)$$

$$\Phi = (A^T \cdot W \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot W \cdot b \quad (4.32)$$

En el caso ideal de ajuste perfecto, la expresión dada en (4.33) debería cumplirse para cada frecuencia ω_k . Al sustituir por el modelo a estimar dado en (4.28), dicha expresión puede expandirse como se muestra en (4.34).

$$H(j\omega_k) \cdot \text{den}(j\omega_k, \beta) - \text{num}(j\omega_k, \alpha) = 0 \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} H(j\omega_k) \cdot (1 \quad \beta_1 j\omega_k \quad \beta_2 (j\omega_k)^2 \quad \dots \quad \beta_{2q-1} (j\omega_k)^{2q-1} \quad \beta_{2q} (j\omega_k)^{2q}) \\ - (1 \quad \alpha_1 j\omega_k \quad \alpha_2 (j\omega_k)^2 \quad \dots \quad \alpha_{2p-1} (j\omega_k)^{2p-1} \quad \alpha_{2p} (j\omega_k)^{2p}) = 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Si se define la función ψ^n según (4.35), la ecuación (4.34) se puede expresar de manera más compacta, tal y como se muestra en (4.36).

$$\psi_k^n = \begin{cases} \text{Re}(j\omega_k)^n & \text{si } n \text{ es par} \\ \text{Im}(j\omega_k)^n & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases} \quad (4.35)$$

$$(H(j\omega_k) \cdot (j\psi_k^1 \quad \psi_k^2 \quad \dots \quad j\psi_k^{2q-1} \quad \psi_k^{2q}) \mid -j\psi_k^1 \quad -\psi_k^2 \quad \dots \quad -j\psi_k^{2p-1} \quad -\psi_k^{2p}) \cdot \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{2q-1} \\ \beta_{2q} \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{2p-1} \\ \alpha_{2p} \end{pmatrix} = 1 - H(j\omega_k) \quad (4.36)$$

Descomponiendo en parte real y parte imaginaria tanto (4.36) como los datos de respuesta en frecuencia ($H(j\omega_k) = x_k + jy_k$), se alcanza la siguiente ecuación matricial para cada frecuencia ω_k :

$$\left[\begin{array}{cc|cc} -y_k \psi_k^1 & x_k \psi_k^2 & \dots & -y_k \psi_k^{2q-1} & x_k \psi_k^{2q} & \dots & 0 & -\psi_k^2 & \dots & 0 & -\psi_k^{2p} \\ x_k \psi_k^1 & y_k \psi_k^2 & \dots & x_k \psi_k^{2q-1} & y_k \psi_k^{2q} & \dots & -\psi_k^1 & 0 & \dots & -\psi_k^{2p-1} & 0 \end{array} \right] \cdot \Phi = \begin{bmatrix} 1 - x_k \\ -y_k \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$A_k \cdot \Phi = b_k$$

Por último, se obtienen las matrices A_k y b_k para cada frecuencia ω_k , y se forman las matrices completas $A = [A_1 \ A_2 \ \dots \ A_k \ \dots \ A_M]^T$ y $b = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_k \ \dots \ b_M]^T$. Con ello, el problema en (4.31) queda completamente formulado. Usando la solución por mínimos cuadrados en (4.32) se obtiene el vector de parámetros estimados Φ que definen el modelo $num(s)/den(s)$.

La medida seleccionada para decidir si el modelo estimado es bueno o no, es el error cuadrático medio (MSE), el cual se puede calcular según (4.38), donde M es el número de elementos de la respuesta en frecuencia y L es el número de parámetros a estimar. Si el MSE está por debajo de una tolerancia predefinida, se acepta el modelo aproximado. Inicialmente, la tolerancia que se ha usado es de 10^{-4} .

$$MSE = b^T \cdot [W - W \cdot A \cdot (A^T \cdot W \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot W] \cdot b / (M - L) \quad (4.38)$$

Por ejemplo, en el caso de aproximar la función de transferencia no racional (4.22) y de acuerdo a la información calculada previamente, los órdenes mínimos de numerador y denominador del modelo más simple serían uno y tres, respectivamente, ya que el grado relativo era dos y había un cero RHP. En este caso, además, estos dos valores coinciden con los órdenes del modelo más complejo, pues el número de polos originales es tres. Tras extraer el retardo de tiempo y la ganancia estacionaria y aplicar el método de aproximación propuesto en este apartado, se obtiene el modelo aproximado cuyo diagrama de Bode aparece en la Figura 4.1. Muestra un buen ajuste en comparación con la respuesta en frecuencia original con un error cuadrático medio igual a $8.39 \cdot 10^{-5}$. Por último, tras añadir el retardo de tiempo y la ganancia estacionaria originales, se obtiene el modelo final estimado, dado en (4.39).

$$M_{ap}(s) = \frac{(-0.0038) \cdot (-7.54s+1)}{(143.4s^3 + 131.1s^2 + 20.93s+1)} \cdot e^{-3s} \quad (4.39)$$

Sin embargo, la aproximación no siempre resulta tan exitosa. Hay casos en los que ciertos elementos tienen una respuesta en frecuencia muy compleja y no se

aproximan bien a funciones de transferencia racionales más retardo. Posteriormente, esto podría provocar un grave deterioro de la respuesta al usar el diseño de control mediante desacoplo simplificado.

4.2.2. Reducción de los modelos de $D(s)$ y $Q(s)$

Como se ha comentado en el apartado anterior, al aplicar las metodologías propuestas en este capítulo a procesos multivariables con retardos de tiempo, es normal que $\det G(s)$ y los elementos de $\text{adj}G(s)$ tengan que ser aproximados a funciones de transferencia racionales más retardo. Tras ello, se puede analizar la realizabilidad de cada configuración y determinar la dinámica extra necesaria mediante (4.14) y (4.15). Luego, los elementos de $D(s)$ y $Q(s)$ se calculan usando (4.16) y (4.17), respectivamente. A pesar de que se siguen obteniendo funciones de transferencia racionales con retardo, en algunos casos, los órdenes de estos elementos pueden ser demasiado altos siendo aconsejable reducir el modelo para una implementación o diseño más simples. En este trabajo de tesis, se propone una técnica de reducción de modelos basada en una residualización balanceada de la función a reducir. Ésta se aplicaría solo a la parte racional de la función de transferencia, que mantendría el retardo de tiempo original.

Primero, se calcula una realización mínima (A, B, C, D) en espacio de estados de la función de transferencia que se desea reducir. Luego, se obtiene la realización balanceada de ésta mediante transformaciones de estados. A continuación se calculan los valores singulares de Hankel σ_i ordenados de mayor a menor. El valor de cada σ_i está asociado a un estado x_i del sistema balanceado. La magnitud del valor singular de Hankel σ_i mide la contribución del estado x_i a la respuesta entrada-salida. Por tanto, si $\sigma_1 \gg \sigma_2$, el estado x_1 afecta mucho más a la respuesta entrada-salida que el estado x_2 o cualquier otro estado debido a la ordenación de los valores singulares (Skogestad & Postlethwaite, 2005). Por consiguiente, los estados asociados a los valores singulares de Hankel más pequeños pueden eliminarse de forma segura para simplificar el modelo.

En este trabajo, se considera que el estado x_i y los siguientes pueden ser eliminados si $\sigma_l > \varepsilon \sigma_i$, donde ε es un factor de tolerancia, por ejemplo 10. Una vez que se determina el número de estados a descartar, se lleva a cabo la simplificación

mediante una residualización balanceada (poniendo a cero las derivadas de estos estados). Este método se conoce como aproximación de perturbaciones singulares de sistemas balanceados. Se ha seleccionado dicha técnica ya que preserva la ganancia en estado estacionario del sistema, y tiene mejor resultado que otras técnicas en el rango de frecuencias bajo y medio (Skogestad & Postlethwaite, 2005).

4.2.3. Reducción del controlador $K(s)$ a PID multivariable

Como se mencionó en el apartado 4.1.3, para conseguir un control multivariable PID centralizado, todos los elementos de $K(s)$, dados por (4.19), deben ser aproximados a controladores PID. Para ello, la estructura PID usada es la forma paralela dada en (4.40), donde K_P es la constante proporcional, K_I la constante integral, K_D la constante derivativa y T_F es la constante de filtro derivativo. Aunque en esta forma, la mayoría de los parámetros tienen poca interpretación física, dicha estructura es más flexible y permite una mayor independencia entre las diferentes acciones de control; por ejemplo, que tengan diferente signo.

$$k^{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{T_F s + 1} \quad (4.40)$$

La aproximación a estructura PID puede realizarse usando el método de aproximación descrito en el apartado 4.2.1. Sin embargo, en lugar de aproximar directamente el elemento del controlador $k_{ij}(s)$, se propone extraer el integrador de éste, obteniendo $m(s)$, y aplicar la aproximación a la inversa de este resultado. La nueva ganancia en estado estacionario k_0 de $m(s)$, expresada en (4.41), se identificaría con la constante integral K_I .

$$k_0 = \lim_{s \rightarrow 0} [k(s) \cdot s] = \lim_{s \rightarrow 0} [m(s)] \quad (4.41)$$

La respuesta en frecuencia de la inversa de $m(s)$ dividida por su ganancia en estado estacionario k_0 , debería ser aproximada según (4.42). De esta forma, tras la aproximación, las ganancias del controlador PID podrían identificarse de acuerdo a (4.43). En el caso de aproximación a controlador PI, las constantes K_D y T_F son eliminadas por lo que los coeficientes b_1 y a_2 serían cero. Es aconsejable obtener tanto la aproximación a PID como a PI, y elegir aquella con mejor ajuste.

$$\frac{k_0}{m(s)} \approx \frac{b_1 s + 1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} = \frac{T_F s + 1}{\left(\frac{K_P T_F + K_D}{K_I} \right) s^2 + \left(\frac{K_P}{K_I} + T_F \right) + 1} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} K_P &= (a_1 - b_1) \cdot k_0 \\ K_I &= k_0 \\ K_D &= a_2 \cdot k_0 - b_1 \cdot (a_1 - b_1) \cdot k_0 \\ T_F &= b_1 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Debido a la aproximación es normal que, aunque se obtenga un buen desempeño con este control, la respuesta alcanzada se vea degradada en cierta medida y no haya un desacoplo perfecto. No obstante, hay procesos multivariables que son demasiado complejos para ser controlados por un control PID multivariable, donde los controladores, al menos, tendrían dificultades para cumplir restrictivas especificaciones de desacoplo y desempeño de los lazos. En estos casos, se deberían relajar dichas especificaciones y hacer la respuesta más conservadora; o de forma alternativa, usar controladores de mayor orden (Wang et al., 2003). En algunos casos, antes de modificar las especificaciones se puede intentar mantener una respuesta aceptable usando simplemente la estructura PID más retardo de tiempo en (4.44). El retardo de tiempo sería el retardo asociado al correspondiente elemento $k_{ij}(s)$, y la reducción a PID se aplicaría a la parte racional, sin retardo, de $k_{ij}(s)$. En este caso, para la reducción se podría usar el método de aproximación previo u otras técnicas como la residualización balanceada mencionada en el apartado 4.2.2.

$$k^{PID\theta}(s) = \left(K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{T_F s + 1} \right) \cdot e^{-\theta(k)s} \quad (4.44)$$

4.2.4. Esquemas *anti-windup*

En este capítulo se han desarrollado dos metodologías estrechamente relacionadas: una mediante desacoplo más controlador diagonal, y otra mediante control por desacoplo explícito que da lugar a un control PID multivariable. Desde el punto de vista de su implementación, es importante considerar como solucionar problemas prácticos, como el *windup*, que pueden originar una respuesta del sistema muy pobre en presencia de restricciones en las señales de control. Como se comentó en el capítulo de antecedentes, para el caso de controladores PID monovariabes hay diversas soluciones

(Åström & Hägglund, 2006). Sin embargo, es difícil encontrar soluciones *anti-windup* generales para el caso multivariable, ya sea mediante redes de desacoplo o mediante controladores centralizados.

Para la metodología de control mediante desacoplo simplificado más controlador descentralizado desarrollada en este capítulo, se propone el uso del esquema *anti-windup* de la Figura 2.14 descrito en (Gagnon et al., 1998) y comentado en el capítulo 2. Aunque en dicha figura el esquema se presenta para el caso de procesos 2×2 , éste puede extenderse para sistemas de mayor dimensión. Dicho esquema puede usarse cuando no es necesario añadir dinámica extra para conseguir realizabilidad, es decir, cuando $N(s)$ es la matriz identidad.

Por otro lado hay que dar solución a la metodología propuesta de control PID multivariable por desacoplo simplificado explícito, donde el problema de *windup* es complejo. En un sistema de control PID multivariable, en el que todos los elementos tienen estructura PID, cada variable manipulada está compuesta por la suma de varias acciones PID. Cuando una señal de control se satura, es difícil coordinar la contribución de cada elemento PID a la correspondiente entrada del proceso. En este trabajo se propone el esquema *anti-windup* de controles PID multivariables mostrado en la Figura 4.2 para el caso 2×2 , pero que es extensible a un mayor número de entradas y salidas. Aunque no hay una solución comercial de dicho esquema, éste puede implementarse usando funciones de bloques de sistemas de control distribuido.

La idea clave es usar solo un integrador por cada variable manipulada, de tal manera que se pueda implementar fácilmente un modo de seguimiento integral similar al del caso monovariable para evitar el *windup*. Para ello, se agrupan en un mismo integrador las diferentes acciones de control integral asociadas a una misma variable manipulada. Por su parte, las acciones proporcional y derivativa (PD) permanecen separadas. Este esquema entraría en la categoría de saturación básica del vector de entrada al proceso, por lo que, en casa de saturación, evitaría el efecto *windup*, pero no la pérdida de la dirección original de dicho vector.

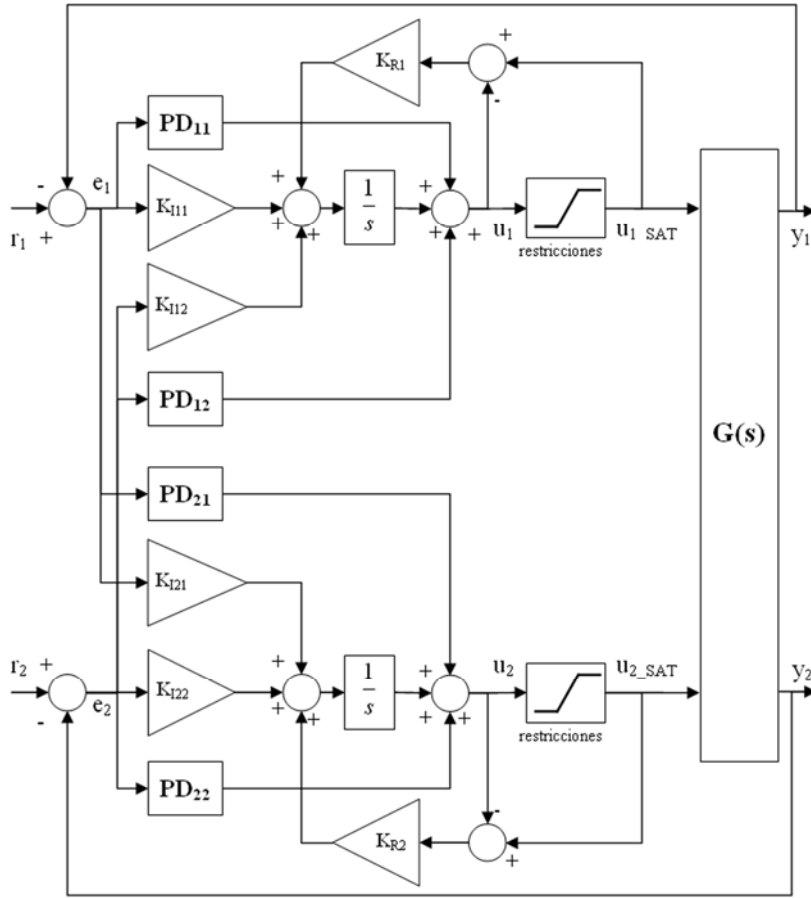


Figura 4.2: Esquema anti-windup para un control PID multivariable de dos entradas y dos salidas

Por ejemplo, la señal de control sin saturar u_1 debería calcularse según (4.45), donde e_1 y e_2 son las señales de error. Cuando la señal de control se satura de forma que u_1 difiere de u_{1_SAT} , la entrada real al proceso u_{1_SAT} funciona como señal de seguimiento a través de la ganancia de reset K_R , y entonces, el integrador actuará en consecuencia para reducir esta diferencia. Sobre la señal de control u_2 se pueden hacer similares comentarios.

$$\begin{aligned}
 u_1(s) &= \left(K_{P11} + \frac{K_{I11}}{s} + \frac{K_{D11}s}{T_{F11}s+1} \right) e_1(s) + \left(K_{P12} + \frac{K_{I12}}{s} + \frac{K_{D12}s}{T_{F12}s+1} \right) e_2(s) + \frac{K_{R1}(u_{1SAT}(s) - u_1(s))}{s} = \\
 &= \left(K_{P11} + \frac{K_{D11}s}{T_{F11}s+1} \right) e_1(s) + \left(K_{P12} + \frac{K_{D12}s}{T_{F12}s+1} \right) e_2(s) + \frac{(K_{I11}e_1(s) + K_{I12}e_2(s)) + K_{R1}(u_{1SAT}(s) - u_1(s))}{s} = \quad (4.45) \\
 &= PD_{11}e_1(s) + PD_{12}e_2(s) + \frac{(K_{I11}e_1(s) + K_{I12}e_2(s)) + K_{R1}(u_{1SAT}(s) - u_1(s))}{s}
 \end{aligned}$$

La ganancia de reset K_R se puede ajustar mediante prueba y error, pero como primer ajuste inicial se propone:

$$K_{Ri} = \beta \cdot \max(|K_{ij}|) \quad \forall j; \quad \beta \in [4, 20]. \quad (4.46)$$

4.3. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

En el apartado 3.4 ya se mostraron algunos ejemplos de desacoplo simplificado para procesos 2×2 en comparación con el desacoplo inverso. En este apartado, las dos metodologías propuestas en el presente capítulo se aplican a varios procesos de mayores dimensiones, comparando el resultado con los diseños de otros autores. El desacoplo inverso no puede utilizarse en ninguno de estos sistemas debido a que todos tienen algún cero RHP multivariable. Por tanto, el uso de las metodologías propuestas en este capítulo está justificado.

4.3.1. Ejemplo 4.1: columna despropanizadora 3×3

Este proceso 3×3 es una columna despropanizadora (Wang, 2003) dada por $G_D(s)$ en el apéndice A. En este primer ejemplo, el desarrollo de los diseños propuestos se describe con detalle, que se reducirá en los ejemplos de apartados siguientes. Debido a los retardos de la matriz del proceso, tanto su determinante $\det G_D(s)$ como su matriz adjunta traspuesta $\text{adj}G_D(s)$, calculados tras haber extraído los retardos comunes por filas de $G_D(s)$ dados en (4.47), son no racionales. Por tanto se aproximan utilizando el método descrito en el apartado 4.2.1. Para ello es necesario determinar los retardos, grados relativos y posible número de ceros RHP de $\det G_D(s)$ y $\text{adj}G_D(s)$.

$$G_D^c(s) = \text{diag}\left(e^{-27.5s}, e^{-26.5s}, e^{-15.5s}\right) \quad (4.47)$$

Los retardos se pueden calcular a partir de los retardos del proceso reducido (sin retardos comunes por filas) como se indicó de forma general en (4.24) obteniendo un retardo de 1.5 para el determinante y los retardos de la matriz (4.48) para los adjuntos. En cuanto a los grados relativos y número de ceros RHP, deben obtenerse a partir de la respuesta en frecuencia de $\det G_D(s)$ y $\text{adj}G_D(s)$ usando (4.26) y (4.27). Así, el grado relativo del determinante es 3 y el de los adjuntos igual a 2, excepto en $\text{adj}G_D(1,2)$, que es igual 3. En cuanto al número de ceros RHP es igual a cero en todos los elementos excepto en $\text{adj}G_D(2,1)$, $\text{adj}G_D(3,1)$ y $\det G_D(s)$ donde en principio se desconoce pues la fase no tiende a ningún valor. En estos casos se pondrán a cero para dejar en manos del método de aproximación la existencia o no de ceros RHP. Además, se obtiene el

número de polos que como máximo podría tener cada modelo según el apartado 4.2.1. El determinante como máximo podría tener ocho polos, y los elementos de la matriz $adjG_D(s)$ cuatro. Esto se usa para determinar el máximo orden del modelo paramétrico por el que intentar aproximar.

$$\Theta = \begin{pmatrix} 1.5 & 27.5 & 28.5 \\ 9.5 & 1.5 & 8.5 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

Además de lo anterior, también se calcula un polo extra por si fuera necesario como dinámica extra en $N(s)$, escogiéndolo de tal forma que sea 5 veces mayor que la mayor parte real del polo más rápido del proceso, en este caso concreto $s = -0.2778$.

Con la información anterior se lleva a cabo la aproximación de $detG_D(s)$ y $adjG_D(s)$ usando el método propuesto en el apartado 4.2.1.3. Se obtiene así el determinante dado en (4.49) con un MSE de 0.00036, y la matriz adjunta traspuesta de (4.50) con un MSE por elemento dado en la matriz (4.51). Tras la aproximación se recalcula el número de ceros RHP de cada elemento. En las Figura 4.3 y Figura 4.4 se muestran los diagramas de Nyquist y los valores singulares de las aproximaciones alcanzadas en comparación con las repuestas en frecuencia originales.

$$detG_D(s) = \frac{(-64.13s + 0.7583)}{(1.513 \cdot 10^7 \cdot s^4 + 8.518 \cdot 10^5 \cdot s^3 + 2.11 \cdot 10^4 \cdot s^2 + 246.1 \cdot s + 1)} e^{-1.5s} \quad (4.49)$$

$$adjG_D = \begin{pmatrix} \frac{(13.6s + 1.53)e^{-1.5s}}{(3770 \cdot s^3 + 1351 \cdot s^2 + 84.98 \cdot s + 1)} & \frac{1.414e^{-27.5s}}{(901.9 \cdot s^3 + 2073 \cdot s^2 + 130.2 \cdot s + 1)} & \frac{(0.4252s + 0.8018)e^{-28.5s}}{(20350 \cdot s^3 + 6346 \cdot s^2 + 165.3 \cdot s + 1)} \\ \frac{(-6.637s + 0.364)e^{-9.5s}}{(26210 \cdot s^3 + 4190 \cdot s^2 + 111.4 \cdot s + 1)} & \frac{(1.428s + 0.08855)e^{-1.5s}}{(19220 \cdot s^3 + 2145 \cdot s^2 + 103.5 \cdot s + 1)} & \frac{0.09165e^{-8.5s}}{(11950 \cdot s^2 + 190.6 \cdot s + 1)} \\ \frac{5.841e^{-s}}{(5217 \cdot s^2 + 119 \cdot s + 1)} & \frac{2.671}{(4163 \cdot s^2 + 147 \cdot s + 1)} & \frac{(37.65s + 0.4536)}{(130200 \cdot s^3 + 6319 \cdot s^2 + 78.47 \cdot s + 1)} \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

$$MSE(adjG_D) = \begin{pmatrix} 4.27 \cdot 10^{-6} & 1.45 \cdot 10^{-7} & 2.29 \cdot 10^{-8} \\ 0.0046 & 2.25 \cdot 10^{-5} & 2.6 \cdot 10^{-4} \\ 0.0019 & 3.54 \cdot 10^{-6} & 0.0468 \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

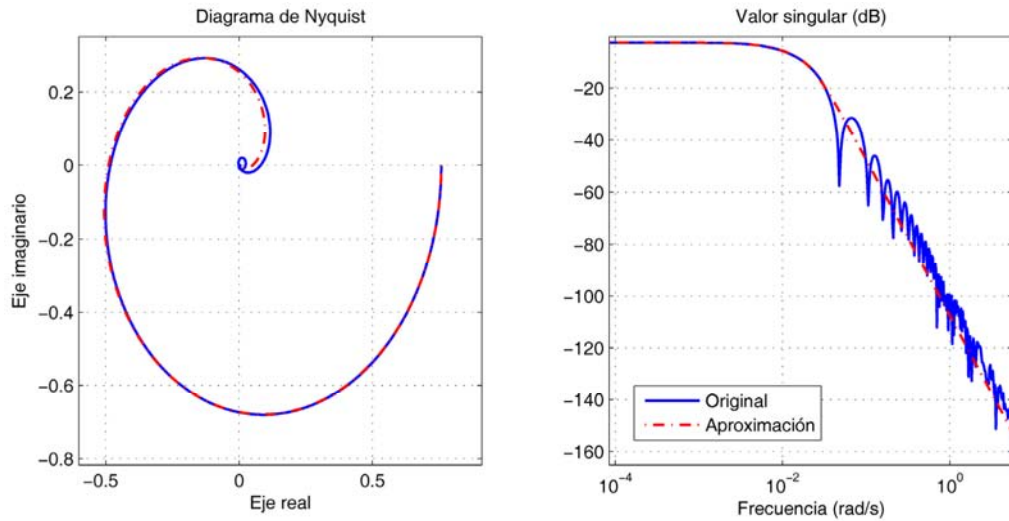


Figura 4.3: Diagrama de Nyquist y valor singular de del determinante del proceso y su aproximación $\det G_D(s)$

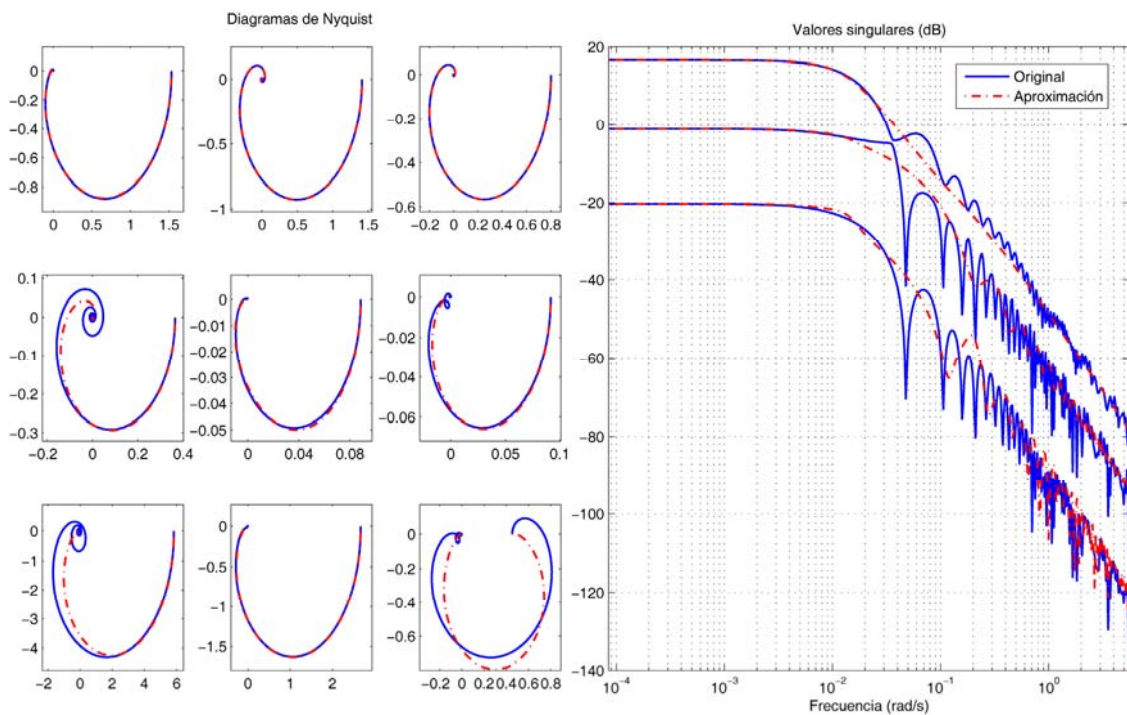


Figura 4.4: Diagramas de Nyquist y valores singulares de la matriz adjunta traspuesta y su aproximación $\text{adj}G_D(s)$ en el ejemplo 4.1

A continuación, siendo ya todos los elementos funciones racionales más retardo, se calcula, según (4.14), la dinámica extra $N(s)$ que necesita cada configuración para ser realizable. La única configuración que no requiere dinámica extra es la 3-3-3; sin embargo, se ha comprobado que la configuración 1-2-3 consigue una mejor respuesta

pues sus correspondientes procesos aparentes tienen menores picos de respuesta inversa, lo que limita menos el desempeño en lazo cerrado. Su dinámica extra, dos retardos adicionales, viene dada por $n_{11}(s) = e^{-0.5s}$, $n_{22}(s) = e^{-1.5s}$ y $n_{33}(s) = 1$. Usando dicha configuración se determinan la red de desacoplo simplificado $D(s)$ y los procesos aparentes correspondientes $q_i(s)$ según las expresiones (4.16) y (4.17), respectivamente. Como resultan funciones de transferencia de elevado orden, se reducen mediante la técnica descrita en el apartado 4.2.2, obteniendo (4.52) y (4.53). En la Figura 4.5 se muestran los valores singulares de la red de desacoplo y el proceso aparente originales y sus respectivos modelos reducidos.

$$D(s) = \begin{pmatrix} e^{-0.5s} & \frac{-0.8903s^2 + 28.33s + 0.6488}{s^2 + 3.422s + 0.04063} e^{-27.5s} & \frac{-0.2081s^2 + 3.549s + 0.1759}{s^2 + 19.42s + 0.09951} e^{-28.5s} \\ \frac{-0.0778s^2 - 0.00479s + 0.00049}{s^2 + 0.09996s + 0.0002077} e^{-8.5s} & e^{-1.5s} & \frac{0.0338s^2 + 0.00053s + 9.79 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0.01202s + 4.847 \cdot 10^{-5}} e^{-8.5s} \\ \frac{0.4168s^2 + 0.0578s + 0.0007013}{s^2 + 0.02302s + 0.0001837} & \frac{9.438s^2 + 7.394s + 0.3465}{s^2 + 0.9045s + 0.01149} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} q_1(s) &= \frac{0.003581s^3 - 0.001936s^2 - 0.0001537s + 2.083 \cdot 10^{-6}}{s^3 + 0.03933s^2 + 0.0007587s + 4.203 \cdot 10^{-6}} e^{-28s} \\ q_2(s) &= \frac{-0.04627s^3 - 0.04643s^2 - 0.002306s + 3.384 \cdot 10^{-5}}{s^3 + 0.03638s^2 + 0.0006908s + 3.951 \cdot 10^{-6}} e^{-28s} \\ q_3(s) &= \frac{0.0105s^4 - 0.01614s^3 + 2.69 \cdot 10^{-5}s^2 - 1.538 \cdot 10^{-6}s + 4.09 \cdot 10^{-8}}{s^4 + 0.03737s^3 + 0.000784s^2 + 7.277 \cdot 10^{-6}s + 2.447 \cdot 10^{-8}} e^{-17s} \end{aligned} \quad (4.53)$$

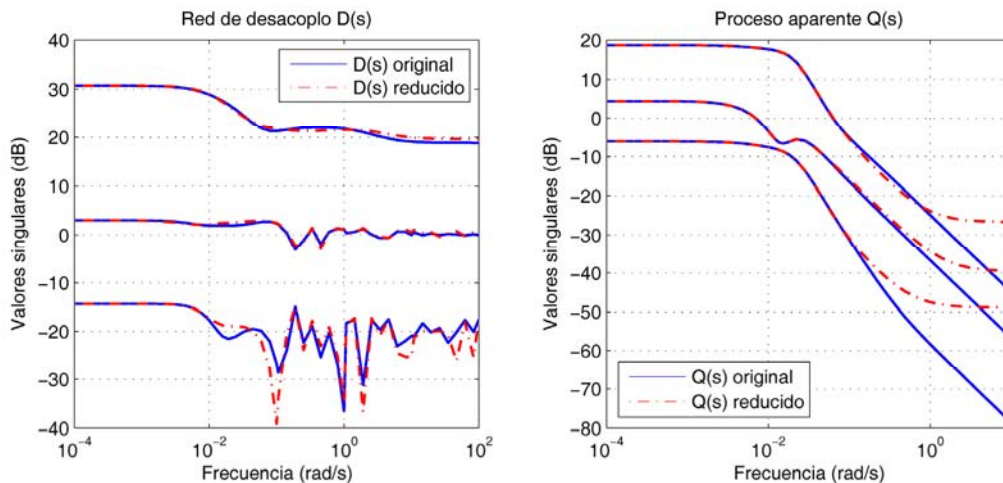


Figura 4.5: Valores singulares de la red de desacoplo $D(s)$ y el proceso aparente $Q(s)$ originales y reducidos en el ejemplo 4.1

Tras determinar la red de desacoplamiento y los correspondientes procesos aparentes $q_i(s)$, se pueden ajustar individualmente para estos $q_i(s)$ los tres controladores

PID del control descentralizado $C(s)$. En este ejemplo se usa el método de (Morilla & Dormido, 2000) con unas especificaciones iguales a un margen de ganancia igual a 3 y un margen de fase de 60° en los tres lazos. Los parámetros de los controladores PID resultantes se muestran en la Tabla 4.3. La red de desacoplamiento $D(s)$ en combinación con el controlador PID descentralizado $C(s)$ constituyen la propuesta de control mediante desacoplo simplificado para el proceso $G_D(s)$.

Tabla 4.3: Parámetros PID junto con índices de desempeño y robustez en el ejemplo 4.1

| Método | Parámetros PID | | | | IAE ₁ | IAE ₂ | IAE ₃ | μ_{RS} | μ_{RP} |
|---|---|--|---|--|------------------|------------------|------------------|------------|------------|
| | K_P | K_I | K_D | T_F | | | | | |
| Desacoplo simplificado | $\begin{pmatrix} 0.51 \\ 0.025 \\ 0.6 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0.0056 \\ 3.1387 \cdot 10^{-4} \\ 0.0022 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12.28 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.047 \end{pmatrix}$ | 470 | 612 | 459 | 0.18 | 0.99 |
| PID MIMO | $\begin{pmatrix} 0.5072 & 0.0584 & 0.1113 \\ 0.0301 & 0.0245 & 0.0032 \\ 1.0293 & 0.2106 & 0.6 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0.0056 & 0.005 & 0.0039 \\ 0.0013 & 0.0003 & 4.4 \cdot 10^{-4} \\ 0.0214 & 0.0095 & 0.0022 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & -3.68 & 0 \\ -4.456 & 0 & 0.995 \\ -76.5 & 0.01 & 12.28 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 13.89 & 0 \\ 44.35 & 0 & 35.6 \\ 83.35 & 0.26 & 2.05 \end{pmatrix}$ | 473 | 614 | 469 | 0.17 | 1.00 |
| Wang | - | - | - | - | 474 | 708 | 612 | 0.17 | 1.19 |
| Lee ($\tau_1=200$, $\tau_2=200$, $\tau_3=200$) | $\begin{pmatrix} 0.2476 \\ 1.14 \\ 0.317 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0.0019 \\ 0.015 \\ 0.0049 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1.197 \\ 2.3256 \\ 0.1728 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0.483 \\ 0.204 \\ 0.0545 \end{pmatrix}$ | 432 | 911 | 1413 | 0.33 | 2.02 |

Como segunda metodología propuesta en este capítulo, se obtienen los elementos del control centralizado por desacoplo simplificado explícito $K(s)$ de acuerdo con la expresión (4.19). Tras ello, sus elementos se aproximan a estructura PID usando el método descrito en el apartado 4.2.3. Los parámetros resultantes aparecen en la Tabla 4.3 asignados al método propuesto PID MIMO. En la Figura 4.6 se muestran los valores singulares del control centralizado $K(s)$ y del control PID multivariable por el que se aproxima.

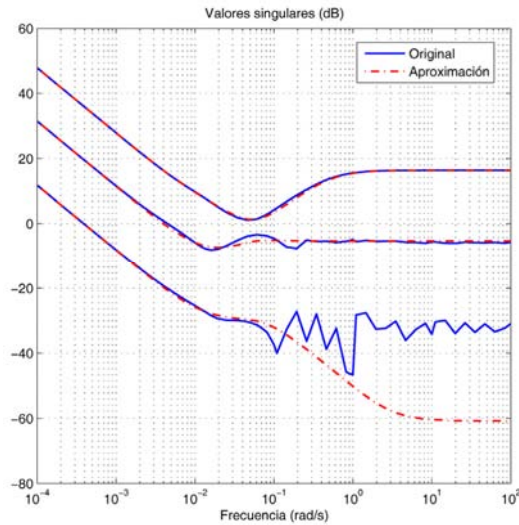


Figura 4.6: Valores singulares del control centralizado por desacoplo simplificado $K(s)$ y su aproximación a control PID multivariable en el ejemplo 4.1

A continuación, para verificar el desempeño nominal de las metodologías propuestas, la Figura 4.7 muestra la respuesta en lazo cerrado de los dos sistemas de control propuestos. En $t = 0$ s, hay un salto escalón unitario en la primera referencia, en $t = 2000$ s, en la segunda, en $t = 4000$ s, en la tercera, y en $t = 6000$ s, como perturbación a la entrada del proceso, hay un salto escalón de 0.1 unidades en todas las señales de entrada al mismo tiempo. Como índice de desempeño de cada lazo, se usa el IAE, el cual aparece recogido en la Tabla 4.3. Por comparación, en la Figura 4.7 también se muestra la respuesta de otras metodologías de control: el control centralizado de (Wang et al., 2003) y un control PID multi-lazo basado en el método de (Lee et al., 2004). Los elementos del control de Wang, $K_W(s)$, se muestran en (4.54). El control PID multi-lazo se ajusta intentando conseguir un desempeño similar al de los controles propuestos (margen de ganancia igual a 3 y margen de fase igual a 60° en todos los lazos). Según la RGA del proceso, el emparejamiento escogido ha sido y_1-u_2 , y_2-u_3 e y_3-u_1 . Los parámetros PID se muestran también en la Tabla 4.3 con sus respectivos índices.

$$K_W(s) = \begin{pmatrix} \frac{-53.59s^3 + 24.86s^2 + s + 0.005836}{4217s^3 + 85.86s^2 + 1.091s} e^{-27.5s} & \frac{-63.61s^3 + 8.084s^2 + s + 0.00838}{7184s^3 + 151.5s^2 + 1.743s} e^{-33.8s} & \frac{122.6s^3 - 6.025s^2 + s + 0.011}{16890s^3 + 333.5s^2 + 3.802s} e^{-26.4s} \\ \frac{-18.72s^3 + 6.678s^2 + s + 0.00809}{23700s^3 + 514.8s^2 + 6.357s} e^{-11.8s} & \frac{26.31s^3 + 28.53s^2 + s + 0.006068}{78870s^3 + 1640s^2 + 20.17s} e^{-0.655s} & \frac{227.8s^3 + 4.625s^2 + s + 0.01424}{184900s^3 + 3658s^2 + 42.94s} \\ \frac{27.48s^3 - 2.061s^2 + s + 0.00828}{1532s^3 + 32.7s^2 + 0.4058s} & \frac{59.87s^3 - 1.332s^2 + s + 0.009638}{4699s^3 + 94.31s^2 + 1.06s} & \frac{101.5s^3 - 9.961s^2 + s + 0.002642}{7283s^3 + 154.2s^2 + 1.597s} \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

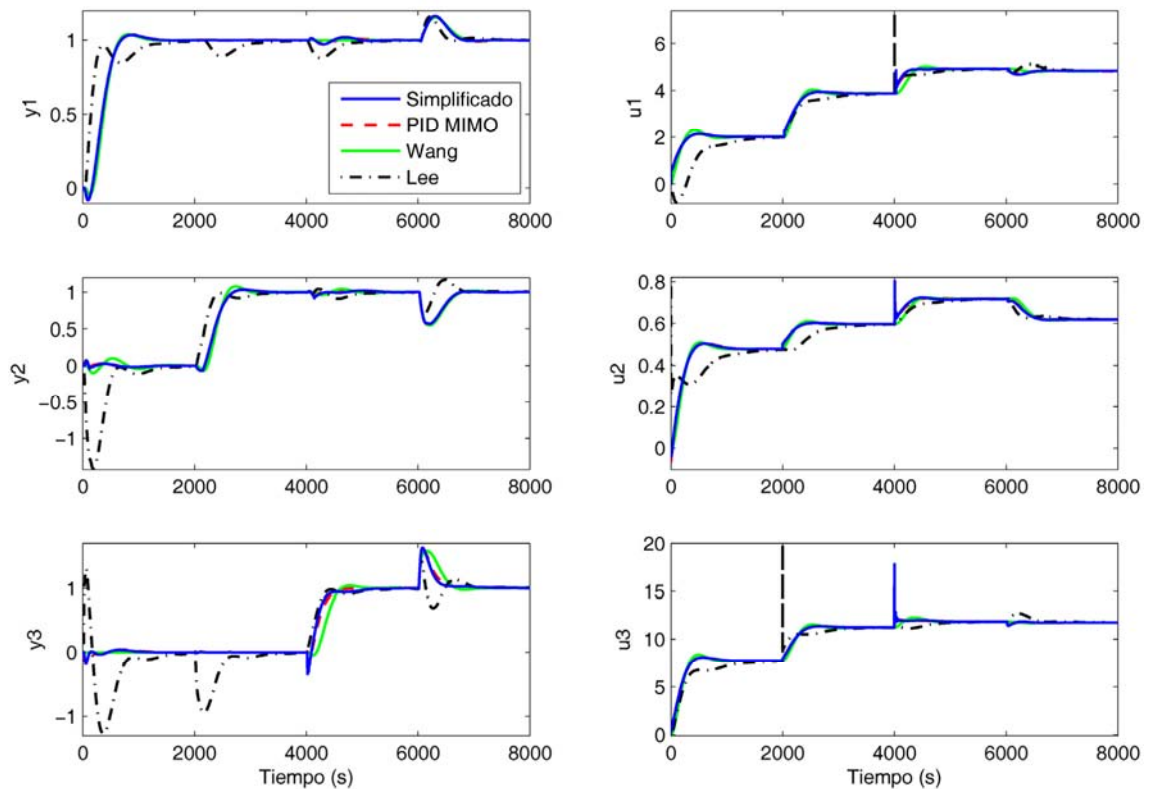


Figura 4.7: Salidas y señales de control en el ejemplo 4.1

Prácticamente no se aprecian diferencias entre los dos métodos propuestos. Ambos reducen casi por completo la interacción y tienen un desempeño mejor que el control PID multi-lazo, el cual muestra interacciones muy importantes en las salidas y_2 e y_3 . La respuesta de las metodologías propuestas es bastante similar a la del control de Wang $K_W(s)$; sin embargo, producen menores IAE. Además, la complejidad del control PID multivariable que se propone es mucho menor que la del control de Wang.

Para evaluar la robustez de los controles, se lleva a cabo un análisis basado en el SSV y en presencia de incertidumbre multiplicativa diagonal a la entrada. Los pesos seleccionados en este ejemplo son

$$\begin{aligned}
 W_I(s) &= w_I(s) \cdot I = \frac{(0.009s+0.15)}{0.0045s+1} \cdot I \\
 W_P(s) &= w_P(s) \cdot I = \frac{(s/2.75+0.00075)}{s} \cdot I
 \end{aligned} \tag{4.55}$$

El peso $w_I(s)$ puede interpretarse como que la incertidumbre del proceso aumenta hasta un 200% a altas frecuencias y se reduce hasta casi un 15% en el rango de

bajas frecuencias. El peso de desempeño a la salida $w_P(s)$ especifica acción integral y un pico máximo para $\bar{\sigma}(S)$ de $M_s = 2.75$. La Figura 4.8 muestra el SSV para estabilidad robusta (μ_{RS}) y desempeño robusto (μ_{RP}) de los diferentes controladores. En todos los controles, μ_{RS} es claramente menor que uno para todas las frecuencias, lo que indica que el sistema seguirá siendo estable a pesar de una incertidumbre del 15% en cada entrada del proceso. Los valores pico aparecen en la Tabla 4.3. Aunque el controlador de Wang tiene el menor valor, los valores pico de los diseños propuestos son muy cercanos.

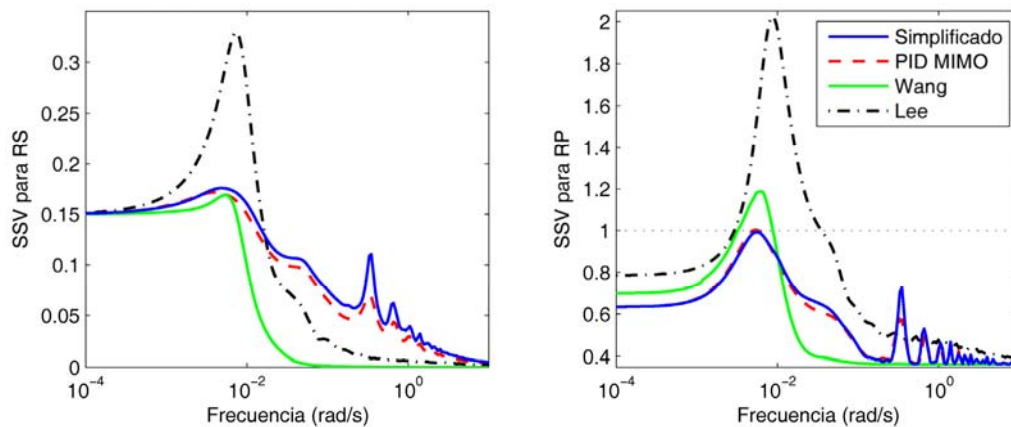


Figura 4.8: SSV para RS y RP en el ejemplo 4.1

En cuanto al desempeño robusto (RP), los dos controles propuestos satisfacen la condición RP, con un pico de μ_{RP} menor o igual a 1. En los otros dos controladores, la respuesta se deteriorará en el rango de frecuencias alrededor de 0.01 rad/s, donde aparecen los picos de μ_{RP} . Dichos valores se recogen en la Tabla 4.3. El control PID multi-lazo tiene una buena estabilidad robusta, pero el peor desempeño robusto, debido a las fuertes interacciones en el segundo y tercer lazo.

4.3.2. Ejemplo 4.2: columna de destilación 4x4 de Alatiqi

La matriz de funciones de transferencia 4x4 de esta columna de destilación (Luyben, 1986) viene dada por $G_A(s)$ en el apéndice A. De nuevo, debido a los retardos del proceso, es necesario aproximar el determinante del proceso y los elementos de su matriz adjunta traspuesta en funciones de transferencia racionales más retardo. Tras ello se calcula la dinámica extra $N(s)$ necesaria para conseguir realizabilidad en cada configuración. No hay ninguna configuración que no necesite dinámica extra; pero la configuración 1-1-3-1 solo requiere un retardo de tiempo extra asociado a la tercera

En las matrices de (4.58) aparecen los parámetros PID que se obtienen, y en la Figura 4.9 se muestran los valores singulares del control original y la aproximación a control PID multivariable.

$$\begin{aligned}
 K_P &= \begin{pmatrix} 1.5 & 1.45 & -1.207 & -0.52 \\ 0.0024 & 7.46 \cdot 10^{-4} & -0.78 & 0.0256 \\ 4.957 & 2.373 & 0.614 & 0.437 \\ 3.458 & 1.716 & -0.433 & -0.25 \end{pmatrix} & K_I &= \begin{pmatrix} 3.75 & 5.47 & 1.40 & -1.88 \\ 0.86 & 3.03 & 0.46 & -2.14 \\ 6.97 & 5.22 & 6.33 & 5.50 \\ 5.54 & 5.18 & 2.92 & 3.48 \end{pmatrix} / 100 \\
 K_D &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 89.47 & 0 \\ 0 & 0 & 87.88 & 0 \\ -128.4 & -60 & -1.61 & 9.9 \\ -65.97 & -21.3 & 15.43 & 150 \end{pmatrix} & T_F &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 77.1 & 0 \\ 0 & 0 & 115.76 & 0 \\ 34.63 & 63.9 & 1.19 & 20.1 \\ 27.45 & 30.3 & 31.7 & 155.4 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.58}$$

Tabla 4.4: Parámetros PI junto con índices de desempeño y robustez en el ejemplo 4.2

| Método | Parámetros PI | | | | | | | | IAE ₁ | IAE ₂ | IAE ₃ | IAE ₄ | μ _{RS} | μ _{RP} |
|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| | K _{P1} | K _{P2} | K _{P3} | K _{P4} | T _{I1} | T _{I2} | T _{I3} | T _{I4} | | | | | | |
| Desacoplo simplificado | 1.5 | 1.45 | 0.76 | -0.52 | 40 | 26.5 | 12.1 | 27.7 | 48.2 | 32.3 | 23.3 | 20.1 | 0.20 | 0.96 |
| PID MIMO | - | - | - | - | - | - | - | - | 68.8 | 47.3 | 41.1 | 36.5 | 0.24 | 1.4 |
| Multi-lazo PI BLT | 2.28 | 2.94 | 1.18 | 2.02 | 72.2 | 7.48 | 7.39 | 27.8 | 118.9 | 9.2 | 146.4 | 122.7 | 0.24 | 3.5 |

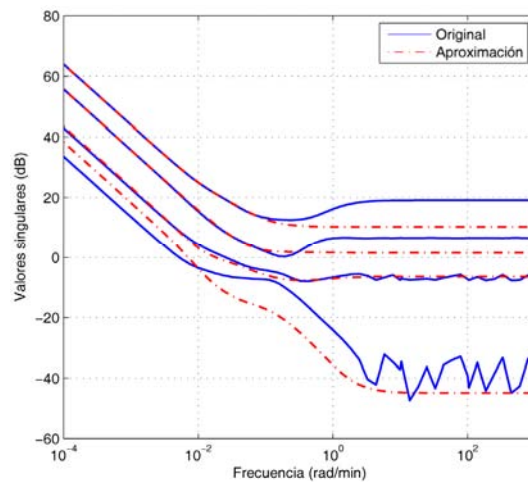


Figura 4.9: Valores singulares del control centralizado por desacoplo simplificado $K(s)$ y su aproximación a control PID multivariable en el ejemplo 4.2

La respuesta en lazo cerrado del sistema (salidas y señales de control) para los dos controles propuestos, se muestra en la Figura 4.10. Hay un salto escalón unitario en cada referencia cada 500 min. Por comparación, también se muestra el control PI

descentralizado ajustado mediante el método BLT en (Luyben, 1986). Los parámetros PI junto con los índices de desempeño y robustez de cada metodología se recogen en la Tabla 4.4.

El control propuesto mediante desacoplo simplificado consigue un desacoplamiento casi perfecto y produce los IAE más pequeños en las salidas y_1 , y_3 e y_4 . La respuesta del control PID multivariable es bastante similar a la anterior aunque muestra una mayor interacción debido a la aproximación. Consecuentemente, sus índices IAE son mayores. El control PI multi-lazo tiene el IAE más pequeño asociado a la salida y_2 ; sin embargo, presente importantes interacciones en las otras salidas y por tanto, mayores valores IAE en ellas.

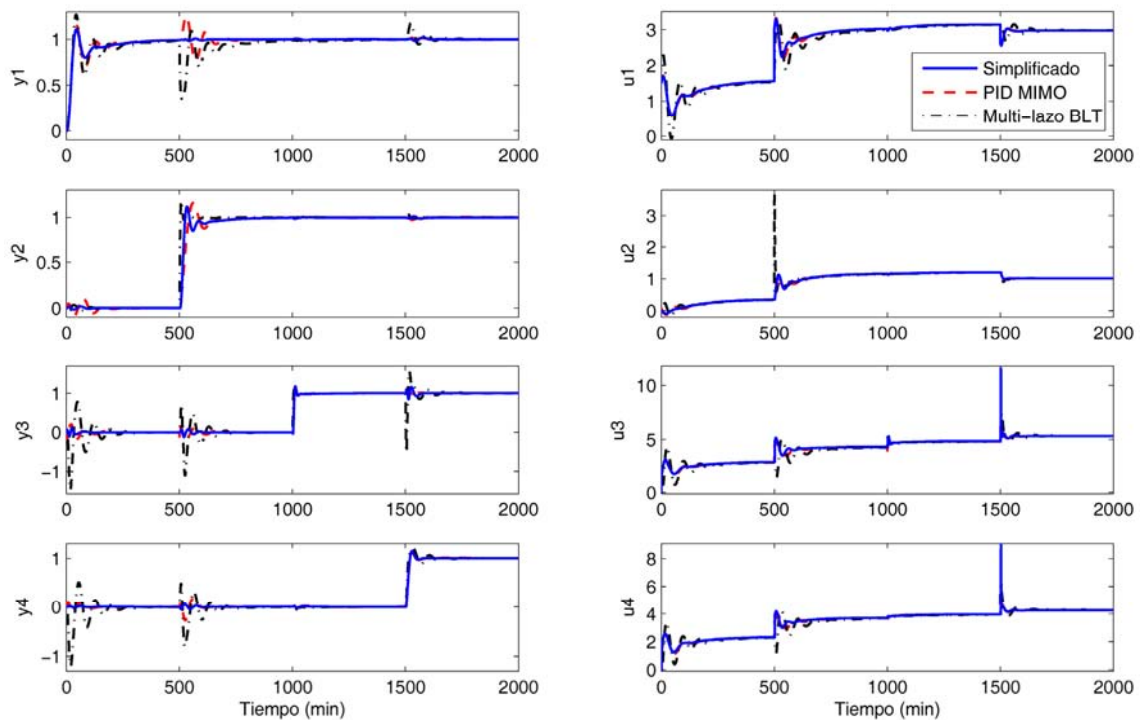


Figura 4.10: Salidas y señales de control en el ejemplo 4.2

Para comprobar la robustez de los controladores se lleva a cabo un análisis similar al del ejemplo 4.1. Los pesos seleccionados vienen dados en (4.59). La Figura 4.11 muestra los valores singulares SSV para estabilidad robusta (RP) y desempeño robusto (RP) de cada metodología. Todos los controles satisfacen la estabilidad robusta. A bajas frecuencias los valores más pequeños son obtenidos por el control multi-lazo; sin embargo, el valor de pico más pequeño se consigue con el control propuesto por

desacoplo simplificado. Además, éste es el único que satisface la condición de desempeño robusto con un valor de μ_{RP} por debajo de la unidad en todo el rango de frecuencias. El desempeño de los otros dos controles se deteriora en las frecuencias en torno a 0.1 rad/min, donde aparece un pico mayor que 1.

$$W_I(s) = w_I(s) \cdot I = \frac{(0.225s+0.15)}{22.5s+1} \cdot I$$

$$W_P(s) = w_P(s) \cdot I = \frac{(s/2.6+0.001)}{s} \cdot I$$
(4.59)

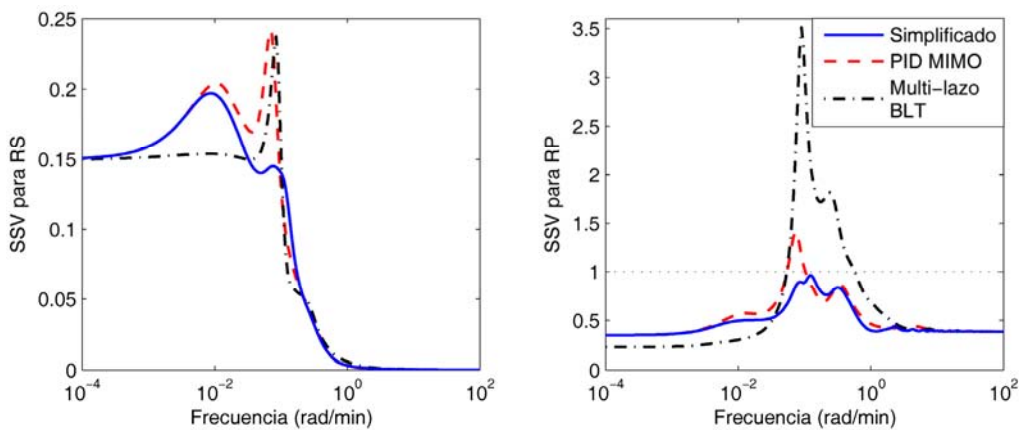


Figura 4.11: SSV para RS y RP en el ejemplo 4.2

En el anterior diseño de desacoplo simplificado se ha usado la configuración 1-1-3-1 por ser la que necesitaba menor dinámica extra. Sin embargo, atendiendo al criterio dado al final del subapartado 4.1.2, se tendría que haber seleccionado la configuración 3-3-3-2, ya que sus procesos aparentes asociados son los que tienen menor sobrepaso y menor tiempo de asentamiento. Su dinámica extra viene dada por $n_{11}(s) = e^{-0.99s}$, $n_{22}(s) = e^{-2.3s}$, $n_{33}(s) = e^{-2.3s}$ y $n_{44}(s) = e^{-3.8s}/(0.2s+1)$. A continuación se va a comparar la respuesta que se obtiene con cada una de estas dos configuraciones. Se incluye también la configuración 1-2-2-3 como ejemplo de un mal caso según el criterio propuesto, ya que sus procesos aparentes asociados tienen los mayores sobrepicos, los mayores tiempos de asentamiento, y además se necesita dinámica extra con ceros RHP para conseguir la realizabilidad del desacoplo. Su dinámica extra vendría dada por $n_{11}(s) = 1$, $n_{22}(s) = e^{-2.49s}/(0.2s+1)$, $n_{33}(s) = e^{-2.49s}(-50.15s+1)/((50.15s+1) \cdot (0.2s+1))$ y $n_{44}(s) = e^{-2.3s}$.

Para la configuración 3-3-3-2, la matriz de desacoplo y los procesos aparentes que se obtienen mediante la metodología propuesta aparecen en (4.60) y (4.61), respectivamente. Las expresiones (4.62) y (4.63) son las correspondientes a la configuración 1-2-2-3.

$$D_{3332}(s) = \left(\begin{array}{cc} \frac{0.9102s^2 + 0.03877s + 0.000579}{s^2 + 0.1052s + 0.001076} & \frac{0.7418s^3 + 0.0661s^2 + 0.00263s + 2.88 \cdot 10^{-5}}{s^3 + 0.0721s^2 + 0.0031s + 2.75 \cdot 10^{-5}} \\ \frac{-0.01232s^2 - 0.002552s + 6.264 \cdot 10^{-5}}{s^2 + 0.05557s + 0.0005051} e^{-2.49s} & \frac{-0.0076s^3 + 0.0452s^2 + 0.00342s + 5 \cdot 10^{-5}}{s^3 + 0.1482s^2 + 0.00935s + 8.61 \cdot 10^{-5}} e^{-2.49s} \\ e^{-0.99s} & e^{-2.3s} \\ \frac{0.7914s^3 + 0.203s^2 + 0.01072s + 0.0001136}{s^3 + 0.2206s^2 + 0.01456s + 0.0001429} e^{-1.5s} & \frac{0.824s^3 + 0.0514s^2 + 0.0059s + 5.62 \cdot 10^{-5}}{s^3 + 0.0616s^2 + 0.0065s + 5.67 \cdot 10^{-5}} e^{-2.81s} \end{array} \right) \quad (4.60)$$

$$\left(\begin{array}{cc} \frac{-0.06059s + 0.002871}{s + 0.01298} & \frac{20.5s^3 + 25.3s^2 + 4.55s + 0.1445}{s^3 + 5s^2 + 1.013s + 0.165} \\ \frac{-0.0363s + 0.000586}{s + 0.008089} e^{-2.49s} & \frac{5}{s + 5} e^{-3.8s} \\ e^{-2.3s} & \frac{-266.9s^2 - 28.84s - 1.615}{s^2 + 5.144s + 0.6291} e^{-2.3s} \\ \frac{0.09764s + 0.01174}{s + 0.02544} e^{-1.5s} & \frac{-205.8s^2 - 31.95s - 1.185}{s^2 + 5.148s + 0.7296} e^{-2.81s} \end{array} \right)$$

$$q_1(s) = \frac{-0.059s^2 + 0.0127s + 5.87 \cdot 10^{-4}}{s^2 + 0.047s + 0.001734} e^{-1.19s}$$

$$q_2(s) = \frac{-0.1311s^2 + 0.03275s + 0.00078}{s^2 + 0.0446s + 0.001075} e^{-3.5s}$$

$$q_3(s) = \frac{-0.1568s^2 + 0.2258s + 0.00319}{s^2 + 0.08694s + 0.001638} e^{-2s}$$

$$q_4(s) = \frac{-0.01025s^2 - 0.4427s - 0.1662}{s^2 + 0.2953s + 0.03164} e^{-2.5s}$$
(4.61)

$$D_{1223}(s) = \left(\begin{array}{cc} 1 & \frac{90.2s^2 + 46.62s + 4.403}{s^2 + 5.39s + 2.441} \\ \frac{-0.00235s^2 - 0.00505s + 0.000113}{s^2 + 0.03666s + 0.0004911} e^{-2.49s} & \frac{5}{s + 5} e^{-2.49s} \\ \frac{1.094s^2 + 0.1161s + 0.001186}{s^2 + 0.04278s + 0.0006385} e^{-0.99s} & \frac{120.1s^2 + 163.2s + 11.64}{s^2 + 6.219s + 6.757} e^{-2.3s} \\ \frac{0.83s^3 + 0.355s^2 + 0.0233s + 0.000245}{s^3 + 0.288s^2 + 0.01186s + 0.0001662} e^{-1.5s} & \frac{101.7s^2 + 57.63s + 4.857}{s^2 + 5.447s + 2.842} e^{-2.81s} \end{array} \right) \quad (4.62)$$

$$\left(\begin{array}{cc} \frac{162.9s^2 + 126.9s - 5.558}{s^2 + 6.685s + 1.819} & \frac{-0.0732s^3 - 0.1044s^2 - 0.0135s - 0.000105}{s^3 + 0.1738s^2 + 0.02724s + 0.0003092} \\ \frac{5s - 0.0997}{s^2 + 5.02s + 0.0997} e^{-2.49s} & \frac{-0.0026s^3 - 0.0172s^2 - 0.0048s - 4.05 \cdot 10^{-5}}{s^3 + 0.2079s^2 + 0.01192s + 0.000104} e^{-3.8s} \\ \frac{-2965s^2 - 1110s - 11.7}{s^2 + 5.751s + 0.8473} e^{-2.3s} & e^{-2.3s} \\ \frac{-262.2s^2 - 151.3s - 2.596}{s^2 + 6.327s + 0.4075} e^{-1.5s} & \frac{0.775s^3 + 0.132s^2 + 0.0042s + 3.36 \cdot 10^{-5}}{s^3 + 0.1413s^2 + 0.006224s + 5.308 \cdot 10^{-5}} e^{-2.81s} \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned}
 q_1(s) &= \frac{-0.2137s^2 + 0.0292s + 3.993 \cdot 10^{-4}}{s^2 + 0.02852s + 6.346 \cdot 10^{-4}} e^{-1.19s} \\
 q_2(s) &= \frac{0.02742s^2 + 0.1085s + 0.001007}{s^2 + 0.04832s + 8.06 \cdot 10^{-4}} e^{-3.5s} \\
 q_3(s) &= \frac{-64.51s^2 - 23.81s - 0.2038}{s^2 + 0.08913s + 0.007574} e^{-2s} \\
 q_4(s) &= \frac{-0.1613s^2 + 0.04265s + 0.006778}{s^2 + 0.06822s + 0.003313} e^{-2.5s}
 \end{aligned}
 \tag{4.63}$$

Seguidamente, se comparan las tres configuraciones llevando a cabo la misma simulación que en la Figura 4.10. Antes de ello, para cada nueva configuración se ajusta un control PI descentralizado para los correspondientes procesos aparentes. Para ello se usa la misma metodología de (Morilla & Dormido, 2000), especificando también un margen de fase de 60° para los cuatro lazos. Los parámetros de los PI resultantes aparecen recogidos en la Tabla 4.5 junto con los índices de desempeño de cada configuración.

Tabla 4.5: Parámetros PI junto con índices de desempeño para diversas configuraciones del ejemplo 4.2

| Configuración | Parámetros PI | | | | | | | | IAE ₁ | IAE ₂ | IAE ₃ | IAE ₄ |
|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | K _{p1} | K _{p2} | K _{p3} | K _{p4} | T _{i1} | T _{i2} | T _{i3} | T _{i4} | | | | |
| 3-3-3-2 | 3.83 | 1.58 | 0.76 | -0.009 | 32.8 | 30.8 | 12.1 | 0.77 | 29.5 | 30.8 | 19.6 | 24.1 |
| 1-1-3-1 | 1.5 | 1.45 | 0.76 | -0.104 | 40 | 26.5 | 12.1 | 15.2 | 46.8 | 31.2 | 20.7 | 41.5 |
| 1-2-2-3 | 1.5 | 0.09 | -0.002 | 0.27 | 40 | 5.2 | 2.4 | 14.6 | 48.2 | 48.3 | 49.63 | 30.9 |

La Figura 4.12 muestra la respuesta en lazo cerrado de las tres configuraciones. Todas ellas alcanzan un desacoplo casi perfecto. La configuración 3-3-3-2 consigue las respuestas más rápidas con los menores índices IAE. La configuración 1-1-3-1 tiene un desempeño similar en y₂ e y₃, pero su respuesta es más lenta en las salidas y₁ e y₄. La configuración 1-2-2-3 tiene el peor desempeño en las salidas y₁, y₂ e y₃ con una respuesta muy lenta, y consecuentemente, sus índices IAE son mayores que en las otras configuraciones. Además, presenta mayores picos en las señales de control.

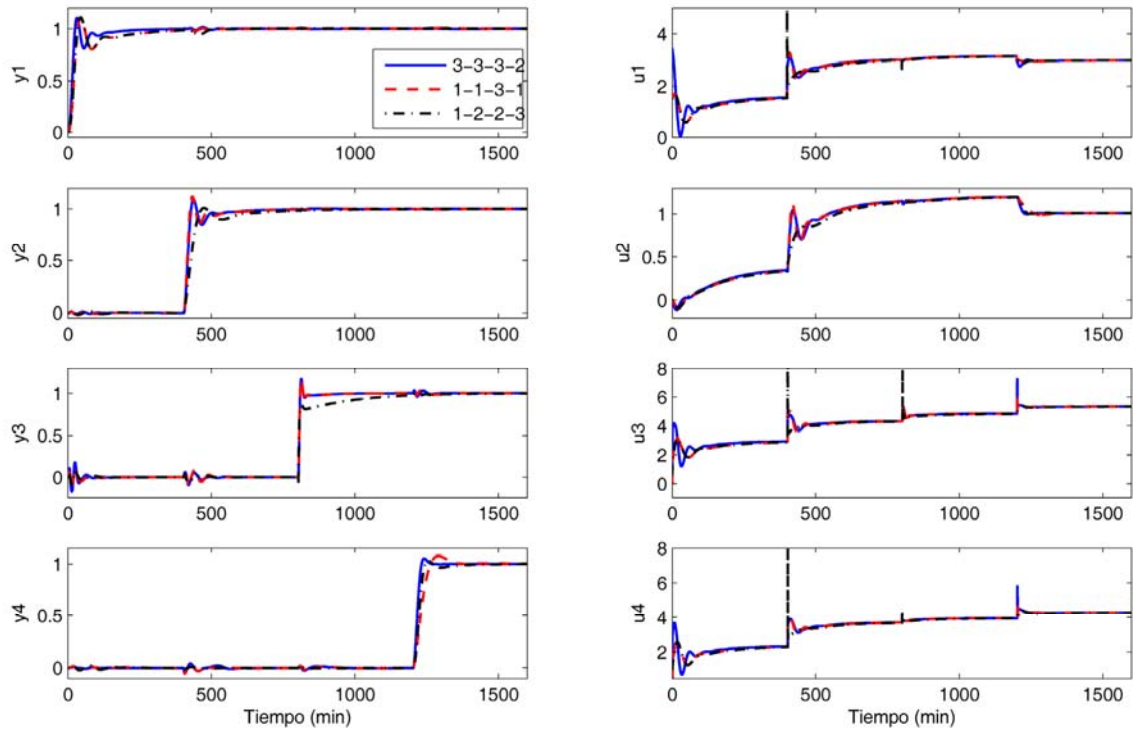


Figura 4.12: Salidas y señales de control para diversas configuraciones del ejemplo 4.2

4.3.3. Ejemplo 4.3: modelo no lineal de grupo caldera-turbina

Este modelo de grupo caldera-turbina, desarrollado en (Bell & Åström, 1987), es un sistema multivariable no lineal de tercer orden y con restricciones sobre las señales de los actuadores. Su descripción se da en el apéndice A, en donde también se presenta la matriz 3×3 de funciones de transferencia $G_{BT}(s)$, como modelo linealizado en torno a un punto de operación. En este ejemplo, el diseño se lleva a cabo a partir del modelo lineal $G_{BT}(s)$, pero las simulaciones se realizan con el sistema no lineal.

En este caso, como el proceso carece de retardos de tiempo, no es necesario aproximar ni su determinante ni su matriz adjunta traspuesta, pues ya son funciones racionales. Según (4.14), hay dos configuraciones (3-2-1 y 3-2-3) que no necesitan dinámica adicional para ser realizables. Sin embargo, se ha seleccionado la configuración 2-2-1 porque con ella, se obtiene un proceso aparente que permite alcanzar una respuesta más rápida que con las otras configuraciones. Para que esta configuración sea realizable, la dinámica extra necesaria es $n_{11}(s) = 1/(0.4 \cdot s + 1)$, $n_{22}(s) = 1$ y $n_{33}(s) = 1$. La red de desacoplo simplificado $D(s)$ y los procesos aparentes $q_i(s)$ correspondientes, se muestran en (4.64) y (4.65), respectivamente, tras haber sido

reducidos según la técnica descrita en el apartado 4.2.2. De forma ajena al método anterior, el elemento $D(2,1)$ ha sido aproximado a la unidad, y el elemento $D(2,3)$ a cero.

$$D(s) = \begin{pmatrix} \frac{280s^2 - 144.8s - 0.1225}{s^2 + 2.776s + 0.6908} & \frac{-3.215s + 0.146}{s + 0.2764} & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ \frac{5078s^2 + 73.17s + 0.01363}{s^2 + 2.776s + 0.6908} & \frac{-21.62s + 0.2329}{s + 0.2764} & 6 \end{pmatrix} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned} q_1(s) &= \frac{-509.7s - 140.9}{s^2 + 2.776s + 0.6908} \\ q_2(s) &= \frac{14.16}{s + 0.1} \\ q_3(s) &= \frac{0.1695s + 0.04684}{s} \end{aligned} \quad (4.65)$$

Para finalizar el diseño propuesto de control mediante desacoplo simplificado para $G_{BT}(s)$, se ajustan de forma independiente tres controladores PI (que conforman el control descentralizado $C(s)$) para los tres procesos aparentes $q_i(s)$ en (4.65). Su sintonía se lleva a cabo con el método en (Rivera et al., 1986), usando como especificaciones unas constantes de tiempo en lazo cerrado iguales a 20, 10 y 20 s, respectivamente para cada lazo. Los parámetros PI resultantes son

$$K_P = \begin{pmatrix} -9.8 \cdot 10^{-5} \\ 0.0071 \\ 1.0684 \end{pmatrix} \quad K_I = \begin{pmatrix} -2.45 \cdot 10^{-4} \\ 7.1 \cdot 10^{-4} \\ 0.0267 \end{pmatrix}. \quad (4.66)$$

Para obtener, como segunda propuesta, un control PI multivariable, se calculan los elementos del control centralizado por desacoplo simplificado explícito según (4.19), y se aproximan a estructura PI. En este caso, como no hay retardos se puede usar en esta aproximación el mismo método de reducción que con la red de desacoplo $D(s)$. Los parámetros del control PI multivariable vienen dados en (4.67). En la Figura 4.13 se muestran los valores singulares del control centralizado $K(s)$ y su aproximación a control PI multivariable, observándose un ajuste prácticamente perfecto.

$$K_p = \begin{pmatrix} 0.0512 & -0.0059 & 1.0684 \\ -9.8 \cdot 10^{-5} & 0.0071 & 0 \\ -0.0259 & -0.0517 & 6.4104 \end{pmatrix} \quad K_I = \begin{pmatrix} 0.0434 & 0.3751 & 26.71 \\ -0.245 & 0.71 & 0 \\ -0.0048 & 0.5983 & 160.26 \end{pmatrix} / 1000 \quad (4.67)$$

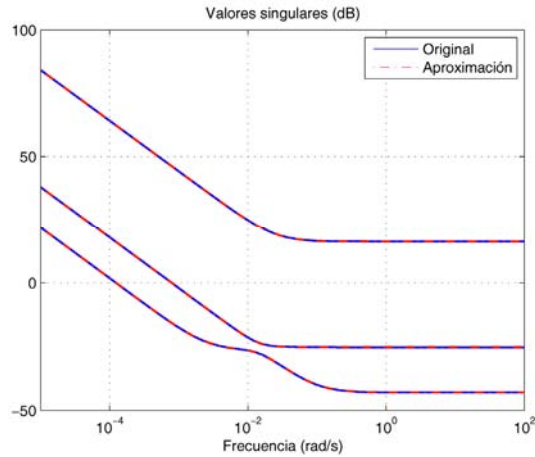


Figura 4.13: Valores singulares del control centralizado por desacoplo simplificado $K(s)$ y su aproximación a control PI multivariable en el ejemplo 4.3

A continuación, se analiza en simulación el desempeño de las dos metodologías propuestas usando el modelo no lineal del grupo caldera-turbina. En la simulación, en el instante $t = 100$ s, la referencia de potencia se incrementa de 66.65 MW a 120 MW, y en $t = 1000$ s, la referencia de presión aumenta de 108 a 120 kg/cm². Para cada metodología, la simulación es llevada a cabo asumiendo tres casos diferentes: en el primero, el caso ideal, no hay restricciones en las entradas; en el segundo, sí hay restricciones en las entradas pero no se implementa ningún mecanismo de protección *anti-windup*; y en el tercero, hay restricciones en las entradas y sí se utiliza uno de los esquemas *anti-windup* propuestos en el apartado 4.2.4.

La Figura 4.14 muestra estas simulaciones cuando el proceso es controlado por la propuesta de control mediante red de desacoplo simplificado más control descentralizado. En el caso ideal, sin restricciones, las referencias se alcanzan rápidamente con desacoplo prácticamente perfecto. Sin embargo, tras el cambio de referencia de potencia, la segunda señal de control u_2 está fuera del rango [0-1]. Solo vuelve al rango anterior cuando se produce el siguiente cambio de referencia. En el segundo caso, las restricciones en las señales de control impiden que se alcancen la primera y segunda referencia tras el cambio de referencia de potencia, y la señal de

control u_2 permanece saturada. Esto provoca *windup* en esta señal, que hace que tras el segundo cambio de referencia en $t = 1000$ s, la señal u_2 no cambie hasta 2000 segundos más tarde. Consecuentemente, la primera referencia se alcanza excesivamente tarde. En el tercer caso, esta respuesta es mejorada significativamente implementando el esquema de protección *anti-windup* de la Figura 2.14 pero extendido a sistemas 3×3 . Con dicho esquema, la segunda referencia no se alcanza al principio (tras $t = 100$ s); pero tras el segundo cambio de referencia (en $t = 1000$ s), la señal de control u_2 reacciona muy rápidamente, ya que se ha evitado el *windup*, y todas las referencias son seguidas mucho antes. Hay que comentar que aun con este esquema, la primera referencia se pierde tras el primer cambio de referencia (en $t = 100$ s), pues es un método de saturación simple, y cuando la señal u_2 se satura no mantiene el desacoplamiento al modificarse la dirección del vector de entradas.

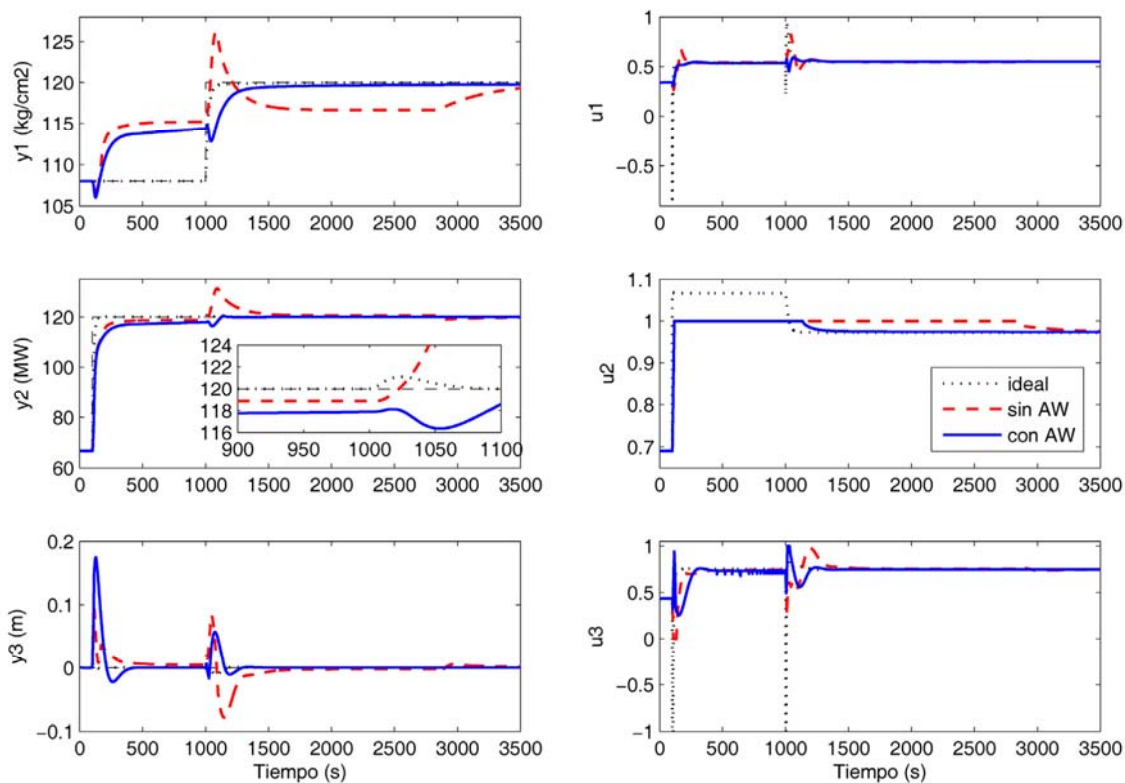


Figura 4.14: Salidas y señales de control usando desacoplo simplificado más control descentralizado en el ejemplo 4.3

La Figura 4.15 muestra las mismas simulaciones cuando el proceso es controlado por el control PI multivariable propuesto. Se pueden hacer comentarios análogos respecto a las respuestas. En este caso, el mecanismo *anti-windup* utilizado es

el esquema propuesto en la Figura 4.2 para controladores PID multivariables, pero adaptado a sistemas 3×3 . Con dicha protección, la respuesta se mejora considerablemente en comparación con el caso en el que hay restricciones pero ninguna estrategia *anti-windup*.

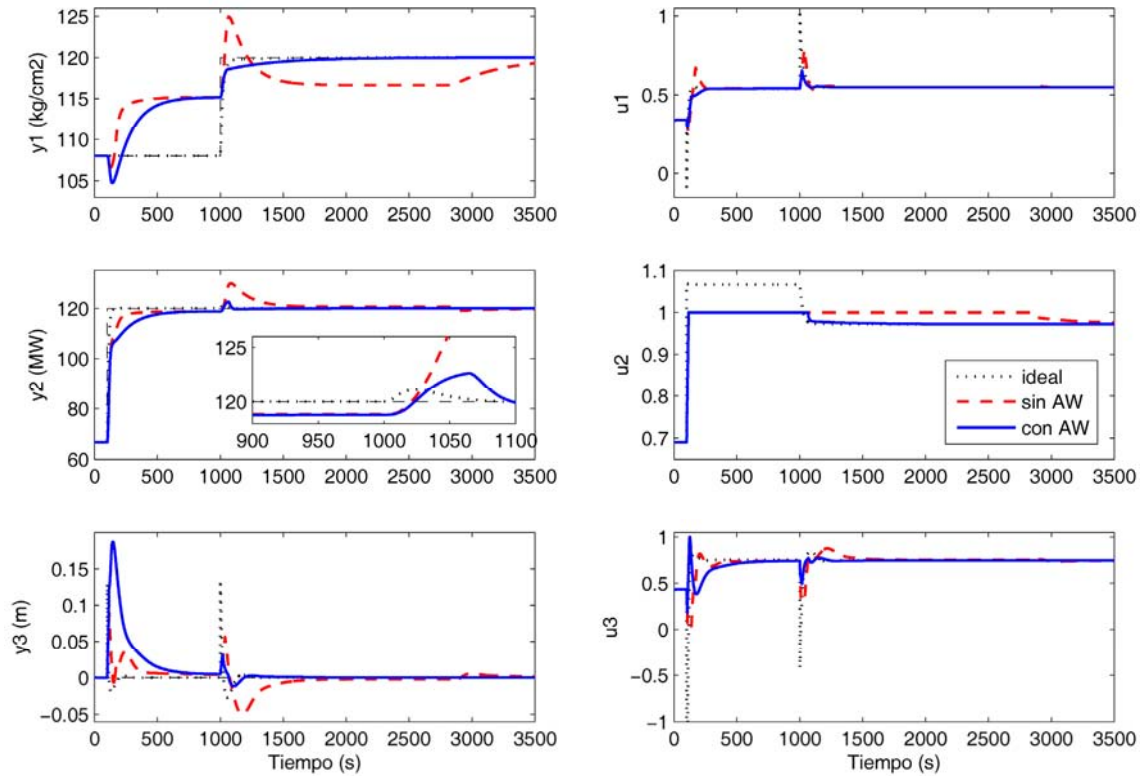


Figura 4.15: Salidas y señales de control usando el controlador PI multivariable propuesto en el ejemplo 4.3

4.3.4. Ejemplo 4.4: proceso experimental de tanques acoplados

En este ejemplo se utiliza la planta experimental de cuatro tanques acoplados de la Universidad de Córdoba, y que se describe en el Apéndice B. Se utiliza el modelo $G_{Texp}(s)$, obtenido al identificar la planta cuando ésta es ajustada para mostrar problemas de interacción y un cero RHP multivariable en $s = 1/164.67$. Debido a los grados relativos se debe escoger la configuración 1-2 para aplicar el desacoplo simplificado sin necesidad de añadir dinámica extra. De acuerdo con el caso 1 de la Tabla 4.1, se obtienen la red de desacoplo $D(s)$ y el proceso aparente $Q(s)$ dados por (4.68) y (4.69), respectivamente. La matriz $D(s)$ no ha sido reducida.

$$D(s) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-2.297(191.5s+1)}{(170.5s+1)(260.7s+1)} \\ \frac{-2.5(178.6s+1)}{(165s+1)(240.4s+1)} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.68)$$

$$Q(s) = \begin{pmatrix} \frac{7.843 \cdot 10^{-6}(164.67s-1)}{s^2 + 0.005445s + 9.47 \cdot 10^{-6}} & 0 \\ 0 & \frac{7.275 \cdot 10^{-6}(164.67s-1)}{s^2 + 0.00562s + 9.98 \cdot 10^{-6}} \end{pmatrix} \quad (4.69)$$

Tras lo anterior, se ajustan dos controladores PI de manera independiente para los correspondientes $q_i(s)$. Se usa la metodología descrita en (Morilla & Dormido, 2000) con un margen de 60° como especificación en ambos lazos. De esta manera se finaliza el diseño propuesto de control mediante desacoplo simplificado junto con controlador descentralizado. Los parámetros PI aparecen en la Tabla 4.6.

Usando (4.19) se calculan los elementos del control centralizado por desacoplo simplificado $K(s)$, los cuales se reducen a estructura PI para obtener el control PI multivariable propuesto para este ejemplo como segunda metodología. En realidad solo es necesario aproximar los dos elementos de la diagonal no principal, los otros dos ya tienen estructura PI. Los parámetros del control PI multivariable resultante se recogen en la Tabla 4.6. En la Figura 4.16 se muestran los valores singulares del control centralizado $K(s)$ original y su aproximación a control PI multivariable.

Tabla 4.6: Parámetros PI en el ejemplo 4.4

| Método | Parámetros PI | |
|---|--|--|
| | K_p | T_i |
| Desacoplo simplificado | $\begin{pmatrix} -1.09 & 0 \\ 0 & -1.23 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 582 & 0 \\ 0 & 572 \end{pmatrix}$ |
| PI MIMO | $\begin{pmatrix} -1.09 & 1.63 \\ 1.64 & -1.23 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 582 & 332 \\ 356 & 572 \end{pmatrix}$ |
| Descentralizado (y_1-u_2), (y_2-u_1) | $\begin{pmatrix} 0 & 3.96 \\ 4.92 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 420 \\ 432 & 0 \end{pmatrix}$ |

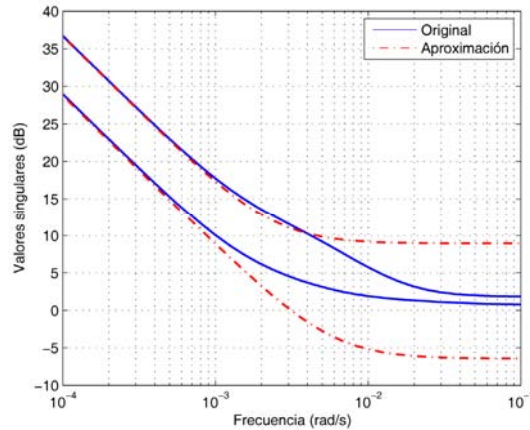


Figura 4.16: Valores singulares del control centralizado por desacoplo simplificado $K(s)$ y su aproximación a control PI multivariable en el ejemplo 4.4

La Figura 4.17 muestra la respuesta resultante de ambos controladores para un salto escalón de 4 cm en las referencias. Por comparación, también se añade la respuesta de un control PI descentralizado, ajustado según el método iterativo en (Vázquez et al., 1999) usando un margen de fase de 60° como especificación en ambos lazos. Además, de acuerdo a la RGA del proceso, se escoge el emparejamiento y_1-u_2 e y_2-u_1 . Sus parámetros PI aparecen en la Tabla 4.6.

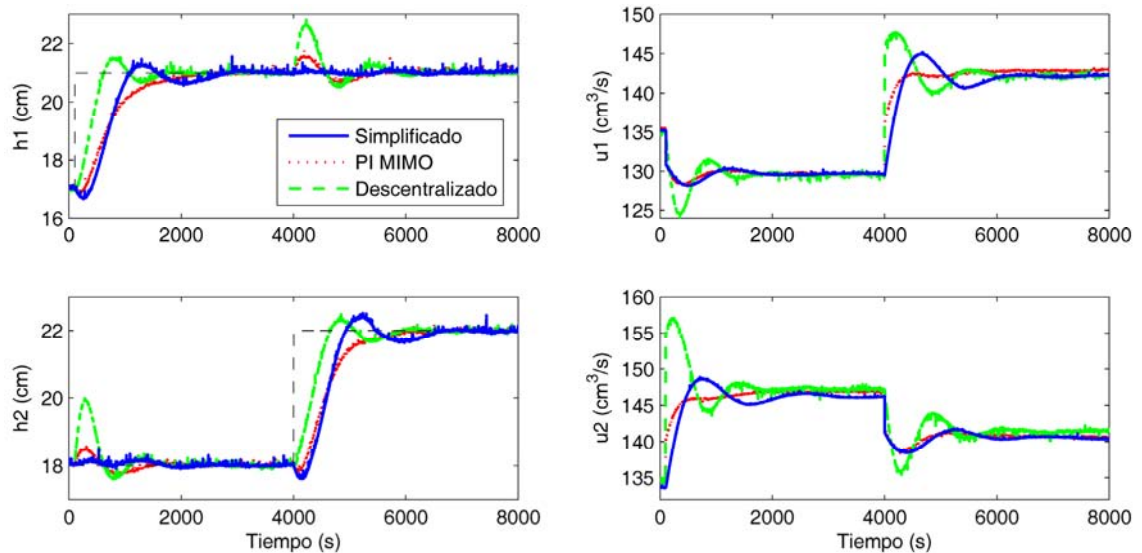


Figura 4.17: Salidas y señales de control en el ejemplo 4.4

Con el desacoplo simplificado se consigue un desacoplamiento prácticamente perfecto, mientras que el control PI multivariable presenta pequeñas interacciones. Por su parte, el control descentralizado tiene importantes acoplamientos en ambos lazos.

Aun así, el buen desacoplamiento obtenido con las dos metodologías propuestas es alcanzado a expensas de un menor ancho de banda en lazo cerrado, pues el cero RHP multivariable que aparece en los elementos de $Q(s)$ impone un límite superior como restricción a dicho ancho de banda. Por esta razón, el control descentralizado alcanza antes las referencias. En este proceso concreto, debido al cero RHP, hay un compromiso entre el pico de la respuesta inversa en un lazo y la interacción en el otro lazo.

4.4. CONCLUSIONES

En este capítulo se han desarrollado dos metodologías en el contexto de control multivariable: un control mediante desacoplo más controlador diagonal, y un control por desacoplo explícito.

En primer lugar, se ha presentado una generalización del desacoplo simplificado para procesos $n \times n$. A partir de un enfoque matricial, se ha demostrado que hay diferentes configuraciones en función de los n elementos de la red de desacoplo que se hagan iguales a la unidad. Cada una de estas configuraciones da lugar a un conjunto diferente de elementos en la red de desacoplamiento y en el proceso aparente desacoplado. Por tanto, es posible seleccionar la configuración más conveniente considerando diversos aspectos como la complejidad o realizabilidad de los elementos de desacoplo, o la respuesta o especificaciones alcanzables de los procesos aparentes correspondientes. Además, se han enunciado las condiciones de realizabilidad para cada configuración, y se han mostrado en mayor detalle las expresiones generales para sistemas 2×2 y 3×3 . En el caso de procesos 2×2 , esta metodología se ha añadido a la aplicación de simulación *TITO tool*, la cual está desarrollada en Matlab.

En segundo lugar, a partir de la metodología anterior se ha derivado la formulación de control centralizado por desacoplo simplificado explícito. Tras una reducción, este control centralizado es propuesto como un control PID multivariable.

Hay diferentes aspectos de diseño que se han discutido a lo largo del capítulo, tales como el método de aproximación propuesto en el dominio de la frecuencia por mínimos cuadrados, o la reducción de modelos por residualización balanceada. Además, desde un punto de vista de implementación, para cada metodología se ha propuesto un esquema de protección *anti-windup* por saturación simple para los casos en los que haya

restricciones en las señales de control. En el caso de control PID multivariable dicha propuesta *anti-windup* ha sido desarrollada en este trabajo.

El diseño propuesto de control mediante desacoplo simplificado se puede resumir en los siguientes pasos:

- Extraer la dinámica común por filas del proceso.
- Calcular el rango de frecuencias de interés.
- Calcular los retardos, grados relativos y ceros RHP del determinante del proceso reducido y su matriz adjunta traspuesta. Si el sistema tiene retardos, estimar dicha información a partir de su respuesta en frecuencia, llevar a cabo la aproximación del determinante y los adjuntos, y actualizar los datos anteriores.
- Estudiar la realizabilidad de cada configuración y determinar la dinámica extra necesaria para cada una.
- Escogida una configuración, calcular la red de desacoplamiento y el proceso aparente. Si fuera necesario reducirlos mediante residualización balanceada.
- Ajustar un control PID descentralizado para el proceso aparente correspondiente según las especificaciones exigidas y usando alguna metodología de sintonía monovariable.
- Comprobar la estabilidad y el desempeño del control diseñado.

Para diseñar el control PID multivariable, habría que calcular los elementos del control centralizado por desacoplo explícito, y reducirlos a estructura PID. En este caso, también habría que comprobar la estabilidad y el desempeño finales.

Aunque las dos metodologías propuestas resultan más difíciles de aplicar que el desacoplo inverso en procesos de gran dimensión, su utilización está justificada en aquellos procesos con ceros RHP multivariables, donde el desacoplo inverso es inestable. Este hecho ha sido ilustrado en varios ejemplos de simulación de tamaño 3×3 y 4×4 . Las comparaciones con otros métodos han demostrado que las metodologías propuestas pueden conseguir un desempeño similar o mejor. Además, se ha usado una planta experimental de tanques acoplados para verificar la efectividad de dichas propuestas.

Aun así, hay que decir que hay ciertos procesos, destacando aquellos de gran dimensión y con retardos de tiempo, que pueden no ajustarse muy bien a estas metodologías. Por ejemplo, porque su determinante o algunos de los elementos de su matriz adjunta no se aproximen correctamente por funciones de transferencia racionales más retardo en el rango de frecuencias de interés, y por tanto, se cometa un gran error de aproximación que produzca una respuesta muy deteriorada. En cuanto a la propuesta de control PID multivariable, hay ciertos procesos que resultan demasiado complejos para su aplicación, en los cuales, algunos de los elementos del control centralizado por desacoplo simplificado no se aproximan correctamente a estructura PID. En estos casos, habría que relajar las especificaciones si fuera posible.

CAPÍTULO 5: CONTROL POR DESACOPLO IMPLÍCITO

Las metodologías propuestas en el presente capítulo abordan el problema de control por desacoplo mediante el uso de un control puramente centralizado, como el de la Figura 2.7, en donde el controlador trabaja como un único bloque para regular las diferentes señales y reducir las interacciones. Éste se diseña con el objetivo de que la matriz de funciones de transferencia en lazo cerrado $T(s) = G(s) \cdot K(s) \cdot [I + G(s) \cdot K(s)]^{-1}$ sea una matriz diagonal. Como este objetivo está asegurado si la matriz de funciones de transferencia en lazo abierto $L(s) = G(s) \cdot K(s)$ es una matriz diagonal, las técnicas que se emplean para calcular $K(s)$ son muy similares a las que se emplean para calcular las redes de desacoplo. De hecho, en el capítulo anterior se ha visto que una forma de obtener el controlador multivariable $K(s)$ es mediante el producto de la red de desacoplo $D(s)$ y el control descentralizado $C(s)$ (control por desacoplo explícito).

Sin embargo, las dos metodologías que se describen en este capítulo se engloban dentro del control por desacoplo implícito, donde los elementos del controlador se diseñan directamente. La primera y más convencional utiliza el esquema de la Figura 2.7 donde hay una correspondencia directa entre la matriz del controlador $K(s)$ y los bloques de control elementales (Morilla et al., 2008, Garrido et al., 2008, Garrido et al., 2009, Morilla et al., 2007). La segunda es una metodología más novedosa que surge de extrapolar el esquema del desacoplo inverso al control centralizado (Garrido et al., 2010a, Garrido et al., 2012c) y que, como se verá, presenta ciertas ventajas frente al primer método. La formulación de ambas técnicas se generaliza a procesos $n \times n$, presentando las condiciones de realizabilidad, y proponiendo, posteriormente, una reducción de los bloques elementales a controladores PID para su implementación.

5.1. CONTROL POR DESACOPLO IMPLÍCITO CONVENCIONAL

5.1.1. Formulación para procesos $n \times n$

Como ya se ha dicho anteriormente, dado un proceso multivariable $G(s)$ de dimensiones $n \times n$ y el sistema de control centralizado de la Figura 2.7, la matriz de funciones de transferencia en lazo cerrado será diagonal si la matriz de funciones de transferencia en lazo abierto es también diagonal. Por tanto, si se especifica un proceso diagonal en lazo abierto $L(s)$, es posible calcular la matriz del controlador $K(s)$ mediante (5.1), donde $adjG(s)$ y $detG(s)$ son respectivamente, la matriz de adjuntos traspuesta y el determinante de $G(s)$. Como en capítulos anteriores, se asume que el proceso $G(s)$ no tiene polos en el semiplano derecho, y la variable compleja s se omite por simplicidad.

$$K = G^{-1} \cdot L = \frac{adjG}{detG} \cdot L = \begin{pmatrix} adjG_{11} \cdot l_1 & adjG_{12} \cdot l_2 & \cdots & adjG_{1n} \cdot l_n \\ adjG_{21} \cdot l_1 & adjG_{22} \cdot l_2 & \cdots & adjG_{2n} \cdot l_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ adjG_{n1} \cdot l_1 & adjG_{n2} \cdot l_2 & \cdots & adjG_{nn} \cdot l_n \end{pmatrix} / detG \quad (5.1)$$

A partir de (5.1) se puede observar que los elementos de una misma columna j de $K(s)$ están relacionados con la misma función de transferencia en lazo abierto $l_j(s)$. Para determinar los $n \times n$ elementos de control $k_{ij}(s)$, es necesario especificar n funciones de transferencia $l_j(s)$. Para definir cada función $l_j(s)$ hay que tener en cuenta dos cuestiones: que los controladores $k_{ij}(s)$ de la columna j asociada deben ser realizables, y las especificaciones alcanzables de la correspondiente función de transferencia en lazo cerrado. Ya que se desea una respuesta estable en lazo cerrado que siga referencias y rechace perturbaciones, se incluye un integrador en las funciones $l_j(s)$, por lo que se propone la expresión general dada en (5.2), donde $\bar{l}_j(s)$ es una función de transferencia racional que tiene en cuenta los problemas de realizabilidad y k_j es un parámetro de sintonía para alcanzar especificaciones de diseño.

$$l_j(s) = \frac{k_j \cdot \bar{l}_j(s)}{s} \quad (5.2)$$

5.1.2. Condiciones de realizabilidad

Los requisitos de realizabilidad para un controlador $K(s)$ son que todos sus elementos sean propios, causales y no contengan polos en el semiplano derecho. Como ocurría en las metodologías de capítulos anteriores, si los elementos del proceso contienen retardos de tiempo, ceros de fase no mínima, o grados relativos diferentes, el cálculo directo puede originar elementos acausales, con polos inestables o con grados relativos negativos. Según (5.1), la expresión de un elemento de control $k_{ij}(s)$ es igual a la división del adjunto $adjG_{ij}(s)$ entre el determinante de $G(s)$, y todo ello multiplicado por la función de transferencia en lazo abierto $l_j(s)$, la cual multiplica a todos los elementos de una misma columna j de $K(s)$. Por consiguiente, la función de transferencia $l_j(s)$ se debe definir teniendo en cuenta tres aspectos que se deben inspeccionar para cada columna de la inversa de $G(s)$, esto es, la matriz resultante de la división $adjG(s)/detG(s)$: retardos de tiempo, grados relativos y posibles ceros RHP del determinante de $G(s)$ que pasen a ser polos inestables.

Para conseguir que los elementos de control sean realizables, la función de transferencia $\bar{l}_j(s)$, que es la parte de $l_j(s)$ que tiene en cuenta los problemas de realizabilidad y que tiene la forma general dada en (5.3), se define atendiendo a los siguientes puntos:

- Si no hay problemas de realizabilidad, en principio, $\bar{l}_j(s)$ será igual a la unidad.
- Si la no realizabilidad es provocada por un elemento con un retardo de tiempo no causal, se especifica un retardo adicional θ_j .
- Si proviene de N_z ceros RHP de $detG(s)$, que se vuelven polos inestables, se añade cada cero z_x con la multiplicidad adecuada η_{xj} .
- Si la no realizabilidad es originada por problemas de grado relativo, se añade un polo estable lo suficientemente rápido con constante de tiempo τ y con la multiplicidad adecuada r_j .

$$\bar{l}_j(s) = e^{-\theta_j s} \cdot \frac{1}{(\tau s + 1)^{r_j}} \prod_{x=1}^{N_z} \left(\frac{-s + z_x}{s + z_x} \right)^{\eta_{xj}} \quad (5.3)$$

La cantidad mínima de dinámica que debe incluir $\bar{l}_j(s)$ para conseguir realizabilidad en cada columna j viene dada por las siguientes expresiones:

$$\theta_j = \max(\max(\theta_G - \theta_{ij}), 0) \quad \forall i \quad (5.4)$$

$$r_j = \max(\max(r_G - r_{ij}) - 1, 0) \quad \forall i \quad (5.5)$$

$$\eta_{xj} = \max(\max(\eta_{xG} - \eta_{xij}), 0) \quad \forall i, \forall x \quad (5.6)$$

donde θ_{ij} y θ_G son los retardos de tiempo de $adjG_{ij}(s)$ y $detG(s)$ respectivamente, r_{ij} y r_G sus grados relativo, y η_{xij} y η_{xG} las multiplicidades del cero RHP z_x . La expresión (5.6) se debe satisfacer para cada uno de los diferentes ceros RHP de $detG(s)$. En (5.5) se ha tenido en cuenta que, según (5.2), la función de transferencia $l_j(s)$ ya añade un grado relativo extra debido al integrador.

Las expresiones anteriores se podrían haber formulado usando la matriz inversa de $G(s)$ en vez de $adjG_{ij}(s)$ y $detG(s)$. Sin embargo, se ha preferido la notación anterior ya que normalmente, para aplicar la metodología propuesta en este capítulo a sistemas multivariables con retardos de tiempo, es necesario aproximar las expresiones del determinante del proceso, $detG(s)$, y de la matriz traspuesta de cofactores del proceso, $adjG(s)$. Aunque las dinámicas del proceso original $G(s)$ sean simples, el cálculo directo mediante ecuaciones como (5.1) puede originar expresiones no racionales muy complicadas y difíciles de implementar. Debido a ello, tales elementos se aproximan por funciones de transferencia racionales más un posible retardo de tiempo. Se aplica exactamente el mismo método de aproximación paramétrica en el dominio de la frecuencia que se describió en el apartado 4.2.1 del capítulo dedicado al desacoplo simplificado.

Además, antes de calcular los elementos del controlador $K(s)$, y para simplificar su diseño, es conveniente extraer del proceso original toda la dinámica común por filas que sea no cancelable (como retardos de tiempo, integradores o ceros RHP) en una matriz diagonal $G^c(s)$, descomponiendo el proceso $G(s)$ en dos matrices, de forma

parecida a como ya se mostraba en (4.7). De esta forma, el diseño se aplica al subproceso reducido $G^r(s)$ en lugar de a $G(s)$, lo que puede ayudar a obtener elementos más simples en $K(s)$ que vendrían dados por (5.7). No obstante, hay que decir que esta dinámica común no cancelable aparecerá en las correspondientes funciones de transferencia en lazo abierto $l_j(s)$ de acuerdo con (5.8).

$$k_{ij} = \frac{\text{adj}G_{ij}^r}{\det G^r} \cdot l_j \quad (5.7)$$

$$l_j(s) = g_j^c \frac{k_j \cdot \bar{l}_j}{s} \quad (5.8)$$

5.1.3. Determinación de los parámetros de $l_j(s)$

A continuación se describe cómo determinar los parámetros de las funciones en lazo abierto $l_j(s)$ en tres de los casos que se presentan más frecuentemente y que vienen recogidos en la Tabla 5.1. La ganancia k_j , que es común a todos los $k_{ij}(s)$ de una misma columna, actúa como grado de libertad para modificar el comportamiento del lazo j y alcanzar nuevas especificaciones de forma casi independiente.

Tabla 5.1: Tres casos comunes de funciones de transferencia en lazo abierto $l_j(s)$

| Caso | $\bar{l}_j(s)$ | $l_j(s)$ |
|------|--|--|
| 1 | $e^{-\theta_j s}$ | $\frac{k_j}{s} \cdot e^{-\theta_j s}$ |
| 2 | $\frac{(-s+z)}{s+z} \cdot e^{-\theta_j s}$ | $\frac{k_j \cdot (-s+z)}{s \cdot (s+z)} \cdot e^{-\theta_j s}$ |
| 3 | $\frac{(s+z_i)}{s} \cdot e^{-\theta_j s}$ | $\frac{k_j \cdot (s+z_i)}{s^2} \cdot e^{-\theta_j s}$ |

a) Caso 1: para conseguir realizabilidad solo es necesario añadir a lo sumo un retardo de tiempo θ_j , ya que el resto de dinámicas en la columna j de la inversa de $G(s)$ son estables y de fase mínima, y por tanto, cancelables. Las expresiones de $\bar{l}_j(s)$ y $l_j(s)$ vienen dadas en la primera fila de la Tabla 5.1.

Para garantizar la estabilidad de la función de transferencia monovariable en lazo cerrado $t_j(s) = l_j(s)/(1 + l_j(s))$, es suficiente con imponer especificaciones de estabilidad relativa a $l_j(s)$. Para este caso y de acuerdo a (5.9) y (5.10), se puede demostrar que $l_j(s)$ presenta el margen de fase φ_m y el margen de ganancia A_m a las frecuencias ω_{cf} y ω_{cg} , respectivamente.

$$\varphi_m = 90 - \frac{180k_j\theta_j}{\pi} \quad \omega_{cf} = k_j \quad (5.9)$$

$$A_m = \frac{\pi}{2k_j\theta_j} \quad \omega_{cg} = \frac{\pi}{2\theta_j} \quad (5.10)$$

Ambos márgenes están relacionados por la siguiente expresión:

$$\varphi_m = 90 - \frac{20}{A_m}. \quad (5.11)$$

Si se especifica un margen de fase menor de 90° o un margen de ganancia mayor que 1, el valor de k_j estaría directamente determinado por (5.12) ó (5.13), respectivamente. Aumentando el valor de k_j se hace que la respuesta del lazo sea más rápida, pero se reducen los valores de margen de fase y margen de ganancia.

$$k_j = \frac{\pi(90 - \varphi_m)}{180\theta_j} \quad (5.12)$$

$$k_j = \frac{\pi}{2A_m\theta_j} \quad (5.13)$$

Si no hay retardo ($\theta_j = 0$), la función $l_j(s) = k_j/s$ tiene un margen de fase de 90° y un margen de ganancia infinito, independientemente del parámetro k_j . Además, en este caso, la función de transferencia en lazo cerrado tiene la forma típica de un sistema de primer orden:

$$t_j(s) = \frac{k_j/s}{k_j/s + 1} = \frac{1}{\tau_j s + 1} \quad (5.14)$$

Por tanto, en lugar de usar especificaciones de estabilidad relativa, se propone utilizar el valor deseado de la constante de tiempo del sistema en lazo cerrado $\tau_j = 1/k_j$

para determinar el valor de k_j . Esta situación coincide con la mayoría de casos comunes en el diseño mediante parametrización afín (Goodwin et al., 2001) o IMC (Rivera et al., 1986).

- b) Caso 2: en este caso, además del posible retardo, es necesario especificar en $\bar{l}_j(s)$ un cero z de fase no mínima del determinante. Por cuestiones de estabilidad interna este cero debe aparecer en las funciones de transferencia en lazo abierto. Las expresiones de $\bar{l}_j(s)$ y $l_j(s)$ vienen dadas en la segunda fila de la Tabla 5.1. En estas condiciones, se puede demostrar que la función $l_j(s)$ presenta el margen de ganancia dado en (5.15) a la frecuencia ω_{cg} que verifica la condición (5.16). En este trabajo se propone determinar ω_{cg} a partir de (5.16) y obtener k_j de (5.15) para el valor deseado de margen de ganancia.

$$A_m = \frac{\omega_{cg}}{k_j} \quad (5.15)$$

$$\tan(\omega_{cg} \theta_j) = \frac{1 - \frac{\omega_{cg}^2}{z^2}}{2 \frac{\omega_{cg}}{z}} \quad (5.16)$$

Si no hay retardos de tiempo, el margen de ganancia puede ser sustituido por especificaciones de la respuesta temporal, ya que la función de transferencia en lazo cerrado viene dada por:

$$t_j(s) = \frac{\frac{k_j(-s+z)}{s(s+z)}}{1 + \frac{k_j(-s+z)}{s(s+z)}} = \frac{k_j(-s+z)}{s^2 + (z-k_j)s + k_jz}. \quad (5.17)$$

Sus polos se caracterizan por la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento dados en (5.18), por lo que es posible fijar el valor de ζ con $k_j < z$.

$$\omega_n = \sqrt{k_jz} \quad \zeta = \frac{z-k_j}{2\sqrt{k_jz}} \quad (5.18)$$

c) Caso 3: en este tercer caso, todos los elementos de la misma columna j de la inversa de $G(s)$ tienen un cero en $s = 0$ (el cual generalmente vendrá asociado a una salida con un integrador), que debe aparecer en $\bar{l}_j(s)$ para que los elementos de control de dicha columna mantengan su acción integral. Además, debe incluir un cero extra z_j y un posible retardo de tiempo. Por tanto, las funciones $\bar{l}_j(s)$ y $l_j(s)$ vienen dadas por las expresiones de la tercera fila de la Tabla 5.1.

En estas condiciones, se puede demostrar que la función $l_j(s)$ presenta el margen de ganancia dado en (5.19) a la frecuencia ω_{cg} que verifica la ecuación (5.20). Se propone fijar el valor del cero para así determinar la frecuencia de cruce del margen de ganancia ω_{cg} a partir de (5.20), y tras ello, obtener k_j de (5.19).

$$A_m = \frac{\omega_{cg}^2}{k_j \sqrt{\omega_{cg}^2 + z_j^2}} \quad (5.19)$$

$$\arctan\left(\frac{\omega_{cg}}{z_j}\right) - \omega_{cg} k_j = 0 \quad (5.20)$$

Si no hay retardos de tiempo, la especificación de margen de ganancia se reemplaza por especificaciones en el dominio temporal, pues la función de transferencia en lazo cerrado vendría dada por:

$$t_j(s) = \frac{\frac{k_j(s+z_j)}{s^2}}{1 + \frac{k_j(s+z_j)}{s^2}} = \frac{k_j(s+z_j)}{s^2 + k_j s + k_j z_j} \quad (5.21)$$

Sus polos se caracterizan por la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento dados en (5.22). Por consiguiente, si se fija el valor de z_j , es posible variar los valores de ω_n y ζ mediante k_j . Como caso particular, al ajustar $k_j=4 \cdot z_j$, se consigue un sistema críticamente amortiguado ($\zeta=1$) con $\omega_n=2 \cdot z_j$.

$$\omega_n = \sqrt{k_j z_j} \quad \zeta = \sqrt{\frac{k_j}{4 z_j}} \quad (5.22)$$

5.1.4. Formulación particular para procesos 2x2

Seguidamente, se muestra la formulación de la metodología propuesta para el caso particular de procesos 2x2, donde el esquema de control por desacoplo se corresponde con el mostrado en la Figura 5.1. La expresión general para dichos procesos que pueden incluir retardos de tiempo se muestra en (5.23), donde la función de transferencia $g_{oij}(s)$ es la parte libre de retardo del elemento $g_{ij}(s)$, y θ_{ij} su retardo. Con dicha notación, la expresión general del controlador $K(s)$ viene dada por (5.24), donde se ha omitido la variable compleja s .

$$G(s) = \begin{pmatrix} g_{o11}(s)e^{-\theta_{11}s} & g_{o12}(s)e^{-\theta_{12}s} \\ g_{o21}(s)e^{-\theta_{21}s} & g_{o22}(s)e^{-\theta_{22}s} \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

$$K = \frac{\begin{pmatrix} g_{o22}e^{-\theta_{22}s}l_1 & -g_{o12}e^{-\theta_{12}s}l_2 \\ -g_{o21}e^{-\theta_{21}s}l_1 & g_{o11}e^{-\theta_{11}s}l_2 \end{pmatrix}}{g_{o11}g_{o22}e^{-(\theta_{11}+\theta_{22})s} - g_{o12}g_{o21}e^{-(\theta_{12}+\theta_{21})s}} \quad (5.24)$$

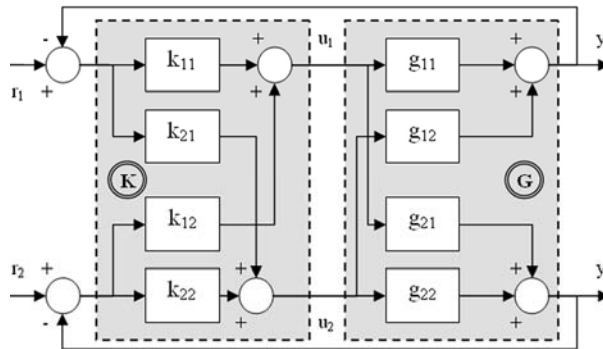


Figura 5.1: Esquema de control por desacoplo para procesos de dos entradas y dos salidas

En el caso de sistemas con retardos de tiempo, antes de proseguir con la especificación de las funciones de transferencia en lazo abierto deseadas, es necesario obtener una aproximación del determinante de $G(s)$ por una función racional $\chi_o(s)$ más un retardo θ_G que viene dado por (5.25), suponiendo elementos no nulos en el proceso.

$$\theta_G = \min(\theta_{11} + \theta_{22}, \theta_{12} + \theta_{21}) \quad (5.25)$$

Tras dicha aproximación, se puede determinar la dinámica necesaria en los elementos $\bar{l}_j(s)$ para conseguir realizabilidad. Respecto a los retardos de tiempo, los mínimos retardos θ_1 y θ_2 que es necesario especificar en $\bar{l}_1(s)$ y $\bar{l}_2(s)$ son:

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \max(\theta_G - \min(\theta_{22}, \theta_{21}), 0) \\ \theta_2 &= \max(\theta_G - \min(\theta_{12}, \theta_{11}), 0)\end{aligned}\quad (5.26)$$

Finalmente, las expresiones generales de los elementos del controlador vendrían dadas por:

$$K(s) = \begin{pmatrix} k_1 \frac{g_{o22}(s)\bar{l}_1(s)}{s \cdot \chi_o(s)} e^{-(\theta_{22}-\theta_G)s} & -k_2 \frac{g_{o12}(s)\bar{l}_2(s)}{s \cdot \chi_o(s)} e^{-(\theta_{12}-\theta_G)s} \\ -k_1 \frac{g_{o21}(s)\bar{l}_1(s)}{s \cdot \chi_o(s)} e^{-(\theta_{21}-\theta_G)s} & k_2 \frac{g_{o11}(s)\bar{l}_2(s)}{s \cdot \chi_o(s)} e^{-(\theta_{11}-\theta_G)s} \end{pmatrix}. \quad (5.27)$$

Los cuatro elementos tienen acción integral y al menos dos de ellos deben retrasar su acción de control en caso de que el proceso presente retardos.

5.1.5. Control PID por desacoplo convencional

Los elementos del control por desacoplo propuesto pueden ser bastante complejos y difíciles de implementar, no solo para procesos de gran dimensión sino también para sistemas 2×2 , como se puede comprobar a partir de (5.27). En este trabajo de tesis se propone aproximar los elementos del control resultante $K(s)$ a la estructura PID paralela dada en (4.40). De esta forma, lo que se obtiene al final es un control PID multivariable por desacoplo implícito.

Para llevar a cabo dicha aproximación se propone el mismo método del capítulo anterior y que se describe en el apartado 4.2.3. Como ya se comentó en dicho apartado, debido a la aproximación es normal que, aunque se obtenga un buen desempeño, la respuesta alcanzada se vea degradada en cierta medida y no haya un desacoplo perfecto. Además, hay procesos multivariables que son demasiado complejos para ser controlados por un control PID multivariable, donde se deberían relajar las especificaciones y hacer la respuesta más conservadora. En algunos casos, antes de modificar las especificaciones se puede intentar mantener una respuesta aceptable

usando simplemente la estructura PID más retardo de tiempo en (4.44). El retardo de tiempo sería el retardo asociado al correspondiente elemento $k_{ij}(s)$, y la reducción a PID se aplicaría a la parte racional, sin retardo, de $k_{ij}(s)$. En este caso, para la reducción se podría usar la técnica de aproximación por residualización balanceada mencionada en el apartado 4.2.2. Para la implementación práctica del control PID por desacoplo, en caso de restricciones en las señales de control, se propone el uso del esquema *anti-windup* de la Figura 4.2 y descrito en el apartado 4.2.4.

Por último, la estabilidad del control final debe ser verificada tras las aproximaciones mencionadas. Como se explicó en el apartado 2.1.4, una vez que la estabilidad del controlador ha sido asegurada (no hay elementos con polos en el semiplano derecho), la estabilidad interna en lazo cerrado es verificada si y solo si todos los elementos de la matriz (2.2) tienen sus polos en el semiplano izquierdo y no hay cancelaciones entre polos y ceros RHP en $G(s) \cdot K(s)$ (Skogestad & Postlethwaite, 2005).

De forma muy breve, el diseño del control PID por desacoplo implícito propuesto se puede resumir en tres pasos:

4. Diseñar un control por desacoplo $K(s)$ con acción integral que minimice la interacción, que consiga un error de posición nulo y que sea estable y realizable.
5. Ajustar las ganancias k_j para alcanzar las especificaciones deseadas.
6. Aproximar los elementos de control por controladores PID, obteniendo así $K^{PID}(s)$. Las ganancias k_j se pueden usar como grados de libertad en cada lazo para modificar las especificaciones deseadas.

La elección de las especificaciones condiciona los valores de los parámetros k_j . Para probar otros k_j no es necesario repetir el diseño; basta con transmitir los cambios a las correspondientes columnas del controlador $K(s)$. En los bloques individuales, estos parámetros afectan directamente a las ganancias de los controladores.

5.2. CONTROL POR DESACOPLO IMPLÍCITO INVERSO

La gran mayoría de las metodologías de control centralizado por desacoplo encontradas en la literatura utilizan el esquema de control convencional de la Figura 2.7,

donde las señales de error e_i viajan hacia las entradas del proceso u_i de forma directa a través de los bloques de control $k_{ij}(s)$. En este apartado, se propone un nuevo esquema de control centralizado, el control por desacoplo implícito inverso, el cual surge al extrapolar la estructura realimentada del desacoplo inverso a un control centralizado. Como se verá, este esquema presenta ventajas de diseño e implementación muy similares a las del desacoplo inverso; pero también posee el mismo inconveniente de resultar inestable para procesos cuyo determinante contenga ceros RHP.

A continuación, se desarrolla la formulación general para el caso $n \times n$, y posteriormente, se presentan en mayor detalle las ecuaciones para $n = 2$. Posteriormente, se describen los aspectos necesarios para asegurar la realizabilidad del controlador.

5.2.1. Formulación para procesos $n \times n$

Para estudiar el control centralizado por desacoplo inverso para procesos cuadrados con n entradas y n salidas, se propone utilizar una representación matricial, análoga a la de la Figura 3.1, y que se muestra en la Figura 5.2. Hay n elementos de control (los de la matriz $Kd(s)$) que intentan conectar directamente las señales de error con las entradas del proceso; mientras que el resto de elementos (los de la matriz $Ko(s)$) realimentan las entradas del proceso hacia las entradas del controlador para desacoplar el sistema. Como ocurría con el desacoplo inverso, el controlador completo $K(s)$ se divide en dos matrices: la matriz $Kd(s)$ en la ruta directa entre las señales de error e y las entradas u del proceso, y la matriz $Ko(s)$ en un lazo de realimentación entre las entradas u del proceso y los errores e de entrada.

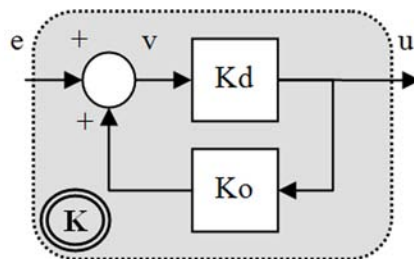


Figura 5.2: Representación matricial del control por desacoplo inverso

A partir de aquí, la forma de operar es muy parecida a la llevada a cabo con el desacoplo inverso en el capítulo 3. La matriz $Kd(s)$ debe tener solo n elementos

diferentes de cero, ya que debe haber solo una conexión directa para cada entrada del proceso. Estas conexiones o relaciones en $Kd(s)$ no deben aparecer en la matriz $Ko(s)$.

Dada la representación de la Figura 5.2 para el controlador, y siguiendo el álgebra de bloques, se puede llegar a la expresión (5.28), la cual relaciona la matriz de funciones de transferencia $K(s)$ de control centralizado convencional, con la estructura del control centralizado por desacoplo inverso.

$$K(s) = Kd(s) \cdot (I - Ko(s) \cdot Kd(s))^{-1} \quad (5.28)$$

Si se asume un sistema de control mediante realimentación unitaria y se desea obtener una respuesta desacoplada, se debe intentar que la matriz de funciones de transferencia del proceso en lazo abierto, $L(s) = G(s) \cdot K(s)$, sea diagonal. Si se invierte la expresión general de un control por desacoplo convencional ($K(s) = G^{-1}(s) \cdot L(s)$), y se sustituye en la inversa de la ecuación (5.28), se obtiene:

$$Kd^{-1}(s) - Ko(s) = L^{-1}(s) \cdot G(s). \quad (5.29)$$

Esta última expresión se puede usar para calcular los diferentes elementos del control por desacoplo implícito inverso. Al igual que sucedía en el desacoplo inverso, la principal ventaja de (5.29) es su simplicidad y que ésta es independientemente del tamaño del sistema, ya que la matriz $L(s)$ se elige diagonal y la matriz resultante de la resta de la matriz inversa de $Kd(s)$ y la matriz $Ko(s)$, es una matriz con solo un elemento a calcular en cada posición.

Hay que indicar que la matriz $Kd(s)$ tiene que ser no singular, ya que de acuerdo a (5.29), su inversa aparece en el cálculo del controlador. Debido a ello, solo se debe especificar un elemento por fila y columna distinto de cero. Por tanto, para un proceso $n \times n$ hay $n!$ posibles elecciones de $Kd(s)$. Para nombrar estas posibilidades o configuraciones, se propone la misma notación usada para el desacoplo inverso en el capítulo 3, donde para cada fila se indica un número que corresponde a la columna con el elemento distinto de cero seleccionado en $Kd(s)$. Como se discute más adelante, la configuración puede escogerse en función de la realizabilidad.

A partir de la ecuación (5.29), es posible obtener las expresiones generales de los elementos del control por desacoplo inverso para procesos cuadrados de cualquier

dimensión. Si en un sistema $n \times n$, se decide usar la configuración $\{p_1 - p_2 - \dots - p_i - \dots - p_{n-1} - p_n\}$, los elementos diferentes de cero de las matrices Kd y Ko vienen dados por (5.30) y (5.31), respectivamente. Las funciones de transferencia de los procesos en lazo abierto $l_i(s)$ pueden escogerse de cualquier manera siempre que se asegure la realizabilidad de los elementos de control.

$$kd_{ij} = \frac{l_j}{g_{ji}} \quad \forall i; \quad j = p_i \quad (5.30)$$

$$ko_{ij} = \frac{-g_{ij}}{l_i} \quad \forall i, j; \quad / \quad i \neq p_j \quad (5.31)$$

De estas expresiones generales se puede concluir que el control por desacoplo implícito inverso muestra las siguientes ventajas en comparación con el control por desacoplo implícito convencional:

- Los elementos de control no contienen suma de funciones de transferencia, y consecuentemente son muy fáciles de diseñar. Usando el control centralizado convencional, en algunos casos, es posible tener elementos de control con una complejidad similar a la del proceso (3.18), que son difíciles de implementar.
- La complejidad de los elementos de control es siempre la misma, independientemente del tamaño del sistema. Con el control centralizado convencional, estos elementos tienden a hacerse más complejos a medida que el número de entradas y salidas crece.

No obstante, este esquema de control presenta la misma desventaja que el desacoplo inverso: debido a problemas de estabilidad, no puede aplicarse a procesos con ceros RHP en el determinante de $G(s)$. Para alcanzar estabilidad interna estos ceros RHP deberían aparecer en los procesos en lazo abierto desacoplados. En la estructura de control por desacoplo convencional, dichos ceros se pueden incluir en las funciones de transferencia deseadas en lazo abierto $l_i(s)$. Sin embargo, esto no es posible con el esquema inverso, porque tales ceros RHP incluidos en $l_i(s)$ aparecerían como polos inestables en algún elemento de control $ko_{ij}(s)$. Si no se especificaran dichos ceros RHP, aunque los elementos individuales fueran estables, la estructura global de control (lo

que sería la matriz $K(s)$ sería inestable pues tendría esos ceros RHP del determinante como polos inestables, como se muestra en (5.32).

$$K(s) = (Kd^{-1}(s) - Ko(s))^{-1} = \frac{\text{adj}G(s)}{\det G(s)} \cdot L(s) \quad (5.32)$$

Solo en el caso de que el cero RHP multivariable esté asociado a una única salida, y por tanto, aparezca en todas las funciones de transferencia de una misma fila, se podrá aplicar el control centralizado por desacoplo inverso, ya que en este caso el cero RHP se cancelará en los elementos de control.

5.2.2. Formulación para procesos 2x2

A continuación se presenta un estudio detallado del control por desacoplo implícito inverso para procesos 2x2 (Garrido et al., 2010a, Garrido et al., 2012c). En este caso ($n = 2$), a partir de la expresión (5.29), solo hay dos posibles configuraciones para la matriz $Kd(s)$: los elementos de la diagonal (configuración 1-2) y los de fuera de la diagonal (configuración 2-1). De aquí en adelante, la variable compleja s es omitida por simplicidad.

5.2.2.1. Configuración 1-2

Usando esta configuración (Figura 5.3), los elementos distintos de cero de Kd y Ko vienen dados por las expresiones en (5.34), las cuales se obtienen a partir de (5.33), que proviene de (5.29). Estas serían las expresiones generales para el control por desacoplo inverso con la configuración 1-2. Las funciones de transferencia l_1 y l_2 son los procesos en lazo abierto deseados para obtener las especificaciones requeridas en lazo cerrado. Estas funciones se pueden especificar libremente siempre y cuando los elementos de control sean realizables.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{kd_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{kd_{22}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & ko_{12} \\ ko_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{l_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{kd_{11}} & -ko_{12} \\ -ko_{21} & \frac{1}{kd_{22}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{g_{11}}{l_1} & \frac{g_{12}}{l_1} \\ \frac{g_{21}}{l_2} & \frac{g_{22}}{l_2} \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned}
 kd_{11} &= \frac{l_1}{g_{11}} & ko_{12} &= \frac{-g_{12}}{l_1} \\
 ko_{21} &= \frac{-g_{21}}{l_2} & kd_{22} &= \frac{l_2}{g_{22}}
 \end{aligned}
 \tag{5.34}$$

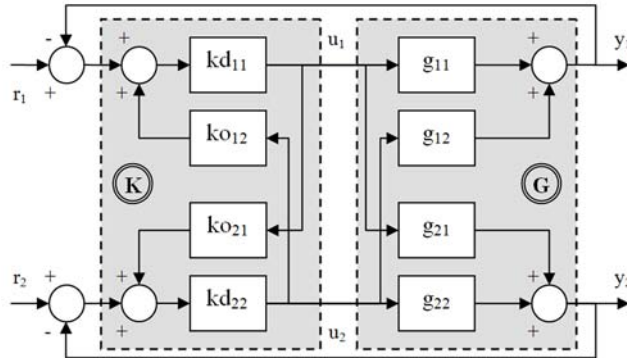


Figura 5.3: Control centralizado por desacoplo inverso para procesos 2x2 (configuración 1-2)

5.2.2.2. Configuración 2-1

En esta configuración (Figura 5.4), los elementos de Kd y Ko vienen dados por (5.36), que se obtienen a partir de la expresión (5.35), la cual proviene de (5.29). Hay que destacar que se debería tener cuidado al invertir la matriz Kd .

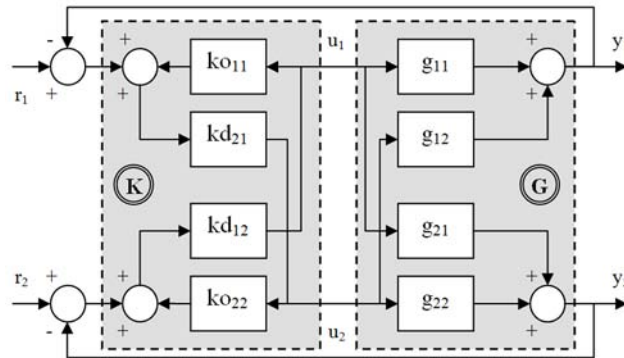


Figura 5.4: Control centralizado por desacoplo inverso para procesos 2x2 (configuración 2-1)

$$\begin{pmatrix} -ko_{11} & \frac{1}{kd_{21}} \\ \frac{1}{kd_{12}} & -ko_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{g_{11}}{l_1} & \frac{g_{12}}{l_1} \\ \frac{g_{21}}{l_2} & \frac{g_{22}}{l_2} \end{pmatrix}
 \tag{5.35}$$

$$\begin{aligned} ko_{11} &= \frac{-g_{11}}{l_1} & kd_{12} &= \frac{l_2}{g_{21}} \\ kd_{21} &= \frac{l_1}{g_{12}} & ko_{22} &= \frac{-g_{22}}{l_2} \end{aligned} \quad (5.36)$$

5.2.3. Condiciones de realizabilidad

En esta metodología hay que estudiar dos cuestiones relacionadas con la realizabilidad del controlador: en primer lugar hay que comprobar que es posible alcanzar realizabilidad con la configuración escogida; y en segundo lugar, tras lo anterior, hay que determinar cómo especificar las funciones de transferencia deseadas en lazo abierto l_i .

Al igual que en el control centralizado por desacoplo convencional, el requisito de realizabilidad para el controlador es que todos sus elementos sean propios, causales y estables. En procesos con retardos o ceros de fase no mínima, el cálculo directo puede dar lugar a elementos con predicción o polos inestables. De forma análoga al análisis llevado a cabo con el desacoplo inverso, en esta sección, se indican las condiciones que una configuración determinada debe satisfacer para ser realizable. Además, se señalan las limitaciones que hay al especificar los procesos en lazo abierto l_i deseados para conseguir dicha realizabilidad. Hay tres aspectos que se deben considerar y que hay que inspeccionar por fila en G :

- Se deben evitar retardos de tiempo θ_{ij} no causales en los elementos de control. Si g_{ik} es la función de transferencia de la fila i de G con el menor retardo de tiempo θ_{ik} , el elemento kd_{ki} de la matriz Kd debería ser diferente de cero. Además, el retardo de tiempo θ_{l_i} del proceso en lazo abierto correspondiente l_i debe cumplir lo siguiente:

$$\theta_{ik} \leq \theta_{l_i} \leq \min_{j \neq k}(\theta_{ij}). \quad (5.37)$$

- Los elementos de control deben ser propios, es decir, su grado relativo r_{ij} debe ser igual o mayor que cero. Si g_{ik} es la función de transferencia de la fila i con el menor grado relativo r_{ik} , el elemento kd_{ki} de la matriz Kd debería ser diferente de cero. Además, el grado relativo r_{l_i} de la función l_i debe cumplir:

$$r_{ik} \leq r_i \leq \min_{j \neq k}(r_{ij}). \quad (5.38)$$

- Cuando alguna función de transferencia g_{im} tiene un cero RHP, el elemento kd_{mi} de Kd no se debería escoger, es decir, debería ser igual a cero, para evitar que dicho cero pase a ser un polo RHP en algún elemento de control donde g_{im} aparezca en el denominador. Si en cada uno de los elementos de una misma fila tenemos un cero RHP diferente la presente metodología no es aplicable, pues alguno de esos ceros siempre aparecerá como polo inestable en algún elemento de control. No obstante, si el cero RHP es común a todos los elementos de la misma fila de G , sí puede haber configuraciones realizables y es necesario examinar la multiplicidad η_{ij} de dicho cero en cada elemento. De nuevo, al igual que en los aspectos anteriores, si g_{ik} es la función de transferencia de la fila i con la multiplicidad más pequeña η_{ik} del cero RHP, el elemento kd_{ki} debería ser diferente de cero. Este cero RHP debe aparecer en el proceso en lazo abierto l_i con una multiplicidad η_i que debe cumplir:

$$\eta_{ik} \leq \eta_i \leq \min_{j \neq k}(\eta_{ij}). \quad (5.39)$$

A partir de (5.37), (5.38) y (5.39), se puede deducir que cuando el valor más pequeño (retardo de tiempo, grado relativo o multiplicidad de un cero RHP) aparece en dos o más funciones de transferencia de la misma fila, hay más posibles configuraciones realizables (más posibles elecciones de elementos de Kd para ser diferentes de cero en la fila correspondiente). Sin embargo, la flexibilidad de los procesos en lazo abierto l_i , en cuanto a especificar su retardo de tiempo o grado relativo, se ve limitada a este mínimo valor común en varios elementos de la misma fila.

Al igual que ocurría en el desacoplo inverso, cuando dos o más elementos de la matriz Kd se deben seleccionar en la misma columna para satisfacer las condiciones previas en todas las filas, no hay ninguna configuración inicialmente realizable. En este caso, se puede intentar insertar un bloque diagonal $N(s)$ entre el proceso y el control centralizado por desacoplo inverso para modificar el proceso a controlar y forzar la realizabilidad en los elementos no realizables. Entonces, la metodología se aplicaría al nuevo proceso $G_M(s) = G(s) \cdot N(s)$. La matriz $N(s)$ es una matriz diagonal con la dinámica

extra necesaria para conseguir realizabilidad. Su determinación se puede realizar mediante el procedimiento descrito en el apartado 3.2 para el desacoplo inverso. Generalmente, es preferible añadir la menor cantidad posible de dinámica extra. Por tanto, tras examinar la dinámica adicional de cada configuración, se escoge aquella con menos ceros RHP y menores retardos de tiempo en $N(s)$.

Una vez asegurada la realizabilidad de la configuración escogida, si es que es posible, hay que especificar los procesos en lazo abierto deseados $l_i(s)$. Se propone la función de transferencia dada en (5.2), donde k_i es un parámetro para alcanzar especificaciones en lazo cerrado y $\bar{l}_i(s)$ es la función de transferencia que debe tener en cuenta las condiciones de realizabilidad (5.37), (5.38) y (5.39) a la hora de ser determinada. Su forma general viene dada por (5.3), pero respecto a la condición (5.38) hay que tener en cuenta que el integrador ya añade un grado relativo extra a $l_i(s)$.

Al igual que en la metodología de control por desacoplo implícito convencional, se pueden estudiar los tres casos que vienen recogidos en la Tabla 5.1. Los cálculos de los parámetros de las funciones en lazo abierto $l_i(s)$ y sus expresiones son iguales a los descritos en el apartado 5.1.3. Sin embargo, hay algunas diferencias a tener en cuenta pues, ahora, para determinar el caso no hay que mirar los elementos de una misma columna de la inversa de G sino los elementos g_{ij} de una misma fila i de G . Las diferencias para cada caso serían:

- a) Caso 1: para conseguir realizabilidad solo es necesario añadir a lo sumo un retardo de tiempo θ_i , ya que el resto de dinámicas de la fila i de $G(s)$ son estables y de fase mínima, y por tanto, cancelables.
- b) Caso 2: en este caso, hay un cero z de fase no mínima común a todos los elementos de la fila i de G . Además del posible retardo, es necesario especificar dicho cero en $\bar{l}_i(s)$ por cuestiones de realizabilidad y estabilidad interna.
- c) Caso 3: todos los elementos de la fila i de G tienen un integrador puro, el cual debe especificarse en $\bar{l}_i(s)$ para que el elemento de control correspondiente en Kd contenga acción integral. Además, se debe incluir un cero extra z_i y un posible retardo de tiempo.

5.2.4. Control PID por desacoplo inverso

Una vez definidas las funciones de transferencia en lazo abierto $l_i(s)$, y sustituyendo (5.2) en (5.30) y (5.31), se obtienen las siguientes expresiones para los elementos de control por desacoplo implícito inverso al usar la configuración $\{p_1 - p_2 - \dots - p_i - \dots - p_{n-1} - p_n\}$:

$$kd_{ij} = k_j \frac{\bar{l}_{oj}}{g_{oji}} \frac{1}{s} e^{-s(\theta_j - \theta_{ji})} \quad \forall i; \quad j = p_i, \quad (5.40)$$

$$ko_{ij} = -\frac{g_{oij}}{k_i \cdot \bar{l}_{oi}} \cdot s \cdot e^{-s(\theta_j - \theta_i)} \quad \forall i, j; \quad / \quad i \neq p_j, \quad (5.41)$$

donde g_{oij} es la parte libre de retardo de g_{ij} , y donde \bar{l}_{oj} es la parte libre de retardo de \bar{l}_j . A partir de (5.40) se puede concluir que los elementos de la matriz de control Kd tienen acción integral, por lo que podrían ser aproximados a estructura PID. Por el contrario, los elementos de la matriz Ko presentan una estructura con acción derivativa pura, una cierta dinámica asociada al proceso y un posible retardo. Hay que asegurarse de que esta acción derivativa esté filtrada al ser implementada para evitar amplificación de ruido de alta frecuencia.

En función de los procesos en lazo abierto deseados $l_i(s)$ y de las dinámicas de los elementos del proceso $g_{ij}(s)$, los elementos de control $kd_{ij}(s)$ y $ko_{ij}(s)$ pueden ser de un orden mayor del deseado. En estos casos se sugiere utilizar técnicas de reducción de modelos como la propuesta en el apartado 4.2.2.

Si se pretende que los elementos de la matriz Kd tengan estructura PID se puede utilizar la misma técnica de aproximación descrita en el apartado 4.2.3. Incluso, se podría aplicar dicha reducción únicamente a la parte libre de retardo, de forma que al final, el elemento de control tenga estructura PID más el retardo del elemento de control original. En cualquier caso, siempre es posible establecer el retardo de $l_i(s)$ de tal forma que los elementos de Kd no contengan retardos.

De forma similar, los elementos de Ko dados en (5.41) se pueden reducir a la estructura dada en (5.42), la cual consiste en una acción derivativa filtrada más un

posible retardo. Antes de realizar la aproximación, se sugiere extraer el retardo y el cero en $s = 0$, de tal forma que la reducción se aplique a (5.43). De esta forma, se obtiene que $K_{Dij}=b_0/a_0$ y $T_{Fij}=a_1/a_0$.

$$kO_{ij} = -\frac{g_{oij}}{k_i \cdot \bar{l}_{oi}} \cdot s \cdot e^{-s(\theta_j - \theta_i)} \approx s \left(\frac{K_{Dij}}{T_{Fij}s + 1} \right) \cdot e^{-s(\theta_j - \theta_i)} \quad (5.42)$$

$$m_{ij}(s) = -\frac{g_{oij}(s)}{k_i \cdot \bar{l}_{oi}(s)} \cong \frac{b_0}{a_1s + a_0} \quad (5.43)$$

5.2.4.1. Aplicación a sistemas de primer orden con retardo

La mayoría de los procesos industriales son estables en lazo abierto y presentan una respuesta no oscilatoria ante entradas de tipo escalón. Debido a ello, es frecuente que, antes de realizar el diseño del sistema de control, las funciones de transferencia del proceso que sean de mayor orden se simplifiquen a sistemas de primer orden con retardo. En este apartado se muestran las expresiones del control PID por desacoplo implícito inverso cuando se asume que todos los elementos de la matriz $n \times n$ del proceso $G(s)$ tienen la forma dada en (5.44) y se ha seleccionado una configuración realizable según la condición (5.37).

$$g_{ij}(s) = \frac{k_{ij}}{T_{ij}s + 1} e^{-\theta_{ij}s} \quad (5.44)$$

Como las funciones de transferencia del proceso son todas estables y de fase no mínima (si exceptuamos el retardo de tiempo), se puede especificar $l_i(s)$ de acuerdo al caso 1 de la Tabla 5.1. Si en función de la configuración usada en (5.40), el retardo de tiempo de $l_j(s)$ se especifica igual que el del elemento del proceso asociado $g_{ji}(s)$, se obtienen los elementos de control dados en (5.45) y (5.46). Los elementos de la matriz Kd tienen directamente la forma de controladores PI, mientras que los de la matriz Ko tienen forma de acción derivativa filtrada más retardo de tiempo.

$$kd_{ij} = \frac{k_j}{k_{ji}} \frac{(T_{ji}s + 1)}{s} = \frac{K_{Pij}s + K_{Iij}}{s} \quad \forall i; \quad j = p_i \quad (5.45)$$

$$kO_{ij} = -\frac{k_{ij}}{k_i} \frac{s}{(T_{ij}s+1)} e^{-s(\theta_{ij}-\theta_i)} = \frac{K_{Dij}s}{T_{Fij}s+1} e^{-\theta(kO_{ij})s} \quad \forall i, j; \quad / \quad i \neq p_j \quad (5.46)$$

A partir de las dos expresiones anteriores se pueden calcular los parámetros de los controladores PI y los controladores derivativos con filtro más retardo, usando las expresiones dadas en (5.47).

$$\begin{aligned} K_{Pij} &= T_{ji} \frac{k_j}{k_{ji}} & K_{Iij} &= \frac{k_j}{k_{ji}} & \forall i; \quad j &= p_i \\ K_{Dij} &= -\frac{k_{ij}}{k_i} & T_{Fij} &= T_{ij} & \theta(kO_{ij}) &= \theta_{ij} - \theta_i & \forall i, j; \quad / \quad i \neq p_j \end{aligned} \quad (5.47)$$

Por tanto, se propone usar esta última expresión para calcular los parámetros del control PID por desacoplo inverso, siempre que sea posible realizar una buena aproximación de las funciones de transferencia del proceso por sistemas de primer orden más retardo. Sin embargo, tal aproximación no será tan buena cuando los elementos $g_{ij}(s)$ contengan integradores, ceros RHP u otros elementos de mayor complejidad. En estos casos, se sugiere aproximar los elementos finales de Kd por controladores PID y los de Ko por estructuras algo más complejas como redes de adelanto-retraso con acción derivativa más retardo de tiempo.

5.2.5. Consideraciones prácticas

Además de las ventajas de diseño comentadas en el apartado 5.2.1, el control centralizado por desacoplo implícito inverso también presenta algunas ventajas prácticas desde el punto de vista de implementación parecidas a las del desacoplo inverso.

Según la estructura de control por desacoplo inverso de la Figura 5.2, las señales de control son realimentadas a la entrada del controlador y sumadas a los errores para desacoplar el sistema. Cuando no es necesario añadir dinámica extra en $N(s)$, se puede resolver directamente el problema de *windup* si los elementos de la matriz $Kd(s)$ ya tienen implementado algún mecanismo *anti-windup* monovariable. Para determinar la señal de control correcta, dichos controladores usarían un modelo interno de restricciones de control, o bien, medirían la señal manipulada real. En caso de saturación de alguna señal de control, es el valor saturado el que se realimenta y suma a

las señales de error correspondientes, modificando estos errores de tal manera que se consigue mantener desacoplados al resto de lazos. Por tanto, se podría hablar de este mecanismo *anti-windup* como un acondicionamiento del error parecido al descrito en el apartado 2.4, pues se modifica el vector de errores para hacer que el vector de control esté dentro de la región permitida.

Por otro lado, como la acción de los elementos de control K_0 se suma a la entrada de los controladores de la matriz K_d , se pueden evitar fácilmente los transitorios entre los cambios de modo de operación en automático (o automático con desacoplamiento) y el modo manual. Para ello, simplemente es necesario que los elementos de control kd_{ij} tengan implementando algún mecanismo monovariante para conseguir *bumpless transfer*, como los relacionados con el modo de seguimiento de la salida final del controlador en (Åström *et al.*, 2006). No obstante, la transferencia sin salto no está asegurada entre el cambio de modo de operación automático a automático desacoplado (o viceversa). Para ello, sería necesaria una coordinación externa entre los elementos ko_{ij} y kd_{ij} . Aun así, si este cambio de modo se lleva a cabo en el estacionario, se obtiene *bumpless transfer*, ya que como los elementos de la matriz K_0 tienen un cero en $s = 0$, su salida tiende a cero en el estacionario, o dicho de otra forma, al final toda la acción de control recae sobre los elementos de la matriz K_d .

Además, al igual que el desacoplo inverso, cuando las salidas de los elementos de control K_d se usan como señales de referencia en controladores en cascada a un nivel inferior, cada lazo de control desacoplado es inmune a anomalías en los secundarios de los otros lazos.

Por último, es importante volver a destacar que hay que tener precaución con la acción derivativa de los elementos de la matriz K_0 . Hay que asegurarse de que esté correctamente filtrada para evitar la amplificación de señales de ruido.

5.3. EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

En este apartado, las dos metodologías expuestas en este capítulo se aplican a varios procesos de diferentes dimensiones, comparando los resultados con los diseños propuestos por otros autores.

5.3.1. Ejemplo 5.1: columna de destilación 2x2 de Wood & Berry

Este proceso 2x2 es una columna de destilación dada por $G_{WB}(s)$ en el apéndice A. Ya que su determinante no contiene ceros RHP, se puede aplicar el control centralizado por desacoplo implícito tanto convencional como inverso.

En primer lugar se detalla el diseño por desacoplo convencional. Debido a los retardos de la matriz del proceso, su determinante $\det G_{WB}(s)$ es no racional. Por tanto, se aproxima utilizando el método descrito en el apartado 4.2.1, obteniendo (5.48).

$$\det G_{WB}(s) = \frac{-123.6}{97.99s^2 + 25.21s + 1} e^{-4s} \quad (5.48)$$

Seguidamente, tras dicha aproximación, se determina la dinámica necesaria en los elementos $\bar{l}_j(s)$ para conseguir realizabilidad. Respecto a los retardos de tiempo, según (5.26), los retardos mínimos a especificar en $\bar{l}_1(s)$ y $\bar{l}_2(s)$ serían $\theta_1 = 1$ y $\theta_2 = 3$. En cuanto a los grados relativos, según (5.5) no hay que añadir ningún polo adicional.

El siguiente paso es determinar el resto de parámetros de las funciones en lazo abierto $l_j(s)$ para alcanzar las especificaciones deseadas. En este ejemplo, las especificaciones son un margen de ganancia igual 5 en el primer lazo y un margen de ganancia igual a 3 en el segundo. Según el apartado 5.1.3, este ejemplo se correspondería con el caso 1 de la Tabla 5.1, por lo que se calculan las ganancias k_j que alcanzan las anteriores especificaciones mediante (5.10). Tras ello, la matriz de funciones de transferencia en lazo abierto que se obtiene es:

$$L_{WB}(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.314e^{-s}}{s} & 0 \\ 0 & \frac{0.174e^{-3s}}{s} \end{pmatrix}. \quad (5.49)$$

Sustituyendo los diferentes elementos en la expresión (5.27), se llega al control por desacoplo implícito convencional final (K_{conv}), el cual viene dado por (5.50). Los dos elementos de la diagonal principal tienen directamente estructura PID con filtro, y los otros dos tienen la misma estructura más un retardo de tiempo.

$$K_{conv}(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.3356s^2 + 0.08635s + 0.00342}{s^2 + 0.06944s} & \frac{-0.1246s^2 - 0.032s - 0.0013}{s^2 + 0.0476s} e^{-2s} \\ \frac{0.1508s^2 + 0.0388s + 0.00154}{s^2 + 0.0917s} e^{-4s} & \frac{-0.106s^2 - 0.0273s - 0.0011}{s^2 + 0.0599s} \end{pmatrix} \quad (5.50)$$

Tras ello, sus elementos se aproximan a estructura PID usando el método descrito en el apartado 4.2.3. Los parámetros resultantes aparecen en la Tabla 5.2 asignados al control propuesto PID MIMO (K_{PID}). En la Figura 5.5 se muestran los valores singulares del control original $K_{conv}(s)$ y del control PID multivariable por el que se aproxima.

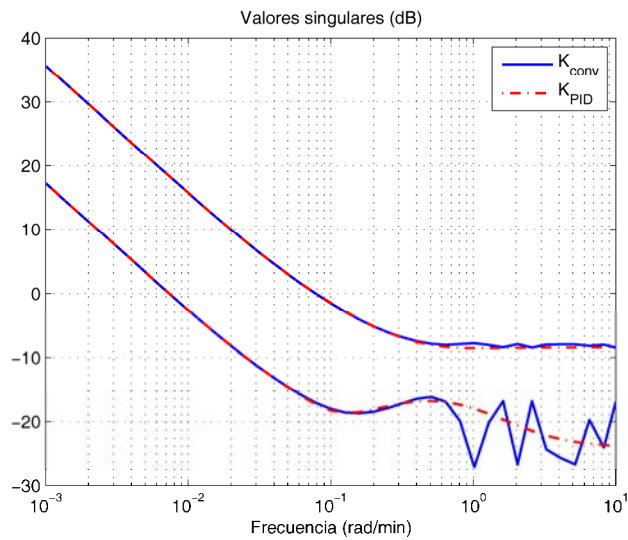


Figura 5.5: Valores singulares del control centralizado por desacoplo implícito convencional $K_{conv}(s)$ y su aproximación a control PID multivariable en el ejemplo 5.1

En segundo lugar, se comenta el diseño por desacoplo inverso (K_{inv}). Se usa la configuración 1-2, ya que es realizable sin tener que añadir dinámica extra. Como todos los elementos de la matriz del proceso $G_{WB}(s)$ son sistemas de primer orden con retardo, se pueden usar las expresiones dadas en (5.47) para calcular los parámetros de control. Utilizando las mismas especificaciones anteriores y el proceso en lazo abierto dado en (5.49), se obtienen las matrices de control K_d y K_o dadas en (5.51) y (5.52), respectivamente.

$$Kd(s) = \begin{pmatrix} 0.41 + \frac{0.0245}{s} & 0 \\ 0 & -0.13 - \frac{0.009}{s} \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

$$Ko(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{60.16s}{21s+1} e^{-2s} \\ \frac{-37.8s}{10.9s+1} e^{-4s} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.52)$$

Tabla 5.2: Parámetros PID junto con índices de desempeño y robustez en el ejemplo 5.1

| Método | Parámetros PID | | | | IAE ₁ | IAE ₂ | μ _{RS} | μ _{RP} |
|-------------------------------------|---|--|--|---|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| | K _P | K _I | K _D | T _F | | | | |
| Control por desacoplo $K_{conv}(s)$ | - | - | - | - | 6.56 | 14.5 | 0.27 | 1.24 |
| PID MIMO | $\begin{pmatrix} 0.533 & -0.068 \\ 0.164 & -0.154 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0.049 & -0.027 \\ 0.168 & -0.018 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} -2.85 & 0.186 \\ -1.46 & 0.798 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 14.4 & 0.95 \\ 5.7 & 16.7 \end{pmatrix}$ | 6.35 | 15.6 | 0.27 | 1.23 |
| Control por desacoplo inverso | - | - | - | - | 5.7 | 13.7 | 0.37 | 1 |
| Wang | $\begin{pmatrix} 0.184 & -0.010 \\ -0.067 & -0.066 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0.047 & -0.023 \\ 0.016 & -0.015 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0.008 \\ -0.054 & 0 \end{pmatrix}$ | - | 8.7 | 21.9 | 0.25 | 0.94 |

A continuación, para comprobar el desempeño nominal de las metodologías propuestas, la Figura 5.6 muestra la respuesta en lazo cerrado de los sistemas de control propuestos. En $t = 1$ s, hay un salto escalón unitario en la primera referencia, en $t = 100$ s, en la segunda, y en $t = 200$ s, para simular una perturbación a la entrada del proceso, hay un salto escalón de 0.1 unidades en las dos entradas al mismo tiempo. Como índice de desempeño de cada lazo se usa el IAE, el cual aparece recogido en la Tabla 5.2. Por comparación, también se muestra la respuesta del control PID multivariable de (Wang et al., 1997), el cual usa como especificaciones los mismos márgenes de ganancia que los utilizados en los controles propuestos. Los parámetros del control de Wang aparecen en la Tabla 5.2 con sus respectivos índices.

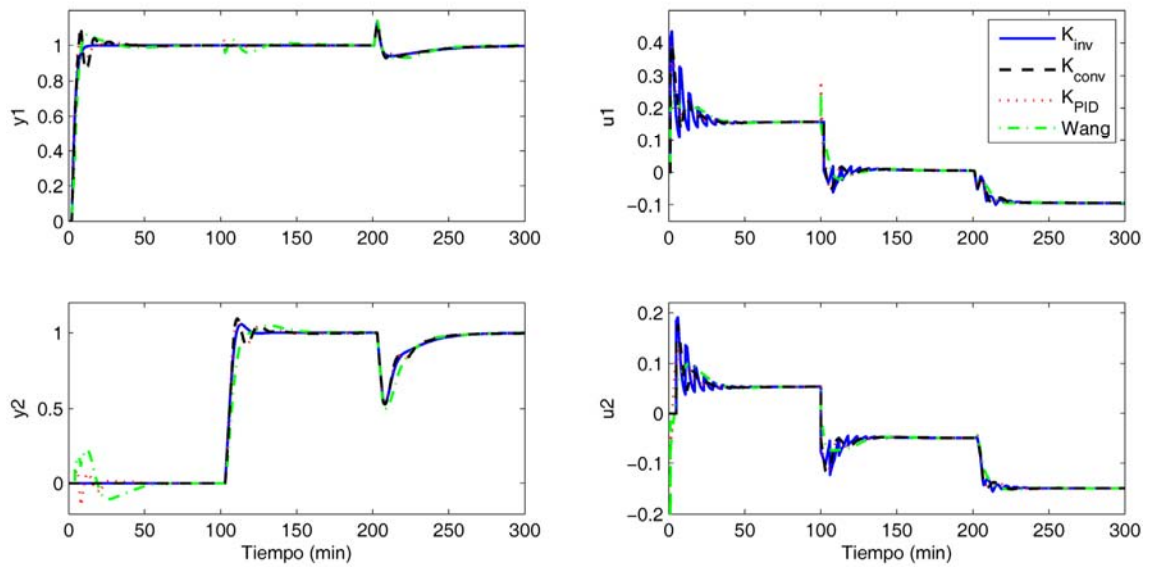


Figura 5.6: Salidas y señales de control en el ejemplo 5.1

Tanto el control por desacoplo implícito convencional como inverso consiguen un desacoplo perfecto; sin embargo, la respuesta del control por desacoplo inverso es mejor, con menos oscilaciones y menores IAE. Como desventaja, presenta unas señales de control más oscilatorias. La aproximación PID del control por desacoplo convencional obtiene prácticamente los mismos índices IAE, pero muestra algo de interacción en el segundo lazo de control. El control PID multivariable de Wang es el que presenta más interacción y mayores índices IAE.

Para evaluar la robustez de los controles, se lleva a cabo un análisis basado en el SSV y en presencia de incertidumbre multiplicativa diagonal a la entrada. Los pesos seleccionados en este ejemplo son

$$\begin{aligned}
 W_I(s) &= w_I(s) \cdot I = \frac{(0.1s+0.2)}{0.05s+1} \cdot I \\
 W_P(s) &= w_P(s) \cdot I = \frac{(s/2+0.005)}{s} \cdot I
 \end{aligned}
 \tag{5.53}$$

El peso $w_I(s)$ puede interpretarse como que la incertidumbre del proceso aumenta hasta un 200% a altas frecuencias y se reduce hasta casi un 20% en el rango de bajas frecuencias. El peso de desempeño a la salida $w_P(s)$ especifica acción integral y un pico máximo para $\bar{\sigma}(S)$ de $M_s = 2$. La Figura 5.7 muestra el SSV para estabilidad robusta (μ_{RS}) y desempeño robusto (μ_{RP}) de los diferentes controladores. En todos los

controles, μ_{RS} es claramente menor que uno para todas las frecuencias, lo que indica que el sistema seguirá siendo estable a pesar de una incertidumbre del 20% en cada entrada del proceso. Los valores pico aparecen en la Tabla 5.2.

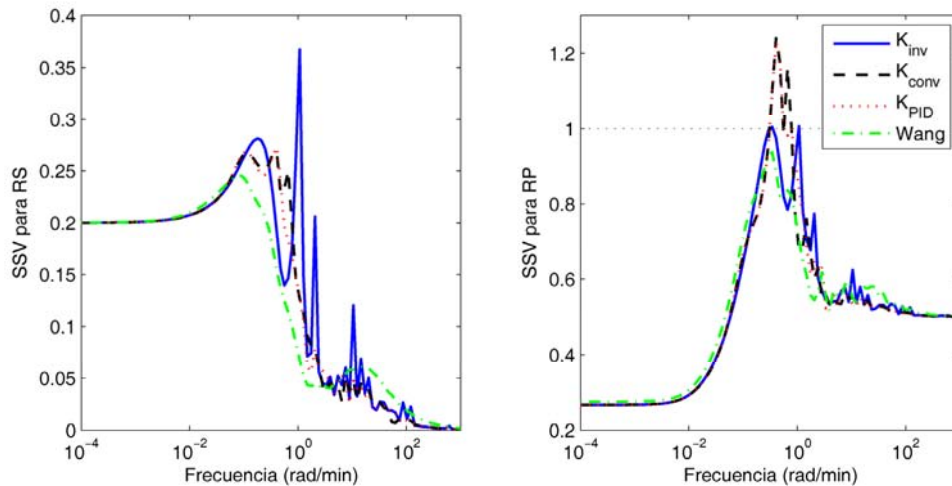


Figura 5.7: SSV para RS y RP en el ejemplo 5.1

En cuanto al desempeño robusto (RP), de los controles propuestos solo el control por desacoplo inverso satisface la condición RP, con un pico de μ_{RP} igual a 1 para los pesos especificados en (5.53). En los otros dos controladores por desacoplo convencional, la respuesta se deteriorará en el rango de frecuencias alrededor de 1 rad/s, donde aparecen los picos de μ_{RP} . Dichos valores se recogen en la Tabla 5.2. El control de Wang presenta el mejor desempeño robusto con un pico de 0.94. No obstante, como se ha comentado anteriormente, es el que muestra mayor interacción e índices IAE.

5.3.2. Ejemplo 5.2: proceso HVAC 4x4

Como ya se indicó en el apartado 3.3.4, este proceso es un sistema de calefacción, ventilación y aire acondicionado con cuatro salidas y cuatro entradas. Al igual que en ejemplo anterior, como su determinante no contiene ceros RHP, se puede aplicar el control centralizado por desacoplo implícito tanto convencional como inverso.

Debido a los retardos de la matriz del proceso, su determinante y los elementos de su matriz adjunta transpuesta no son racionales. Por tanto, para llevar a cabo el diseño del control por desacoplo convencional, es necesaria su aproximación. Para ello se utiliza el método descrito en el apartado 4.2.1. En la Figura 5.8 y la Figura 5.9 se

muestran los diagramas de Nyquist y los valores singulares de las aproximaciones alcanzadas en comparación con las repuestas en frecuencia originales. A la vista de estas figuras se puede concluir que la aproximación alcanzada consigue un buen ajuste. En concreto, el determinante se aproxima por una función racional de cuarto orden más retardo, mientras que todas las aproximaciones de la matriz adjunta son funciones de tercer orden más retardo. Ninguna de ellas contiene ceros.

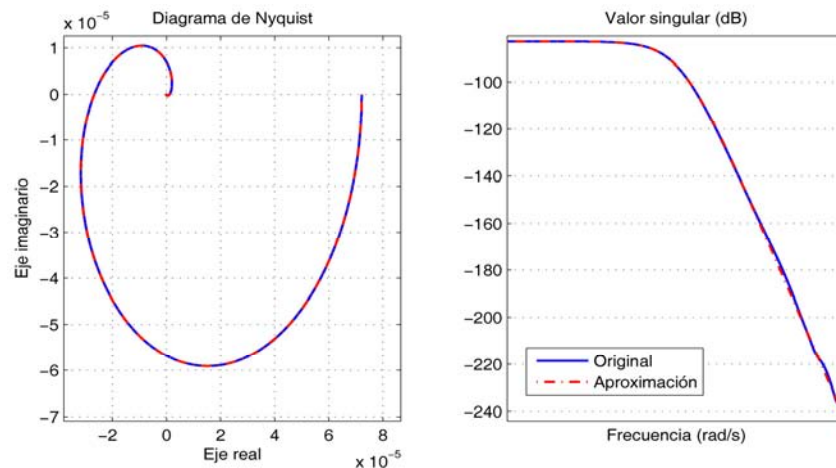


Figura 5.8: Diagrama de Nyquist y valor singular del determinante del proceso y su aproximación en el ejemplo 5.2

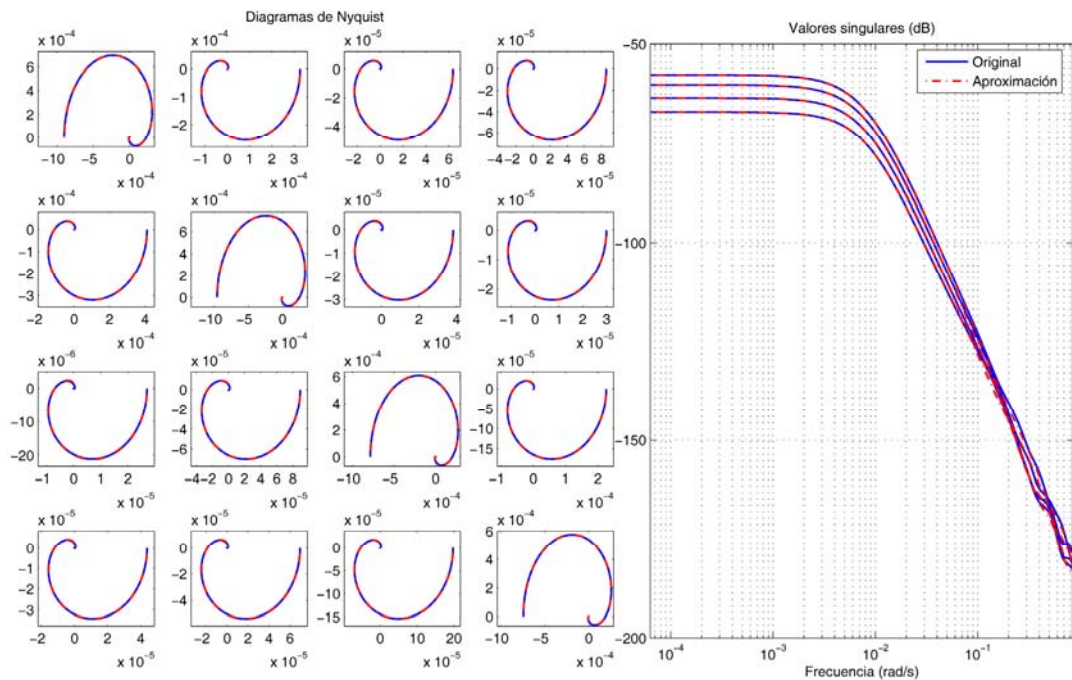


Figura 5.9: Diagramas de Nyquist y valores singulares de la matriz adjunta traspuesta y su aproximación en el ejemplo 5.2

Una vez que todas las funciones son racionales, se calcula la dinámica necesaria en los elementos $\bar{l}_j(s)$ para obtener un control realizable por desacoplo implícito convencional. En cuanto a los retardos de tiempo, según (5.4), se determina que los retardos mínimos a especificar son $\theta_1 = 17$, $\theta_2 = 16$, $\theta_3 = 16$ y $\theta_4 = 18$. En cuanto a los grados relativos, según (5.5), no hay que añadir ningún polo adicional.

Según el apartado 5.1.3, este ejemplo también se correspondería con el caso 1 de la Tabla 5.1, por lo que solo es necesario calcular las ganancias k_j en función de las especificaciones deseadas. En este caso concreto, se especifica un margen de ganancia igual a 5 en todos los lazos, por lo que usando (5.10) se obtienen los valores de las ganancias k_j . La matriz de funciones de transferencia en lazo abierto que se obtiene es:

$$L_H(s) = \text{diag} \left\{ \frac{0.01848e^{-17s}}{s}, \frac{0.01963e^{-16s}}{s}, \frac{0.01963e^{-16s}}{s}, \frac{0.01745e^{-18s}}{s} \right\}. \quad (5.54)$$

A continuación, aplicando (5.1), se alcanza el control por desacoplo implícito convencional. Como se obtienen elementos de orden cuarto, es aconsejable su reducción desde el punto de vista de implementación. Se han realizado dos clases de aproximación: una en la que los elementos se reducen a una estructura PI más un retardo de tiempo (K_{conv}), y otra, en la que se reducen a controladores PI (K_{PI}). Las matrices de estos controles vienen dadas por (5.55) y (5.56), respectivamente. En la Figura 5.10 se muestra la comparación de sus valores singulares con los del control original, comprobando que hay un buen ajuste en ambos casos.

$$K_{conv}(s) = \begin{pmatrix} -25.02 - \frac{0.23}{s} & \left(8.25 + \frac{0.089}{s}\right)e^{-10s} & \left(1.42 + \frac{0.017}{s}\right)e^{-15s} & \left(2.12 + \frac{0.021}{s}\right)e^{-13s} \\ \left(9.7 + \frac{0.105}{s}\right)e^{-9s} & -30.41 - \frac{0.26}{s} & \left(1.27 + \frac{0.0104}{s}\right)e^{-17s} & \left(1.03 + \frac{0.007}{s}\right)e^{-18s} \\ \left(0.95 + \frac{0.0069}{s}\right)e^{-15s} & \left(2.43 + \frac{0.024}{s}\right)e^{-18s} & -23.84 - \frac{0.214}{s} & \left(5.23 + \frac{0.055}{s}\right)e^{-10s} \\ \left(1.25 + \frac{0.0112}{s}\right)e^{-14s} & \left(2.06 + \frac{0.019}{s}\right)e^{-13s} & \left(5.32 + \frac{0.054}{s}\right)e^{-7s} & -21.86 - \frac{0.18}{s} \end{pmatrix} \quad (5.55)$$

$$K_{PI}(s) = \begin{pmatrix} -25.02 - \frac{0.23}{s} & 7.57 + \frac{0.089}{s} & 1.26 + \frac{0.017}{s} & 1.9 + \frac{0.021}{s} \\ 9 + \frac{0.105}{s} & -30.41 - \frac{0.26}{s} & 1.07 + \frac{0.0104}{s} & 0.88 + \frac{0.007}{s} \\ 0.84 + \frac{0.007}{s} & 1.98 + \frac{0.024}{s} & -23.84 - \frac{0.214}{s} & 4.74 + \frac{0.055}{s} \\ 1.09 + \frac{0.011}{s} & 1.87 + \frac{0.019}{s} & 5 + \frac{0.054}{s} & -21.86 - \frac{0.18}{s} \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

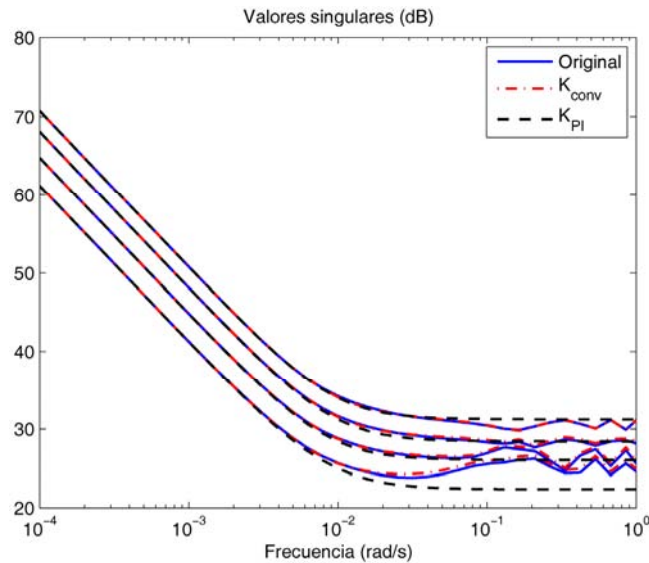


Figura 5.10: Valores singulares del control centralizado por desacoplo implícito convencional, de su aproximación $K_{conv}(s)$ y su aproximación a control PI multivariable en el ejemplo 5.2

Por otra parte, para realizar el diseño del control centralizado por desacoplo implícito inverso (K_{inv}) se utiliza la configuración 1-2-3-4, ya que según (5.37) es la única realizable sin necesidad de dinámica extra. Al igual que en el ejemplo anterior, como todos los elementos de la matriz del proceso $G_H(s)$ son sistemas de primer orden con retardo, se pueden usar las expresiones dadas en (5.47) y no es necesario realizar ninguna aproximación. Utilizando el mismo proceso en lazo abierto dado en (5.54), se obtienen las siguientes matrices de control Kd y Ko :

$$Kd(s) = \begin{pmatrix} -23.01 - \frac{0.189}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -27.75 - \frac{0.213}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22.71 - \frac{0.192}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20.69 - \frac{0.162}{s} \end{pmatrix}, \quad (5.57)$$

$$Ko(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1.948s}{149s+1} e^{-10s} & \frac{0.758s}{158s+1} e^{-15s} & \frac{0.92s}{155s+1} e^{-13s} \\ \frac{2.19s}{147s+1} e^{-9s} & 0 & \frac{0.56s}{156s+1} e^{-17s} & \frac{0.611s}{157s+1} e^{-18s} \\ \frac{0.61s}{153s+1} e^{-15s} & \frac{0.815s}{151s+1} e^{-18s} & 0 & \frac{1.681s}{146s+1} e^{-10s} \\ \frac{0.745s}{156s+1} e^{-14s} & \frac{0.859s}{159s+1} e^{-13s} & \frac{1.662s}{144s+1} e^{-7s} & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.58)$$

Tras haber llevado a cabo los dos diseños por desacoplo implícito, tanto convencional como inverso, se puede concluir que el control por desacoplo inverso es bastante más simple de calcular, sobre todo en sistemas de gran dimensión como éste.

A continuación, en la Figura 5.11 se muestra la comparación de la respuesta en lazo cerrado de los diseños anteriores. Se realiza la misma simulación que en el apartado 3.3.4. El desempeño de los tres diseños es bastante similar con un desacoplo prácticamente perfecto. Solo el control PI por desacoplo convencional K_{PI} presenta una poca interacción. Los índices IAE aparecen en la Tabla 5.3. El control por desacoplo inverso obtiene los menores valores al tener un desacoplo perfecto, mientras que el control PI multivariable muestra valores algo más elevados debido a la interacción. El control por desacoplo convencional K_{conv} , cuyos elementos tienen estructura PI más un retardo de tiempo, consigue mejores índices que este último. Luego en este ejemplo concreto, podría justificarse el uso de controladores PI con un retardo añadido para mantener un mejor desacoplamiento en comparación con el control PI multivariable.

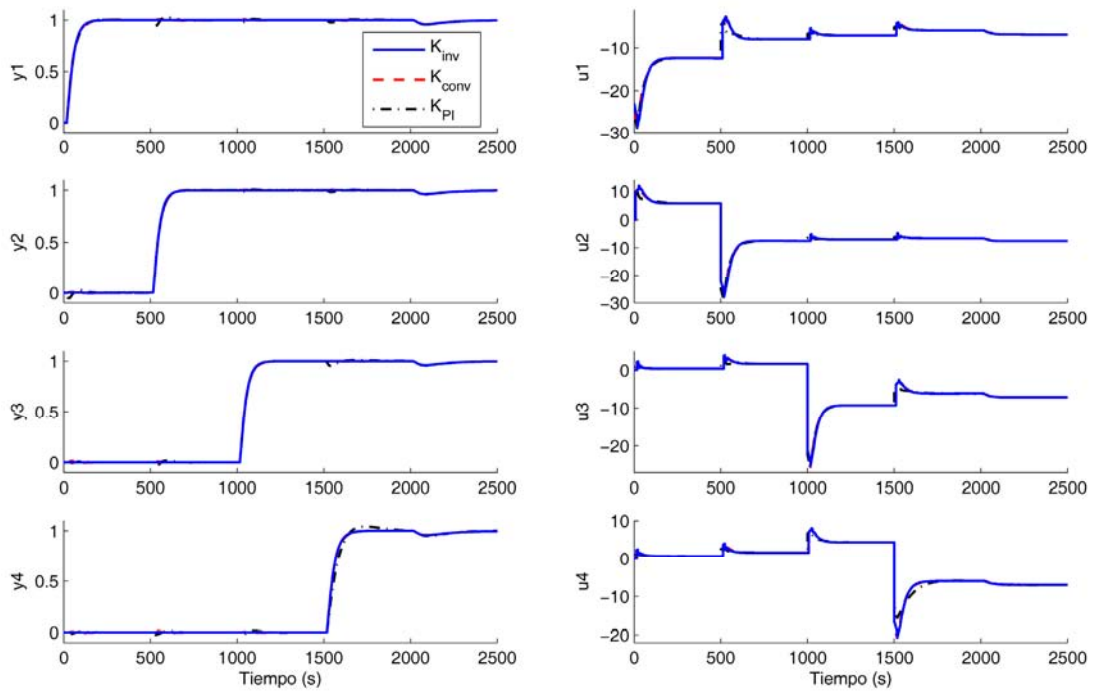


Figura 5.11: Salidas y señales de control en el ejemplo 5.2

En la Tabla 5.3 también se muestran los índices de desempeño de los métodos usados en el apartado 3.3.4: la propuesta de control mediante desacoplo inverso, el desacoplo normalizado de (Shen et al., 2010) y el control PI descentralizado basado en el método de (Lee et al., 2004). Aunque todos estos métodos muestran mayores valores de IAE que los controles propuestos en este capítulo, hay que decir que ello en parte es debido a que en su diseño se impuso el proceso aparente $Q_H(s)$ dado en (3.49), el cual limitaba la rapidez de respuesta para similares especificaciones de margen de ganancia y margen de fase en los lazos.

Tabla 5.3: Índices de desempeño y robustez en el ejemplo 5.2

| Método | IAE ₁ | IAE ₂ | IAE ₃ | IAE ₄ | μ_{RS} | μ_{RP} |
|--|------------------|------------------|------------------|------------------|------------|------------|
| Centralizado por desacoplo convencional K_{conv} | 65.3 | 60.5 | 61 | 68.3 | 0.27 | 1 |
| Centralizado PI multivariable K_{PI} | 70.4 | 65.2 | 66.4 | 87.2 | 0.28 | 0.99 |
| Centralizado por desacoplo inverso | 62.7 | 58.6 | 58.9 | 66.3 | 0.28 | 1.03 |
| Desacoplo inverso | 80.4 | 78.1 | 81.7 | 85.1 | 0.22 | 0.97 |
| Desacoplo normalizado | 87.2 | 84.5 | 87.9 | 90.7 | 0.24 | 1.04 |
| Lee | 99.9 | 99.1 | 95.2 | 95.8 | 0.41 | 1.22 |

Si se lleva a cabo un análisis de robustez en presencia de incertidumbre multiplicativa diagonal y usando los pesos dados en (3.50), se obtienen los valores de pico para RS y RP recogidos en la Tabla 5.3. Los tres controles muestran similares resultados, con valores cercanos también a los de las metodologías expuestas en el apartado 3.3.4.

5.4. CONCLUSIONES

En este capítulo se han desarrollado dos metodologías de control centralizado que se enmarcan en el control por desacoplo implícito: el control por desacoplo convencional y el control por desacoplo inverso. En ambos casos, se ha presentado la formulación generalizándola a procesos $n \times n$. Se han enunciado las condiciones de realizabilidad para cada una de ellas, y se han mostrado en mayor detalle las expresiones generales para sistemas 2×2 . Después, se ha propuesto una aproximación a control PID multivariable. Por último, han sido aplicadas a dos ejemplos de diferente dimensión.

La propuesta de control por desacoplo convencional se puede resumir en los siguientes pasos:

- Calcular un control por desacoplo con acción integral que minimice la interacción, que consiga un error de posición nulo y que sea estable y realizable.
- Ajustar las ganancias k_j para alcanzar las especificaciones deseadas.
- Aproximar los elementos de control por controladores PID. Las ganancias k_j se pueden usar como grados de libertad en cada lazo para modificar las especificaciones deseadas.
- Comprobar la estabilidad y el desempeño del control diseñado.

De forma similar, la propuesta de control por desacoplo inverso se puede resumir en los siguientes pasos:

- Estudiar la realizabilidad de cada configuración y determinar la dinámica extra necesaria para cada una. Escoger una configuración que sea realizable.
- Ajustar las ganancias k_j para alcanzar las especificaciones deseadas y obtener los procesos en lazo abierto deseados.

- Calcular los elementos de control, y si es necesario, aproximarlos por controladores PID (los de la matriz Kd) o redes de adelanto-retraso con acción derivativa más retardo de tiempo (los de la matriz Ko).
- Comprobar la estabilidad y el desempeño del control diseñado.

Las principales ventajas de las dos metodologías propuestas en comparación con aquellas basadas en redes de desacoplo y presentadas en los capítulos 3 y 4 son: la facilidad para seleccionar las especificaciones deseadas a partir de sencillas funciones de transferencia en lazo abierto, y la forma más directa de llevar a cabo el diseño. Como desventaja, se pierde parte de la mayor flexibilidad que ofrecían las redes de desacoplo en cuanto a la posibilidad de usar diferentes controles descentralizados sin modificar las redes anteriores, y por tanto, manteniendo el mismo nivel de desacoplamiento.

Aunque las dos metodologías propuestas en este capítulo se basan en la especificación de funciones de transferencia deseadas en lazo abierto de igual simplicidad, se ha comprobado que el cálculo de los elementos de control por desacoplo inverso es mucho más sencillo que en el control por desacoplo convencional. Además, dichos elementos de control resultan siempre igual de simples independientemente del tamaño del sistema. Esta es una importante ventaja en comparación con el control por desacoplo convencional, donde suele ser necesario llevar a cabo varias aproximaciones en sistemas con retardo; y donde la complejidad de los elementos de control aumenta con el tamaño del sistema. Además, el control por desacoplo inverso presenta ciertas ventajas prácticas desde el punto de vista de implementación.

Por lo anterior, se concluye que es preferible usar la metodología de control centralizado por desacoplo inverso cuando sea posible. Aun así, hay que tener en cuenta dos posibles problemas: en primer lugar, al igual que el desacoplo inverso, no se puede aplicar a procesos con ceros RHP en su determinante. En segundo lugar, hay que prestar atención al filtrado de los elementos con acción derivativa pura de la matriz Ko . Cuando hay problemas por alguna de las razones anteriores, es necesario usar el control por desacoplo convencional, el cual estaría justificado a pesar de su mayor complejidad de cálculo

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

En este último capítulo se hace un resumen de las conclusiones obtenidas en los capítulos precedentes, así como de las aportaciones producidas. Además, se exponen posibles líneas de trabajo futuro.

6.1. CONCLUSIONES GENERALES

Este trabajo supone una aportación a los sistemas de control multivariable basados en el control por desacoplo, ya que se han desarrollado e implementado nuevas metodologías de control enmarcadas en dicho contexto. Su efectividad ha sido verificada, en comparación con técnicas de otros autores, en varios procesos de simulación y en una planta experimental de laboratorio de tanques acoplados. Esta última planta ha sido implementada durante el desarrollo de la presente tesis para poder evaluar las metodologías propuestas; su descripción detallada se recoge en el Apéndice B.

Para el desarrollo de dichos métodos se ha asumido que se trabaja con sistemas de control con un grado de libertad y realimentación unitaria, donde los procesos a controlar son sistemas cuadrados que se representan mediante una matriz de funciones de transferencia sin polos en el semiplano derecho del plano complejo.

Para desarrollar las nuevas metodologías propuestas, el problema de control se ha abordado con dos enfoques diferentes: usando una red de desacoplo y un controlador diagonal, o utilizando un controlador puramente centralizado. De esta forma, el capítulo 3 se ha centrado en el desacoplo inverso, el capítulo 4 en el desacoplo simplificado, y el capítulo 5 en el control centralizado por desacoplo. Las aportaciones y conclusiones más destacadas en cada uno de ellos se pueden resumir como sigue:

1. En el desacoplo inverso:

- Se ha presentado una generalización del desacoplo inverso para procesos $n \times n$. Hasta ahora solo se habían desarrollado trabajos para el caso 2×2 , y aun así con una formulación muy limitada. Mediante la forma propuesta de abordar el desacoplo inverso se obtiene una formulación que presenta mayor flexibilidad a la hora de especificar los elementos de desacoplamiento y los procesos aparentes desacoplados. Una de las principales aportaciones es la demostración de que la simplicidad de los elementos de desacoplamiento, así como de los procesos aparentes desacoplados, es independiente del tamaño del sistema. Esta es una gran ventaja en comparación con otros métodos de desacoplo cuyo diseño resulta más complejo a medida que el tamaño del sistema aumenta, siendo generalmente necesario realizar aproximaciones. Además, la simplicidad de los procesos aparentes obtenidos facilita la sintonía de controladores PID descentralizados. Por todo lo anterior, se puede concluir que la metodología propuesta para diseñar un sistema de control con desacoplo inverso presenta importantes ventajas de diseño.
- Se ha presentado un estudio generalizado a sistemas $n \times n$ de las condiciones de realizabilidad y de las posibles configuraciones para aplicar el desacoplo inverso. Una de sus principales desventajas es que por razones de estabilidad, no se puede aplicar a procesos con ceros RHP en el determinante. En estos casos hay que recurrir a las redes convencionales.
- Se ha llevado a cabo un estudio detallado de las principales ventajas prácticas que presenta el desacoplo inverso cuando los elementos no nulos de la matriz $Dd(s)$ se fijan a la unidad. Dichas ventajas se han verificado experimentalmente. Se ha comprobado que problemas como *bumpless transfer* y *anti-windup* son mucho más fáciles de solucionar, en comparación con las redes de desacoplamiento convencionales. Se ha confirmado que cuando las salidas de los elementos de desacoplamiento se usan como señales de referencia en controladores en cascada a un nivel inferior, cada lazo de control desacoplado es inmune a anomalías en los secundarios de los otros lazos. Además, a diferencia de otras redes de desacoplamiento, los parámetros de los controladores no

necesitan ser cambiados cuando se desactiva algún elemento de la red, ya que el proceso aparente sigue siendo el mismo.

Tanto por las ventajas de diseño como por las ventajas prácticas que se acaban de comentar, se puede afirmar que el desacoplo inverso es una metodología que podría permitir la mejora del rendimiento de varios procesos industriales multivariables con problemas de interacción y que actualmente se regulan con un control descentralizado PID (el cual, en multitud de ocasiones es ajustado para el proceso $g_{ij}(s)$ correspondiente sin tener en cuenta la interacción). Gracias a su facilidad de implementación y conseguir *bumpless transfer*, sería muy sencillo alternar entre un control descentralizado y otro centralizado (con el desacoplo inverso), sin tener que modificar los parámetros de los controladores PID.

2. En el desacoplo simplificado:

- Se ha presentado una generalización del desacoplo simplificado para procesos $n \times n$. A partir de un enfoque matricial, se ha demostrado que hay diferentes configuraciones en función de los n elementos de la red de desacoplo que se hagan iguales a la unidad. Cada configuración da lugar a un conjunto diferente de elementos en la red de desacoplamiento y en el proceso aparente desacoplado.
- Se ha propuesto la selección de la configuración más conveniente atendiendo a diversos aspectos como la complejidad o realizabilidad de los elementos de desacoplo, o la respuesta o especificaciones alcanzables de los procesos aparentes correspondientes.
- Se ha presentado un estudio de las condiciones de realizabilidad para cada configuración, y se han mostrado en mayor detalle las expresiones generales para sistemas 2×2 y 3×3 .
- Se ha añadido esta metodología, para el caso de procesos 2×2 , a la aplicación de simulación *TITO tool*, la cual está desarrollada en Matlab.

- A partir de la metodología anterior, se ha derivado la formulación de control centralizado por desacoplo simplificado explícito, el cual, tras una reducción, es propuesto como un control PID multivariable.

Aunque estas metodologías resultan más difíciles de aplicar que el desacoplo inverso en procesos de gran dimensión, su utilización está justificada en aquellos procesos con ceros RHP multivariables, donde el desacoplo inverso no se pueda aplicar. No obstante, hay que mencionar que estas metodologías pueden no funcionar bien con ciertos procesos de gran dimensión con retardos de tiempo, donde algunos de los elementos a aproximar no se ajustan correctamente por funciones de transferencia racionales más retardo de tiempo en el rango de frecuencias de interés, y por tanto, se cometa un gran error de aproximación que produzca una respuesta muy deteriorada.

3. En el control centralizado por desacoplo implícito:

- Se ha desarrollado una metodología de control por desacoplo implícito convencional para procesos $n \times n$. Su principal ventaja está en la facilidad para seleccionar las especificaciones deseadas a partir de sencillas funciones de transferencia en lazo abierto, y la forma más directa de llevar a cabo el diseño, en comparación con las metodologías basadas en redes de desacoplo. Aun así a medida que el tamaño del sistema aumenta es necesario realizar aproximaciones o reducciones de modelos.
- Se ha presentado un estudio de las condiciones que deben cumplir las funciones de transferencia deseadas en lazo abierto para conseguir realizabilidad en el sistema de control. En cuanto al ajuste de las especificaciones, se han estudiado tres de los casos más comunes que se pueden presentar.
- Para su implementación se ha propuesto una aproximación PID multivariable.
- Se ha propuesto un nuevo esquema de control centralizado por desacoplo, a partir de la estructura del desacoplo inverso, y se ha desarrollado una metodología de control asociada a él para procesos $n \times n$: el control por desacoplo implícito inverso. Mediante este método, el cálculo de los elementos de control es mucho más sencillo que en el control por desacoplo convencional;

y además, resultan elementos igual de simples independientemente del tamaño del sistema.

- Como en la metodología previa de control por desacoplo implícito convencional, se han presentado las condiciones que deben cumplir las funciones de transferencia deseadas en lazo abierto para conseguir realizabilidad. Como desventaja, al igual que el desacoplo inverso, esta estructura de control resulta inestable en procesos con ceros RHP multivariables.

Además de las contribuciones anteriores, cabe destacar lo siguiente:

- Se ha desarrollado un método de aproximación en el dominio de la frecuencia por mínimos cuadrados. Dicho método se usa en varias de las metodologías propuestas para aproximar el determinante o los adjuntos que pueden surgir en procesos con retardos. Además, a partir de él también se ha propuesto un método de aproximación PID.
- En algunas de las metodologías propuestas, como el control centralizado por desacoplo simplificado explícito o el control por desacoplo implícito convencional, el controlador final se aproxima por un control PID multivariable. Para dichos casos, se ha propuesto un nuevo esquema de protección *anti-windup* para cuando hay restricciones en las señales de control. Dicho esquema se basa en la idea de usar un solo integrador común por cada señal de entrada al proceso.

6.2. TRABAJO FUTURO

Para finalizar, en este apartado se apuntan posibles líneas de continuación de la investigación desarrollada en este trabajo:

- Aplicación de las diferentes metodologías propuestas en procesos industriales reales. Por ahora, se han establecido contactos con la compañía Petronor del grupo Repsol, y la compañía belga Laborelec especializada en procesos relacionados con la energía y aplicaciones energéticas. Ambas han mostrado interés en los métodos propuestos.

- Actualmente, el doctorando participa en el proyecto de Excelencia de la Junta de Andalucía P10-TEP-6056 “Diseño de sistemas de control multivariables mediante redes de desacoplo: aplicación al control de aerogeneradores”. Se pretende aplicar las metodologías desarrolladas en la presente tesis a diferentes modelos de aerogeneradores a lo largo de las tres fases de ejecución del proyecto. En primer lugar, se está trabajando en simulación con un modelo de aerogenerador residencial de 3 kW con generador eléctrico síncrono de rotor bobinado, donde se controla la velocidad y la potencia generada actuando sobre el ángulo de inclinación de las palas y la corriente de campo del generador. En segundo lugar, se va a utilizar un aerogenerador experimental modelo EOLICC de pequeña potencia (2 kW) que ha sido adquirido recientemente. En tercer lugar, en relación con este proyecto ha surgido el contacto con la empresa pública CENER (Centro Nacional de Energías Renovables) dependiente del CIEMAT, y más en concreto con el Departamento de Energía Eólica. La empresa va a ceder el modelo linealizado en torno a varios puntos de trabajo de un aerogenerador real, para el cual se diseñarán controladores siguiendo las metodologías propuestas. Dichos controles serán codificados posteriormente, siguiendo la especificación del CENER, para que puedan implementarse en sus instalaciones de Navarra.

- Como ya se ha comentado, el desacoplo inverso resulta inestable en procesos cuyo determinante contiene ceros RHP. Aun así, debido a sus importantes ventajas prácticas de implementación, sería interesante poder aplicar también dicha estructura de desacoplo a estos sistemas aunque no se obtuviera un desacoplo perfecto. Ello estaría justificado siempre y cuando se mejorase el desempeño respecto a un control descentralizado y se pudiera relajar en cierta medida el desacoplamiento de algunos lazos. En este contexto, se podría investigar de qué manera modificar ciertos elementos de desacoplamiento para poder aplicar la estructura de desacoplo inverso sacrificando el desacoplo perfecto pero asegurando la estabilidad de la red y un desempeño aceptable.

- En relación con el anterior, analizar el uso del desacoplo inverso en estado estacionario en comparación con otros desacoplos estáticos. En estado estacionario, los elementos del desacoplo inverso serán ganancias y por tanto, se

podrá usar aunque el determinante del proceso tenga ceros RHP. Además, se mantendrán varias de sus ventajas prácticas.

- Usar el desacoplo inverso en el esquema de control del predictor de Smith multivariable, así como en esquemas de control IMC multivariables. Por su sencillez de diseño y la simplicidad de los procesos aparentes desacoplados, podría simplificar considerablemente el diseño de los esquemas anteriores en procesos multivariables con retardos de tiempo.
- Profundizar en el estudio del esquema de protección *anti-windup* propuesto para controladores PID multivariables.
- Estudiar posibles esquemas de control por desacoplo usando un esquema con dos grados de libertad o con ponderación de las referencias, para así intentar mejorar el rechazo de perturbaciones.
- Desarrollar metodologías de autosintonía para el desacoplo inverso. Si no hay que añadir dinámica extra para aplicar dicho desacoplo y los elementos de la matriz Dd son iguales a la unidad, los elementos del proceso aparente coinciden con elementos del proceso original, para los cuales se podrían usar métodos de autosintonía monovariables para sintonizar sus correspondientes controladores descentralizados. Posteriormente, solo sería necesario obtener información sobre los otros elementos del proceso para ajustar los elementos de desacoplo de la matriz Do .
- Añadir a la herramienta *TITO tool* el desacoplo inverso y las dos metodologías de control centralizado por desacoplo implícito.

BIBLIOGRAFÍA

- ÅSTRÖM, K. & HÄGGLUND, T. 2006. *Advanced PID control*, Research Triangle Park, North Carolina, ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society.
- ÅSTRÖM, K. J. & HÄGGLUND, T. 1984. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. *Automatica*, 20, 645-651.
- ÅSTRÖM, K. J., JOHANSSON, K. H. & WANG, Q. G. 2002. Design of decoupled PI controllers for two-by-two systems. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 149, 74-81.
- BELL, R. D. & ÅSTRÖM, K. J. 1987. Dynamic Models for Boiler-Turbine-Alternator Units: Data Logs and Parameter Estimation for a 160 MW Unit. Lund, Sweden: Lund Institute of Technology.
- BRAMBILLA, A. & D'ELIA, L. 1992. Multivariable Controller for Distillation Columns in the Presence of Strong Directionality and Model Errors. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 31, 536-543.
- BRISTOL, E. H. 1966. On a New Measure of Interaction for Multivariable Process Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11, 133-134.
- CAI, W. J., NI, W., HE, M. J. & NI, C. Y. 2008. Normalized decoupling - a new approach for MIMO process control system design. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47, 7347-7356.
- CAO, Y. & BISS, D. 1996. New screening techniques for choosing manipulated variables. *Proceedings of the 13th IFAC World Congress*. San Francisco, USA.
- CASTELO, G., GARRIDO, J. & VÁZQUEZ, F. 2008. Ajuste, configuración y control de cuatro tanques acoplados. *XXIX Jornadas de Automática*. Tarragona.
- CHEN, P. & ZHANG, W. 2007. Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes. *ISA Transactions*, 46, 199-210.
- DESHPANDE, P. B. 1989. *Multivariable Process Control*, North Carolina, Instrument Society of America.
- GAGNON, E., POMERLEAU, A. & DESBIENS, A. 1998. Simplified, ideal or inverted decoupling? *ISA Transactions*, 37, 265-276.

- GARDUNO-RAMIREZ, R. & LEE, K. Y. 2005. Compensation of control-loop interaction for power plant wide-range operation. *Control Engineering Practice*, 13, 1475-1487.
- GARRIDO, J., MORILLA, F. & VÁZQUEZ, F. 2009. Centralized PID control by decoupling of a boiler-turbine unit. *Proceedings of the 10th European Control Conference*. Budapest, Hungary: EUCA.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2008. Control PID 3x3 de un grupo caldera turbina. *XXIX Jornadas de Automática*. Tarragona.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2010a. Centralized Inverted Decoupling for TITO Processes. *Proceedings of the 15th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*. Bilbao, Spain.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2010b. Desacoplo inverso generalizado para procesos TITO. *XXXI Jornadas de Automática*. Jaén.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2011a. An extended approach of inverted decoupling. *Journal of Process Control*, 21, 55-68.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2011b. Generalized Inverted Decoupling for TITO Processes. *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*. Milano, Italy.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2012a. Centralized multivariable control by simplified decoupling. *Journal of Process Control*, 22, 1044-1066.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2012b. Diseño de sistemas de control multivariable por desacoplo con controladores PID. *X Simposio CEA de Ingeniería de Control*. Barcelona, Spain.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2012c. Multivariable PID Control by Inverted Decoupling: Application to the Benchmark PID 2012. *IFAC Conference on Advances in PID Control PID'12*. Brescia, Italy.
- GARRIDO, J., VÁZQUEZ, F., MORILLA, F. & HÄGGLUND, T. 2011c. Practical advantages of inverted decoupling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 225, 977-992.
- GILBERT, A. F., YOUSEF, A., NATARAJAN, K. & DEIGHTON, S. 2003. Tuning of PI controllers with one-way decoupling in 2x2 MIMO systems based on finite frequency response data. *Journal of Process Control*, 13, 553-567.
- GONZÁLEZ, M. E., GARRIDO, J., MORILLA, F. & VÁZQUEZ, F. 2011a. Control Multivariable Centralizado con Desacoplo y Compensación Feedforward para Aerogeneradores Residenciales. *XXXII Jornadas de Automática*. Sevilla.
- GONZÁLEZ, M. E., GARRIDO, J., MORILLA, F. & VÁZQUEZ, F. 2011b. Multivariable Centralized Control with Decoupling and Feedforward

- Compensation for Residential Wind Turbine. *Proceedings of 18th IFAC World Congress*. Milano, Italy.
- GOODWIN, G. C., GRAEBE, S. F. & SALGADO, M. E. 2001. *Control System Design*, New Jersey, USA, Prentice-Hall.
- HÄGGLUND, T. & ÅSTRÖM, K. J. 2004. Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control*, 14, 635-650.
- HALEVI, Y., PALMOR, Z. J. & EFRATI, T. 1997. Automatic tuning of decentralized PID controllers for MIMO processes. *Journal of Process Control*, 7, 119-128.
- HE, M.-J., CAI, W.-J. & WU, B.-F. 2006. Design of decentralized IMC-PID controller based on dRI analysis. *AIChE Journal*, 52, 3852-3863.
- HO, W. K., HANG, C. C. & CAO, L. S. 1995. Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications. *Automatica*, 31, 497-502.
- HO, W. K. & XU, W. 1998. Multivariable PID Controller Design Based on the Direct Nyquist Array Method. *Proceedings of the American Control Conference*. Philadelphia, USA.
- HOVD, M., BRAATZ, R. D. & SKOGESTAD, S. 1997. SVD controllers for H_2 , H_∞ and μ -optimal control. *Automatica*, 33, 433-439.
- HUANG, H. P., JENG, J. C., CHIANG, C. H. & PAN, W. 2003. A direct method for multi-loop PI/PID controller design. *Journal of Process Control*, 13, 769-786.
- HUANG, H. P. & LIN, F. Y. 2006. Decoupling Multivariable Control with Two Degrees of Freedom. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45, 3161-3173.
- JEVTOVIC, B. T. & MATAUSEK, M. R. 2010. PID controller design of TITO system based on ideal decoupler. *Journal of Process Control*, 20, 869-876.
- JOHANSSON, K. H. 2000. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8, 456-465.
- JOHANSSON, K. H., HORCH, A., OLLE, W. & HANSSOM, A. 1999. Teaching multivariable control using the quadruple-tank process. *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. Phoenix, USA.
- LEE, J., KIM, D. H. & EDGAR, T. F. 2005. Static Decouplers for Control of Multivariable Processes. *AIChE Journal*, 51, 2712-2720.
- LEE, M., LEE, K., KIM, C. & LEE, J. 2004. Analytical design of multiloop PID controllers for desired closed-loop responses. *AIChE Journal*, 50, 1631-1635.
- LIESLEHTO, J. 1996. MIMO controller design using SISO controller design methods. *Proceeding of the 13th IFAC World Congress*. San Francisco, USA.

- LIU, T., ZHANG, W. & GAO, F. 2007. Analytical decoupling control strategy using a unity feedback control structure for MIMO processes with time delays. *Journal of Process Control*, 17, 173-186.
- LUAN VU, T. N. & LEE, M. 2010. Independent design of multi-loop PI/PID controllers for interacting multivariable processes. *Journal of Process Control*, 20, 922-933.
- LUYBEN, W. L. 1986. Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 25, 654-660.
- MACIEJOWSKI, J. M. 1989. *Multivariable Feedback Design*, Wokingham, United Kingdom, Addison-Wesley.
- MARLIN, T. E. 1995. *Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*, New York, McGraw-Hill.
- MCAVOY, T. J. 1983. *Interaction analysis: Principles and applications*, North Carolina, Instrument Society of America.
- MENANI, S. & KOIVO, H. N. 1996. Relay tuning of multivariable PI controllers. *Proceedings of the 13th IFAC World Congress*. San Francisco, USA.
- MORILLA, F. & DORMIDO, S. 2000. Methodologies for the tuning of PID controllers in the frequency domain. *PID'00 IFAC Workshop on Digital Control: Past, present and future of PID Control*. Terrassa, Spain.
- MORILLA, F., GARRIDO, J. & VÁZQUEZ, F. 2009. Anti-windup coordination strategy for multivariable PID control. *Proceedings of the 14th IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*. Mallorca, Spain.
- MORILLA, F., VÁZQUEZ, F. & GARRIDO, J. 2007. Control centralizado PID 2x2 por desacoplo. *XXVIII Jornadas de Automática*. Huelva.
- MORILLA, F., VÁZQUEZ, F. & GARRIDO, J. 2008. Centralized PID control by decoupling for TITO processes. *Proceedings of the 13th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*. Hamburg, Germany.
- NIE, Z. Y., WANG, Q. G., WU, M. & HE, Y. 2011. Tuning of multi-loop PI controllers based on gain and phase margin specifications. *Journal of Process Control*, 21, 1287-1295.
- NIEDERLINSKI, A. 1971. A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting control systems. *Automatica*, 7, 691-701.
- NISSINEN, A., KOIVO, H. N. & HUHTELIN, T. 1996. Multivariable PI control of industrial paper machine headboxes. *Proceedings of 13th IFAC World Congress*. San Francisco, USA.

- NORDFELDT, P. 2005. *PID Control of TITO Systems*. Licentiate Thesis, Lund University.
- NORDFELDT, P. & HÄGGLUND, T. 2006. Decoupler and PID controller design of TITO systems. *Journal of Process Control*, 16, 923-936.
- O'DWYER, A. 2006. *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*, London, Imperial College Press.
- OGUNNAIKE, B. A. & HARMON RAY, W. 1994. *Process Dynamics, Modelling and Control*, Oxford, Oxford University Press.
- PALMOR, Z. J., HALEVI, Y. & KRASNEY, N. 1995. Automatic Tuning of Decentralized PID Controllers for TITO Processes. *Automatica*, 31, 1001-1010.
- PINTELON, R., GUILLAUME, P., ROLAIN, Y., SCHOUKENS, J. & VAN HAMME, H. 1994. Parametric identification of transfer functions in the frequency domain - A survey. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39, 2245-2260.
- RIVERA, D. E., MORARI, M. & SKOGESTAD, S. 1986. Internal model control. 4. PID controller design. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 25, 252-265.
- ROSENBROCK, H. H. 1974. *Computer-aided control system design*, London, Academic Press.
- SHEN, Y., CAI, W. J. & LI, S. 2010. Normalized decoupling control for high-dimensional MIMO processes for application in room temperature control HVAC systems. *Control Engineering Practice*, 18, 652-664.
- SHINSKEY, F. G. 1979. *Process Control Systems: Application, Design and Adjustment*, New York, McGraw-Hill.
- SHIU, S.-J. & HWANG, S.-H. 1998. Sequential Design Method for Multivariable Decoupling and Multiloop PID Controllers. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 37, 107-119.
- SKOGESTAD, S. & HAVRE, K. 1996. The use of RGA and condition number as robustness measures. *Computers & Chemical Engineering*, 20, S1005-S1010.
- SKOGESTAD, S. & MORARI, M. 1987. Implications of Large RGA Elements on Control Performance. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 26, 2323-2330.
- SKOGESTAD, S., MORARI, M. & DOYLE, J. C. 1988. Robust Control of Ill-Conditioned Plants: High Purity Distillation. *IEEE Transactions on Automatic Control* 33, 1092-1105.
- SKOGESTAD, S. & POSTLETHWAITE, I. 2005. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, Chichester, England, John Wiley & sons.

- TAVAKOLI, S., GRIFFIN, I. & FLEMING, P. J. 2006. Tuning of decentralised PI (PID) controllers for TITO processes. *Control Engineering Practice*, 14, 1069-1080.
- THEORIN, A. 2007. *Implementation of an Autotunable Decoupling TITO Controller*. Master Thesis, Lund University.
- TOH, K.-A. & DEVANATHAN, R. 1993. An expert autotuner for multiloop SISO controllers. *Control Engineering Practice*, 1, 999-1008.
- TYREUS, B. D. 1979. Multivariable control system design for an industrial distillation column. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 18, 177-182.
- VÁZQUEZ, F. 2001. *Diseño de Controladores PID para Sistemas MIMO con Control Descentralizado*. Doctoral dissertation, UNED.
- VÁZQUEZ, F., GONZÁLEZ, M. E., GARRIDO, J. & MORILLA, F. 2012. Control Multivariable: aplicación al control de un aerogenerador. *X Simposio CEA de Ingeniería de Control*. Barcelona, Spain.
- VÁZQUEZ, F. & MORILLA, F. 2002. Tuning decentralized PID controllers for MIMO systems with decouplers. *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*. Barcelona, Spain.
- VÁZQUEZ, F., MORILLA, F. & DORMIDO, S. 1998. Entorno para simulación, análisis y sintonía de sistemas de control descentralizado 2x2. *XIX Jornadas de Automática*. Madrid.
- VÁZQUEZ, F., MORILLA, F. & DORMIDO, S. 1999. An iterative method for tuning decentralized PID controllers. *Proceedings of the 14th IFAC World Congress*. Beijing, China.
- VRANCIC, D. 2011. Design of MIMO controllers with inverted decoupling. *Proceedings of 8th Asian Control Conference*. Kaohsiung, Taiwan.
- WADE, H. L. 1997. Inverted decoupling: A neglected technique. *ISA Transactions*, 36, 3-10.
- WALLER, K. V. T. 1974. Decoupling in distillation. *AIChE Journal*, 20, 592-594.
- WALLER, M., WALLER, J. B. & WALLER, K. V. 2003. Decoupling Revisited. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 42, 4575-4577.
- WANG, Q. G. 2003. *Decoupling Control*, Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag.
- WANG, Q. G., HANG, C. C. & ZOU, B. 1996. A frequency response approach to auto-tuning of multivariable PID controllers. *Proceeding of the 13th IFAC World Congress*. San Francisco, USA.

- WANG, Q. G., HUANG, B. & GUO, X. 2000. Auto-tuning of TITO decoupling controllers from step tests. *ISA Transactions*, 39, 407-418.
- WANG, Q. G., ZHANG, Y. & CHIU, M. S. 2002. Decoupling internal model control for multivariable systems with multiple time delays. *Chemical Engineering Science*, 57, 115-124.
- WANG, Q. G., ZHANG, Y. & CHIU, M. S. 2003. Non-interacting control design for multivariable industrial processes. *Journal of Process Control*, 13, 253-265.
- WANG, Q. G., ZOU, B., LEE, T. H. & BI, Q. 1997. Auto-tuning of multivariable PID controllers from decentralized relay feedback. *Automatica*, 33, 319-330.
- WOOD, R. K. & BERRY, M. W. 1973. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, 28, 1707-1717.
- XIONG, Q. & CAI, W.-J. 2006. Effective transfer function method for decentralized control system design of multi-input multi-output processes. *Journal of Process Control*, 16, 773-784.
- XIONG, Q., CAI, W. J. & HE, M. J. 2007. Equivalent transfer function method for PI/PID controller design of MIMO processes. *Journal of Process Control*, 17, 665-673.
- ZHANG, W., CHEN, L. & OU, L. 2006. Algebraic Solution to H₂ Control Problems. II. The Multivariable Decoupling Case. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45, 7163-7176.
- ZHANG, Y., WANG, Q. G. & ÅSTRÖM, K. J. 2002. Dominant pole placement for multi-loop control systems. *Automatica*, 38, 1213-1220.
- ZHENG, J., GUO, G. & WANG, Y. 2004. Feedforward decoupling control design for dual-actuator system in hard disk drives. *IEEE Transactions on Magnetics*, 40, 2080-2082.
- ZHU, Z.-X. 1996. Variable Pairing Selection Based on Individual and Overall Interaction Measures. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 35, 4091-4099.
- ZHUANG, M. & ATHERTON, D. P. 1994. PID controller design for a TITO system. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 141, 111-120.

APÉNDICE A: BANCO DE PROCESOS

En este Apéndice se describen los diferentes procesos multivariables utilizados en los ejemplos de la presente tesis y con los que se han puesto a prueba las metodologías propuestas. Son sistemas de diferentes dimensiones: 2×2 , 3×3 y 4×4 . En todos ellos se dispone de la matriz de funciones de transferencia, ya sea la facilitada por los autores, en la mayoría de los casos, o la obtenida expresamente para este trabajo de tesis, como linealización o identificación de sus dinámicas en un punto de trabajo. Para estudiar las dificultades de control asociadas a procesos MIMO (interacción, direccionalidad, ceros RHP multivariables), se analizan aspectos tales como los valores singulares, el número de condición y la RGA.

A.1. Proceso de Niederlinski

Este proceso originalmente propuesto por (Niederlinski, 1971) es uno de los procesos 2×2 más citados en la bibliografía sobre control descentralizado y centralizado. En esta tesis se ha usado dicho sistema tras intercambiar las columnas, por lo que su matriz de funciones de transferencia viene dada por (A.1). Se trata de un proceso sin retardos de tiempo pero con gran interacción entre sus variables, pues su RGA está próxima a 0.5.

$$G_N(s) = \frac{1}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2} \begin{pmatrix} -1 & \frac{0.5}{0.1s+1} \\ \frac{2.4}{0.5s+1} & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

La Figura A.1 muestra los valores singulares del sistema y el número de condición en el rango de 10^{-2} a 10^4 rad/s. Los valores están muy próximos, sobre todo a altas frecuencias donde prácticamente se igualan. Esto coincide con el número de condición bajo en todo el rango de frecuencias, e igual a uno a altas frecuencias. Ello

indica que no debería haber grandes problemas de control. Por otro lado, el determinante de $G_N(s)$ no tiene ceros RHP.

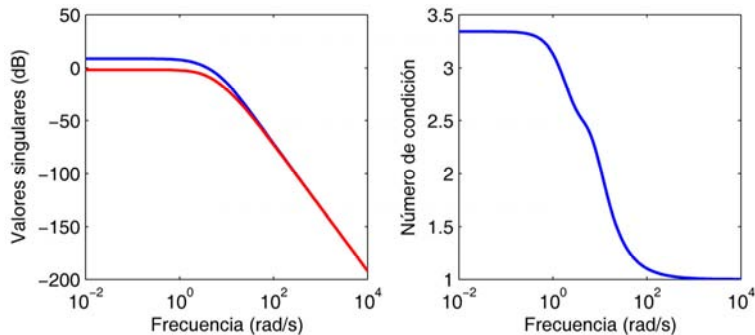


Figura A.1: Valores singulares y número de condición del proceso de Niederlinski

A.2. Columna de destilación de Wood & Berry

Este proceso es otro de los más citados en la bibliografía sobre control multivariable. Consiste en una columna de destilación binaria en la que se separa una mezcla de metanol y agua en dos productos relativamente puros (Wood & Berry, 1973). Las variables controladas son la composición de producto destilado y la composición de producto de fondo de la columna (en % de metanol). Las variables manipuladas son el caudal de reflujo de destilado a la torre y el caudal de vapor (en libras/min). El modelo lineal viene definido por la matriz de funciones de transferencia (A.2). Es un sistema con retardos y con gran interacción, pues su RGA es próxima a 2 en la diagonal.

$$G_{WB}(s) = \begin{pmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{pmatrix} \quad (A.2)$$

La Figura A.2 muestra los valores singulares del sistema y el número de condición en el rango de 10⁻³ a 10² rad/min. A partir de sus valores se puede deducir que los principales problemas de control aparecerán a bajas frecuencias, donde la diferencia entre los valores singulares es mayor y el número de condición presenta un valor más alto y próximo a 8. A medias y altas frecuencias, el número de condición disminuye, aunque aparece un rizado debido a los retardos de tiempo. El número de condición no es muy elevado pero tampoco es pequeño, lo que indica que la planta es difícil de controlar. Afortunadamente, este valor no es provocado por un mínimo valor singular

pequeño, lo que generalmente sería indeseable. El mínimo valor singular es una útil medida para evaluar la posibilidad de obtener un control aceptable y robusto. Por otro lado, el determinante de $G_{WB}(s)$ no tiene ceros RHP.

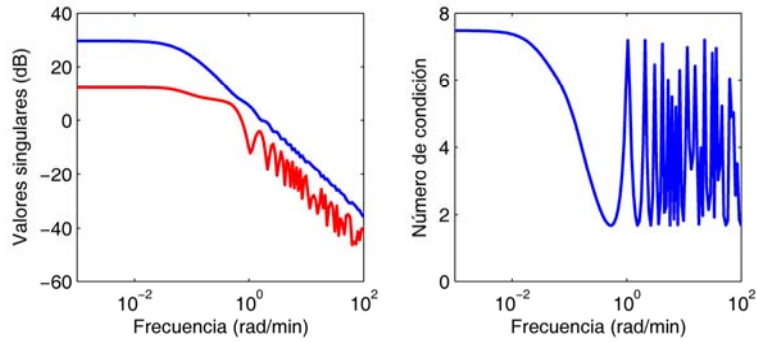


Figura A.2: Valores singulares y número de condición del proceso de Wood & Berry

A.3. Columna de destilación de Vinante-Luyben

Este proceso es otra columna de destilación 2×2 que describe la dinámica entre la temperatura de los platos 4 y 17, y los caudales de reflujo y vapor. La matriz de funciones de transferencia que aparece en (Toh & Devanathan, 1993) viene dada por (A.3). Es un sistema con retardos y que presenta interacción, ya que su RGA está próxima a 1.63.

$$G_{VL}(s) = \begin{pmatrix} \frac{-2.2e^{-s}}{7s+1} & \frac{1.3e^{-0.3s}}{7s+1} \\ \frac{-2.8e^{-1.8s}}{9.5s+1} & \frac{4.3e^{-0.35s}}{9.2s+1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

La Figura A.3 muestra los valores singulares del sistema y el número de condición en el rango de 10^{-3} a 10^2 rad/min. Los valores son similares a los del proceso de Wood & Berry, pero ahora parece que hay menores dificultades de control, pues tanto el número de condición como la RGA son inferiores. Aun así, hay interacción y los principales problemas se dan a bajas frecuencias. El determinante del sistema $G_{VL}(s)$ no tiene ceros RHP.

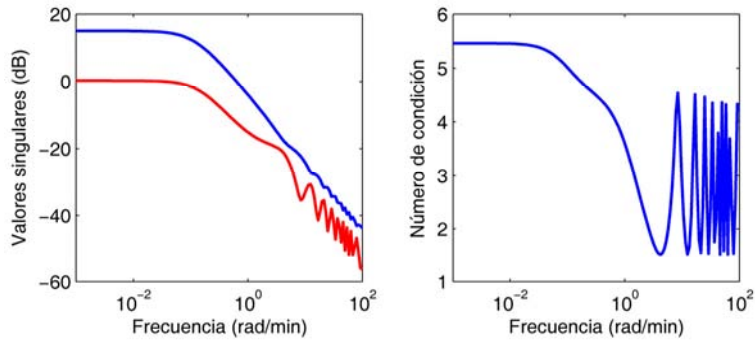


Figura A.3: Valores singulares y número de condición del proceso de Vinante-Luyben

A.4. Reactor de polimerización 2x2

Este proceso (Xiong et al., 2007) es un reactor de polimerización a escala industrial dado por (A.4), donde las dos variables controladas son medidas de las condiciones del reactor y las dos variables manipuladas son las referencias de dos lazos secundarios de caudales de recirculación. Es un sistema con retardos que presenta cierta interacción con una RGA próxima a 0.71 en los elementos de la diagonal principal.

$$G_R(s) = \begin{pmatrix} \frac{22.89 \cdot e^{-0.2s}}{4.572s + 1} & \frac{-11.64 \cdot e^{-0.4s}}{1.807s + 1} \\ \frac{4.689 \cdot e^{-0.2s}}{2.174s + 1} & \frac{5.80 \cdot e^{-0.4s}}{1.801s + 1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

En la Figura A.4 se muestran los valores singulares y el número de condición en el rango de 10⁻³ a 10² rad/h. Aunque la planta presenta interacción a bajas frecuencias como indica su RGA de 0.71, el reducido número de condición indica que el proceso no es muy difícil de controlar. El determinante del sistema no tiene ceros RHP.

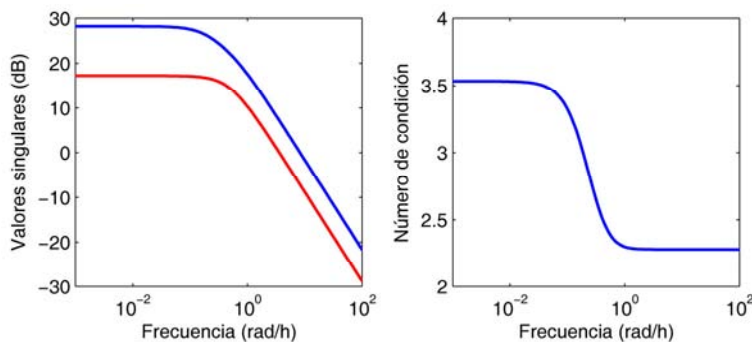


Figura A.4: Valores singulares y número de condición del reactor de polimerización

A.5. Columna de destilación de Tyreus

Este proceso 3×3 es una columna de destilación en la que una mezcla ternaria con un 10% de benceno, un 45% de tolueno y un 45% de o-xileno, se separa en tres flujos de producto (Tyreus, 1979). La matriz del proceso viene dada por (A.5), donde las tres variables controladas son: fracción de tolueno en cabeza, fracción de benceno en la zona de extracción, y fracción de tolueno en el fondo; y las tres variables manipuladas son: razón de reflujo, caudal de reflujo y energía del calderín.

$$G_T(s) = \begin{pmatrix} \frac{1.986e^{-0.71s}}{66.7s+1} & \frac{-5.24e^{-60s}}{400s+1} & \frac{-5.984e^{-2.24s}}{14.29s+1} \\ \frac{-0.0204e^{-0.59s}}{(7.14s+1)^2} & \frac{0.33e^{-0.68s}}{(2.38s+1)^2} & \frac{-2.38e^{-0.42s}}{(1.43s+1)^2} \\ \frac{-0.374e^{-7.75s}}{22.22s+1} & \frac{11.3e^{-3.79s}}{(21.74s+1)^2} & \frac{9.811e^{-1.59s}}{11.36s+1} \end{pmatrix} \quad (A.5)$$

La RGA del proceso viene dada por (A.6), y en la Figura A.5 se muestran los valores singulares y el número de condición en el rango de 10^{-4} a 10^2 rad/min. Según la RGA, no hay grandes problemas de interacción en estado estacionario pues hay tres valores muy próximos a la unidad. Sin embargo, según el número de condición y los valores singulares, la planta presenta una gran direccionalidad y mayores dificultades de control conforme la frecuencia crece. El determinante del sistema no tiene ceros RHP.

$$RGA = \begin{pmatrix} 1.0926 & -0.1043 & 0.0117 \\ 0.006 & 0.1039 & 0.89 \\ -0.0986 & 1.0004 & 0.09 \end{pmatrix} \quad (A.6)$$

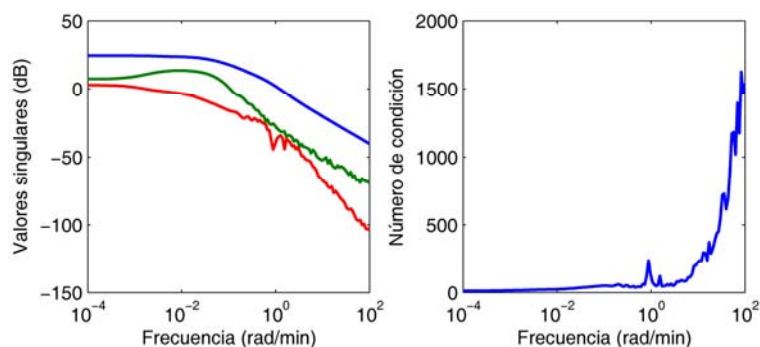


Figura A.5: Valores singulares y número de condición del proceso de Tyreus

A.6. Columna despropanizadora

Este proceso (Wang, 2003) es una columna despropanizadora para separar propano del producto proveniente de una columna deetanizadora, y cuya matriz 3×3 de funciones de transferencia viene dada por (A.7). Las tres variables controladas son la concentración de butano en la parte alta, la concentración de propano en el fondo, y la presión diferencial; las tres variables manipuladas incluyen el caudal de reflujo superior, el flujo de vapor de fondo, y la presión superior de la columna.

$$G_D(s) = \begin{pmatrix} \frac{-0.26978e^{-27.5s}}{97.5s+1} & \frac{1.978e^{-53.5s}}{118.5s+1} & \frac{0.07724e^{-56s}}{96s+1} \\ \frac{0.4881e^{-117s}}{56s+1} & \frac{-5.26e^{-26.5s}}{58.5s+1} & \frac{0.19996e^{-35s}}{51s+1} \\ \frac{0.6e^{-16.5s}}{40.5s+1} & \frac{5.5e^{-15.5s}}{19.5s+1} & \frac{-0.5e^{-17s}}{18s+1} \end{pmatrix} \quad (A.7)$$

La RGA del sistema en estado estacionario se muestra en (A.8). Hay varios valores lejanos a la unidad lo que indica que hay gran interacción. Aún así, no aparecen valores muy altos lo cual es una buena señal, pues valores muy elevados podrían indicar que el control por desacoplo no sería aconsejable. En la Figura A.6 aparecen los valores singulares y el número de condición en el rango de 10^{-3} a 10 rad/s. Hay una gran diferencia entre los valores singulares máximo y mínimo, lo que se traduce un alto número de condición en todo el rango de frecuencias. Por tanto, en general, la planta presenta una gran direccionalidad y un control difícil. Además de ello, el determinante de la matriz $G_D(s)$ tiene ceros RHP, lo que impide la aplicación de los métodos basados en el desacoplo inverso.

$$RGA = \begin{pmatrix} -0.5444 & 0.9495 & 0.5949 \\ 0.91 & -0.6142 & 0.7042 \\ 0.6344 & 0.6647 & -0.2991 \end{pmatrix} \quad (A.8)$$

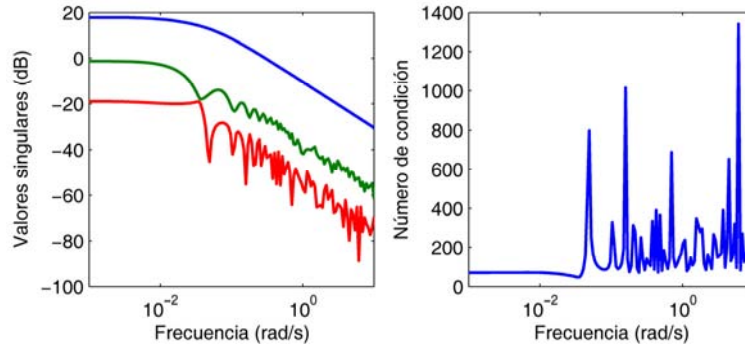


Figura A.6: Valores singulares y número de condición de la columna despropanizadora

A.7. Proceso HVAC

Este proceso 4×4 es un sistema experimental de calefacción, ventilación y aire acondicionado centralizado de cuatro habitaciones y que aparece en (Shen et al., 2010). El control de la temperatura del aire en las cuatro habitaciones es un problema de control multivariable complicado por las interacciones que hay entre los flujos de aire de cada habitación. El modelo lineal del proceso viene dado por la matriz de funciones de transferencia en (A.9), donde las variables controladas son las cuatro temperaturas (una por habitación). Las temperaturas se controlan mediante la posición de cuatro amortiguadores de volumen de aire variable (VAV).

$$G_H(s) = \begin{pmatrix} \frac{-0.098 \cdot e^{-17s}}{122s+1} & \frac{-0.036 \cdot e^{-27s}}{149s+1} & \frac{-0.014 \cdot e^{-32s}}{158s+1} & \frac{-0.017 \cdot e^{-30s}}{155s+1} \\ \frac{-0.043 \cdot e^{-25s}}{147s+1} & \frac{-0.092 \cdot e^{-16s}}{130s+1} & \frac{-0.011 \cdot e^{-33s}}{156s+1} & \frac{-0.012 \cdot e^{-34s}}{157s+1} \\ \frac{-0.012 \cdot e^{-31s}}{153s+1} & \frac{-0.016 \cdot e^{-34s}}{151s+1} & \frac{-0.102 \cdot e^{-16s}}{118s+1} & \frac{-0.033 \cdot e^{-26s}}{146s+1} \\ \frac{-0.013 \cdot e^{-32s}}{156s+1} & \frac{-0.015 \cdot e^{-31s}}{159s+1} & \frac{-0.029 \cdot e^{-25s}}{144s+1} & \frac{-0.108 \cdot e^{-18s}}{128s+1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

El proceso tiene una RGA con elementos de la diagonal muy próximos a la unidad, tal y como se aprecia en (A.10). En la Figura A.7 aparecen los valores singulares y el número de condición en el rango de 10⁻⁴ a 10 rad/s. El número de condición tiene un valor bajo en todo el rango de frecuencias. Aunque puede tener algo de interacción, a partir de la información de la RGA y el número de condición se puede decir que el sistema no parece presentar grandes problemas de control. Además de ello, el determinante del proceso no tiene ceros RHP.

$$RGA = \begin{pmatrix} 1.221 & -0.205 & -0.005 & -0.01 \\ -0.195 & 1.22 & -0.014 & -0.012 \\ -0.011 & -0.009 & 1.109 & -0.09 \\ -0.016 & -0.006 & -0.091 & 1.112 \end{pmatrix} \quad (A.10)$$

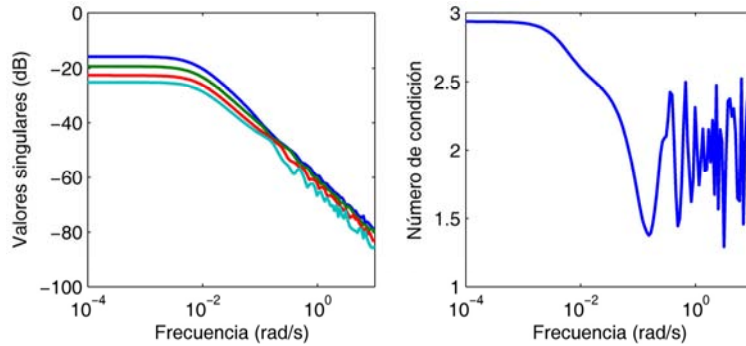


Figura A.7: Valores singulares y número de condición del proceso HVAC

A.8. Columna de destilación 4x4 de Alatiqi

Este proceso 4x4 es la columna de destilación (caso 1) en (Luyben, 1986). Su matriz de funciones de transferencia viene dada por (A.11) y su RGA por (A.12). En la RGA aparecen elementos superiores a 1 y elementos negativos, que indican que hay gran interacción y que la planta es difícil de controlar. En la Figura A.8 se muestran los valores singulares y el número de condición. Estos, junto con la RGA, confirman que la planta presenta serios problemas de control al tener un elevado número de condición, que aumenta con la frecuencia. En este proceso concreto hay que aplicar el control por desacoplo con cautela y comprobar la robustez del sistema de control final, ya que puede ser muy sensible a las incertidumbres. Además de todo ello, el determinante del proceso tiene ceros RHP, por lo que no se puede aplicar el desacoplo inverso.

$$G_A(s) = \begin{pmatrix} \frac{2.22e^{-2.5s}}{(36s+1)(25s+1)} & \frac{-2.94(7.9s+1)e^{-0.05s}}{(23.7s+1)^2} & \frac{0.017e^{-0.2s}}{(31.6s+1)(7s+1)} & \frac{-0.64e^{-20s}}{(29s+1)^2} \\ \frac{-2.33e^{-5s}}{(35s+1)^2} & \frac{3.46e^{-1.01s}}{32s+1} & \frac{-0.51e^{-7.5s}}{(32s+1)^2} & \frac{1.68e^{-2s}}{(28s+1)^2} \\ \frac{-1.06e^{-22s}}{(17s+1)^2} & \frac{3.511e^{-13s}}{(12s+1)^2} & \frac{4.41e^{-1.01s}}{16.2s+1} & \frac{-5.38e^{-0.5s}}{17s+1} \\ \frac{-5.73e^{-2.5s}}{(8s+1)(50s+1)} & \frac{4.32(25s+1)e^{-0.01s}}{(50s+1)(5s+1)} & \frac{-1.25e^{-2.8s}}{(43.6s+1)(9s+1)} & \frac{4.78e^{-1.15s}}{(48s+1)(5s+1)} \end{pmatrix} \quad (A.11)$$

$$RGA = \begin{pmatrix} 3.528 & -1.0766 & 0.0502 & -1.5016 \\ -3.3628 & 2.7685 & -0.7028 & 2.2971 \\ -0.1203 & 0.1305 & 2.2635 & -1.2736 \\ 0.9552 & -0.8224 & -0.6109 & 1.4781 \end{pmatrix} \quad (A.12)$$

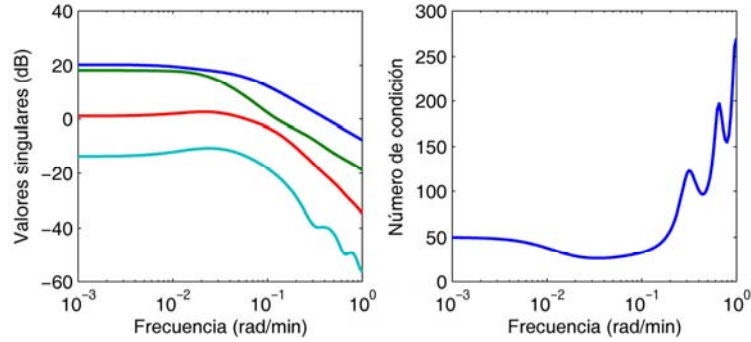


Figura A.8: Valores singulares y número de condición del proceso de Alatiqi

A.9. Grupo caldera-turbina

El grupo caldera-turbina es un proceso 3×3 que presenta dinámicas no lineales bajo un amplio rango de condiciones de operación. Para aprovechar toda su potencialidad, su control debe llevarse a cabo mediante estrategias de control multivariable. De hecho, la necesidad de controlar simultáneamente varias variables con un alto grado de interacción, justifica el empleo de cualquiera de las estrategias de control multivariable. El modelo usado fue desarrollado en (Bell & Åström, 1987). Es un sistema multivariable no lineal de tercer orden altamente acoplado, con duras restricciones y límites de cambio sobre los actuadores. El modelo está basado en el grupo caldera turbina P16/G16 de la planta Sydvenska Kraft AB en Malmö, Suecia. En él, la caldera es de fuel-oil con una potencia máxima de 160 MW. Aunque el modelo es de bajo orden, consigue ilustrar varias de las dinámicas complejas asociadas a la planta real. La dinámica del sistema es la siguiente:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0.0018u_2x_1^{9/8} + 0.9u_1 - 0.15u_3 \\ \dot{x}_2 = (0.073u_2 - 0.016)x_1^{9/8} - 0.1x_2 \\ \dot{x}_3 = (141u_3 - (1.1u_2 - 0.19)x_1)/85 \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = 0.05(0.13073x_3 + 100a_{cs} + q_e/9 - 67.975) \end{cases} \quad (A.13)$$

donde las variables de estado x_1 , x_2 y x_3 representan la presión de la caldera (kg/cm^2), la potencia de salida (MW) y la densidad del fluido (kg/m^3), respectivamente. Las entradas u_1 , u_2 y u_3 son las posiciones de las válvulas para el flujo de combustible, el control de vapor y el flujo de agua, respectivamente. La salida y_3 es el nivel de agua del colector de caldera (m) respecto al nivel de referencia para el punto de operación nominal y por tanto puede tomar valores positivos y negativos. Las variables a_{cs} y q_e son la calidad del vapor y la velocidad de evaporación (kg/s), y vienen dadas por

$$a_{cs} = \frac{(1 - 0.001538x_3)(0.8x_1 - 25.6)}{x_3(1.0394 - 0.0012304x_1)} \quad (\text{A.14})$$

$$q_e = (0.854u_2 - 0.147)x_1 + 45.59u_1 - 2.514u_3 - 2.096$$

Debido a limitaciones en los actuadores, las señales de control están sujetas a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} 0 \leq u_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3) \\ |\dot{u}_1| \leq 0.007 \\ -2 \leq \dot{u}_2 \leq 0.02 \\ |\dot{u}_3| \leq 0.05 \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Para poder diseñar los distintos controladores es necesario linealizar el sistema no lineal en torno a un punto de operación. En la siguiente tabla se recogen varios puntos de trabajo típicos para este proceso.

Tabla A.1: Puntos de operación típicos para el grupo caldera turbina

| VARIABLES | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_1^0 | 75.60 | 86.40 | 97.20 | 108 | 118.8 | 129.6 | 140.4 |
| x_2^0 | 15.27 | 36.65 | 50.52 | 66.65 | 85.06 | 105.8 | 128.9 |
| x_3^0 | 299.6 | 342.4 | 385.2 | 428 | 470.8 | 513.6 | 556.4 |
| u_1^0 | 0.156 | 0.209 | 0.271 | 0.34 | 0.418 | 0.505 | 0.6 |
| u_2^0 | 0.483 | 0.552 | 0.621 | 0.69 | 0.759 | 0.828 | 0.897 |
| u_3^0 | 0.183 | 0.256 | 0.340 | 0.433 | 0.543 | 0.663 | 0.793 |
| y_3^0 | -0.97 | -0.65 | -0.32 | 0 | 0.32 | 0.64 | 0.98 |

Los controles lineales encontrados en la literatura toman como punto de operación nominal el punto #4: $x^0 = [108 \ 66.65 \ 428]^T$, $u^0 = [0.34 \ 0.69 \ 0.433]^T$ e $y^0 = [108$

66.65 0]^T. En este punto de trabajo, y al truncar la expansión en series de Taylor de las ecuaciones no lineales, se obtienen las siguientes matrices del sistema linealizado:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -0.0025 & 0 & 0 \\ 0.0694 & -0.1 & 0 \\ -0.0067 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0.9 & -0.349 & -0.15 \\ 0 & 14.155 & 0 \\ 0 & -1.398 & 1.659 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.0063 & 0 & 0.0047 \end{bmatrix} & \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.253 & 0.512 & -0.014 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

A partir del modelo en espacio de estados, obtenemos la matriz $G_{BT}(s)$ de funciones de transferencia del proceso (A.17). Se puede observar, que hay un polo común a toda la dinámica del proceso en $s = -0.002509$, además de un polo común en $s = -0.1$ en la fila segunda (y_2), y un integrador ($s = 0$) en la tercera (y_3). Esta matriz 3×3 es la que se utiliza en el diseño de los diversos controladores.

$$G_{BT} = \begin{pmatrix} \frac{0.9}{s+0.002509} & \frac{-0.34904}{s+0.002509} & \frac{-0.15}{s+0.002509} \\ \frac{-1.3878 \cdot 10^{-17} (s-4.502 \cdot 10^{15})}{(s+0.002509)(s+0.1)} & \frac{14.1555(s+0.0007969)}{(s+0.002509)(s+0.1)} & \frac{-0.010414}{(s+0.002509)(s+0.1)} \\ \frac{0.25328(s-0.003871)(s+0.02892)}{(s+0.002509)s} & \frac{0.5124(s-0.01535)(s+0.0007)}{(s+0.002509)s} & \frac{-0.013967(s-0.4918)(s+0.003539)}{(s+0.002509)s} \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

En la Figura A.9 se comparan las respuestas del sistema no lineal, que no incorpora restricciones en las entradas, y del modelo lineal (A.17) ante un cambio escalón de -0.03 en la primera entrada. Las dos primeras salidas se ajustan muy bien, no así la tercera, que tiende a separarse. Esto es normal, ya que al ir incrementándose y_3 el sistema se aleja del punto de operación en torno al cual se llevó a cabo la linealización.

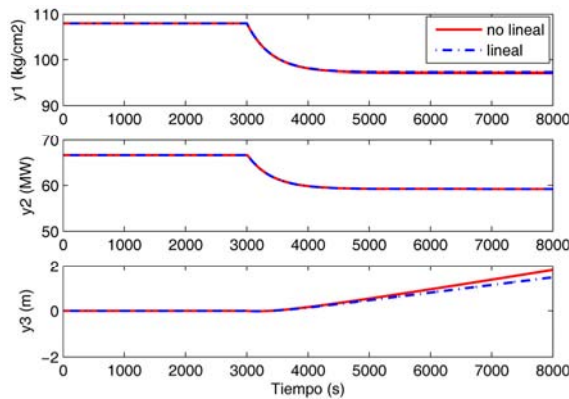


Figura A.9: Comparación del sistema no lineal y el sistema lineal 3×3 del grupo caldera-turbina

En cuanto al estudio de los acoplamientos que hay entre las entradas y salidas del proceso, el hecho de haber un integrador asociado a la tercera salida imposibilita las medidas de interacción basadas en la matriz de ganancias en estado estacionario. En estos casos, algunos autores obtienen estas medidas ignorando para ello el integrador. Si se opera de esta manera se pueden calcular la RGA. La gran cantidad de valores alejados de la unidad de la RGA en (A.18) es un indicativo de interacción en el proceso.

$$RGA = \begin{pmatrix} 0.3119 & 0.6824 & 0.0058 \\ 0.9294 & 0.3176 & -0.2471 \\ -0.2413 & 0 & 1.2413 \end{pmatrix} \quad (A.18)$$

En la Figura A.10 se muestran los valores singulares y el número de condición. Su elevado valor confirma que la planta es difícil de controlar, sobre todo en la zona de frecuencias medias, en torno a 10 rad/s, donde el número de condición presenta un gran pico. El determinante de la matriz de funciones de transferencia (A.17) no tiene ceros RHP. Aun así, no se puede aplicar el desacoplo inverso debido a que en cada elemento de la tercera fila hay un cero RHP diferente.

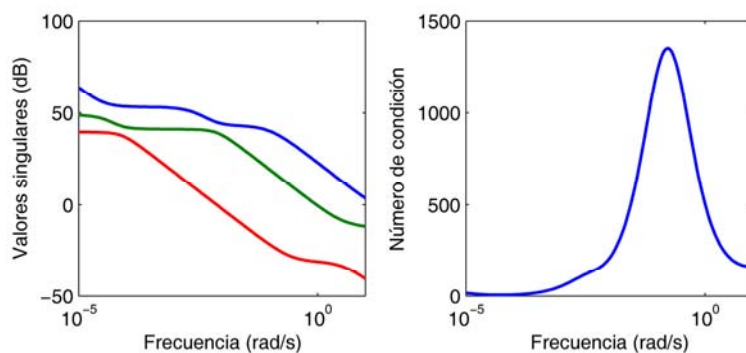


Figura A.10: Valores singulares y número de condición del grupo caldera turbina

A.10. Planta de tanques acoplados de la Universidad de Lund

Este sistema es una planta experimental de cuatro tanques acoplados, ubicada en el laboratorio C de la Universidad de Lund (Suecia). En la Figura A.11 se muestra una fotografía de dicha planta. Se ha utilizado para realizar experimentos usando el desacoplo inverso, por lo que la planta se configuró para que no tuviera ceros RHP multivariables. Las variables controladas son las alturas de los tanques inferiores y las

variables manipuladas son las referencias de caudal de las dos bombas que impulsan el agua desde la cubeta inferior.

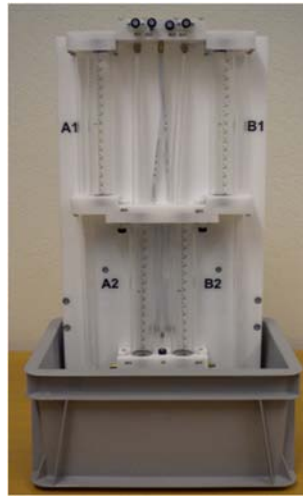


Figura A.11: Planta de tanques acoplados de Lund

Se llevó a cabo la identificación de un modelo 2×2 alrededor del punto de operación $u = [6, 6]$ V, con salidas $y = [7, 6.5]$ V (o $h = [14, 13]$ cm). La identificación se realizó con saltos de tipo escalón en las entradas. El modelo resultante es:

$$G_{QT}(s) = \begin{pmatrix} \frac{1.4}{14.62 \cdot s + 1} & \frac{0.97}{(12.52 \cdot s + 1)(8.63 \cdot s + 1)} \\ \frac{1.09}{(11.96 \cdot s + 1)(9.26 \cdot s + 1)} & \frac{1.15}{13.7 \cdot s + 1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

La Figura A.12 muestra la comparación entre los datos reales y los obtenidos con el modelo anterior tras eliminar los valores medios.

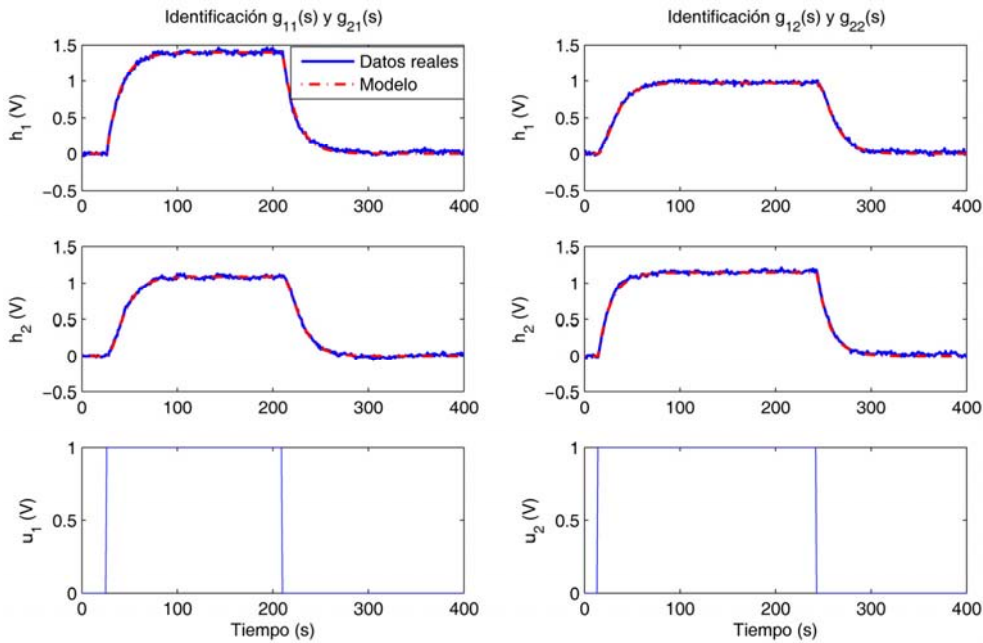


Figura A.12: Identificación de la planta de tanques acoplados de Lund

La Figura A.13 muestra los valores singulares y el número de condición del modelo identificado. A bajas frecuencias, hasta 0.1 rad/s, hay una diferencia de unos 20 dB entre los valores singulares: lo que equivale a un número de condición próximo a 10. Tras dicha frecuencia los valores singulares tienden al mismo valor. La RGA del sistema es de 2.913 en los elementos de la diagonal principal. Este número mayor que la unidad indica que la planta tiene gran interacción.

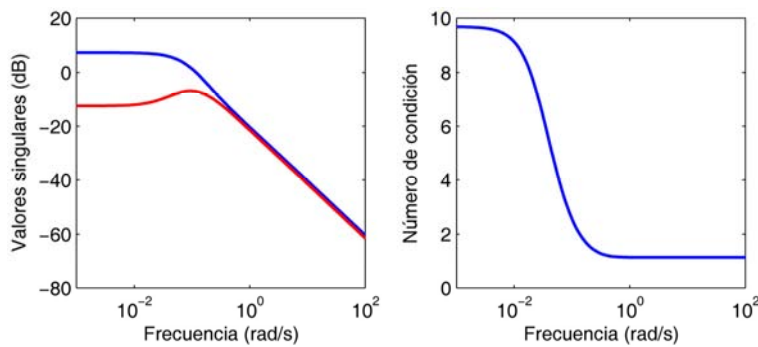


Figura A.13: Valores singulares y número de condición de la planta de tanques de Lund

En resumen, el sistema muestra un gran direccionalidad e interacción a bajas frecuencias (por debajo de 0.1 rad/s), donde tanto la RGA como el número de condición tienen elevado valor. A mayores frecuencias no hay grandes problemas de control.

APÉNDICE B: PLANTA EXPERIMENTAL DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS DE LA UCO

En este segundo Apéndice se describe la planta experimental de tanques acoplados que se encuentra en el laboratorio de Control de Procesos de la Universidad de Córdoba. Su implementación se ha llevado a cabo durante el desarrollo de la presente tesis con la intención de poder evaluar diferentes metodologías de control multivariable en un proceso real. En los siguientes apartados se describe el funcionamiento del sistema, y los componentes e instrumentación usados en su construcción. Después se determina el modelo no lineal de la planta mediante el modelado e identificación de cada una de las dinámicas asociadas al proceso. A partir de éste, se derivan las expresiones del sistema lineal a las que se llegaría al realizar una linealización en torno a un punto de operación genérico. Finalmente, se eligen dos puntos de operación en donde linealizar el sistema, obteniendo así dos sistemas 2×2 , cuyas matrices de funciones de transferencia son analizadas de forma similar a los procesos del Apéndice A (interacción, valores singulares, ceros RHP multivariables, etc.).

B.1. Descripción del proceso

El proceso de cuatro tanques es un sistema simple pero que ilustra varios de los fenómenos de sistemas multivariables como la interacción y los efectos de ceros multivariables (Johansson et al., 1999, Johansson, 2000). El esquema de la planta se muestra en la Figura B.1. Hay un depósito pulmón en la parte más baja, y cuatro tanques situados en dos niveles: tanques 1 y 2 en el nivel inferior, y tanques 3 y 4 en el superior. La bomba de la izquierda (bomba I) impulsa desde el depósito pulmón un caudal de agua q_i que, al pasar a través de una válvula de tres vías, se separa en dos caudales: q_1 al tanque 1 y q_4 al tanque 4. Análogamente, la bomba de la derecha (bomba D) impulsa un caudal q_d , que se divide en q_2 , al tanque 2, y q_3 , al tanque 3. Los tanques

desaguan a través de unas válvulas manuales que pueden ser multivuelta (V_1 , V_2 , V_3 y V_4) o todo o nada (V_{1B} , V_{2B} , V_{3B} y V_{4B}). Los tanques 1 y 2 derivan el agua al depósito pulmón; pero los tanques 3 y 4 lo hacen a los tanques 1 y 2, respectivamente. Esto hace que los tanques estén acoplados, ya que, por ejemplo, al usar la bomba de la derecha para llenar el tanque 2, una fracción del caudal total va al tanque 3; y desde éste, finalmente llega al tanque 1.

En este proceso las variables medidas a través de sensores son los niveles de los tanques (h_1 , h_2 , h_3 y h_4) y los caudales totales de cada rama (q_i y q_d). Los actuadores de la planta son los variadores de frecuencia que accionan las bombas, por lo que las variables manipulables son las consignas de frecuencia de dichos variadores. Aunque como se explica más adelante, en cada rama (izquierda y derecha) se cierra un lazo secundario de control de caudal, de forma que las nuevas señales manipuladas serían las referencias de caudal de q_i y q_d .

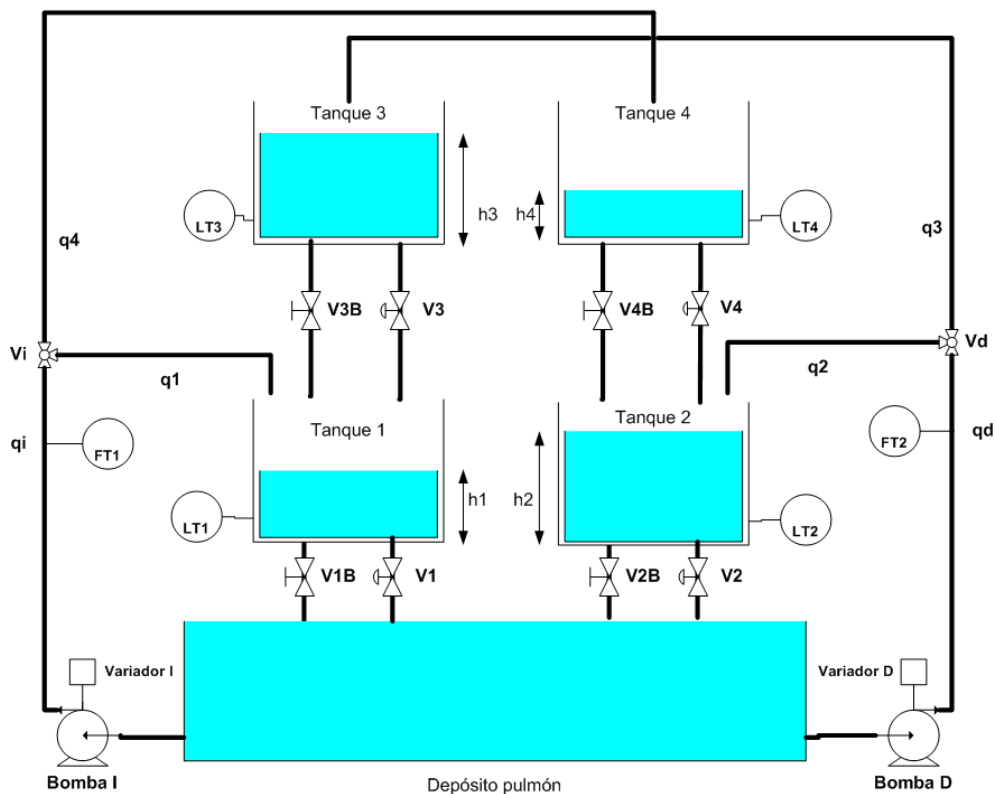


Figura B.1: Esquema de la planta de tanques acoplados con las variables implicadas

B.2. Descripción física del equipo

La planta experimental que se ha construido se encuentra ubicada en el laboratorio de Control de Procesos del Área de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Córdoba. En la Figura B.2 se muestra una fotografía de la planta real. En la construcción de ésta, a diferencia de en otras plantas similares, como la usada en (Johansson, 2000), primó más el uso de componentes industriales en su instrumentación que la estética; de ahí sus mayores dimensiones. A continuación se describen los elementos que la componen, los cuales se pueden agrupar en dos categorías: circuito hidráulico y sistema de control (Castelo et al., 2008). El circuito hidráulico se apoya en una estructura metálica y está formado por:

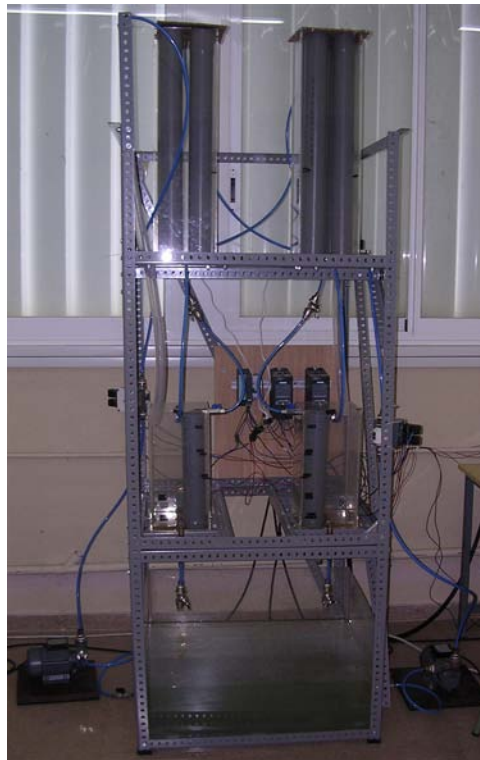


Figura B.2: Planta real

- Dos bombas centrífugas trifásicas de 0.30 kW.
- Cinco depósitos de metacrilato de 0.5 cm de grosor. Las dimensiones del depósito pulmón son 60×50×40 cm. Los otros cuatro tanques tienen todos una sección interna cuadrada de 19×19 cm² y una altura de 35 cm los tanques de abajo, y 70 cm los superiores. Es importante comentar que para acelerar la

respuesta de la planta real, se ha disminuido la sección de los tanques introduciendo unos tubos circulares de sección constante, como se aprecia en la Figura B.2. Aunque la sección ya no es cuadrada, sigue siendo constante.

- Dos válvulas manuales de tres vías con posiciones que van desde 0 a 10. Permiten ajustar en cada rama la proporción de caudal que va al tanque inferior. En la posición 0, todo el caudal va al tanque superior correspondiente por lo que no llega agua al tanque inferior de esa rama. En la posición 10 es al contrario.
- Ocho válvulas manuales de dos vías: se usan para ajustar los flujos de salida de los cuatro tanques. Las válvulas multivuelta V_1 , V_2 , V_3 y V_4 pueden variar su grado de apertura con un total de hasta 6 vueltas y media. Por el contrario, las válvulas V_{1B} , V_{2B} , V_{3B} y V_{4B} solo tiene dos posiciones: totalmente cerradas o totalmente abiertas.
- Tubos de poliuretano, la mayoría de 10/8 mm (exterior/interior), para el conexionado de los distintos elementos del circuito hidráulico.

Por su parte, el sistema de control está compuesto por los sensores de medida, los dispositivos de actuación y los elementos de control. Estos son:

- Cuatro transmisores de presión de membrana aflorante para aplicaciones generales. Rango de medida de [0-0.1] bar, lo cual equivale aproximadamente a [0-100] cm de columna de agua. Por tanto, se usan para medir la altura de agua en los cuatro tanques. Salida 4-20 mA. Alimentación a 24 Vdc.
- Dos medidores electromagnéticos de caudal para los caudales totales de cada rama q_i y q_d . Rango de medidas ajustado a [0-200] cm³/s. Salida 4-20 mA. Alimentación a 24 Vdc.
- Dos variadores de frecuencia para controlar la velocidad de las bombas. Cada variador recibe la consigna de frecuencia en el rango [0-50] Hz a través de una entrada en corriente [4-20] mA.
- Tarjeta de adquisición de datos NI-DAQ 6035E para conectar las señales de la planta con un ordenador. Tiene entradas y salidas tanto analógicas como digitales. Además, son necesarios varios módulos externos de acondicionamiento de señal para convertir las diferentes variables a los niveles de la tarjeta de [0-5] V.

- Ordenador personal donde se ubica la anterior tarjeta de adquisición y donde está instalado el software de control. En este caso se utiliza Matlab 7.4, y dentro del mismo, la toolbox del Real Time Windows Target. Se usa un diagrama de bloques en Simulink para tomar las señales de los sensores y enviar las correspondientes señales de control hacia la planta. En dicho diagrama se lleva a cabo un escalado de las distintas variables, de forma que los algoritmos de control no trabajen en voltios, sino en las unidades originales de cada señal (cm, cm³/s o Hz). El tiempo de muestreo configurado es de un segundo.

B.3. Modelado e identificación del proceso

En este apartado se determina el modelo no lineal de la planta y se identifica la dinámica de sus componentes. Para ello, se divide la planta en dos bloques:

- Dinámica de las bombas y control de caudal: determinan los caudales totales de cada rama (izquierda y derecha) que las bombas impulsan desde el depósito pulmón hacia los tanques.
- Dinámica de los cuatro tanques: determina la altura de cada tanque en función de sus caudales de entrada y salida correspondientes. Los caudales de entrada dependen del caudal total de cada rama, la posición de las válvulas de tres vías, y en el caso de los tanques inferiores, también de los caudales de salida de los tanques superiores. El caudal de salida de cada tanque depende de su nivel de agua y del grado de apertura de sus válvulas de desagüe.

B.3.1. Dinámica de las bombas y control de caudal

Esta dinámica determina los caudales q_i y q_d que las bombas mandan a cada una de las ramas (izquierda y derecha) en función del valor de frecuencia del variador correspondiente. Para su modelado se ha identificado, en torno a una frecuencia de 25 Hz, la función de transferencia (B.1), que nos aproxima la relación entre el caudal de una rama ($Q(s)$) y el valor de frecuencia del variador de la bomba correspondiente ($F(s)$).

$$Q(s) = \frac{2.5 \cdot e^{-0.74 \cdot s}}{2.13 \cdot s + 1} F(s) \quad (\text{B.1})$$

Esta función de transferencia no es del todo exacta pues varía dependiendo del punto de trabajo en el que nos encontremos, ya que la característica caudal-bomba es no lineal. Sin embargo, su dinámica es lo suficientemente rápida en comparación con la de los tanques. Por ello se ha optado por poner un lazo secundario de control de caudal en cada una de las ramas, que siga referencias y rechace perturbaciones. Además, así se evitan problemas de variación del funcionamiento de las bombas debidos a cambios de nivel del depósito pulmón y a su calentamiento.

Utilizando el controlador PI dado en (B.2), se consiguen respuestas con error de posición nulo y con un tiempo de asentamiento de unos 15 segundos, lo cual es lo suficientemente rápido como para despreciar dicha dinámica frente a la de los tanques. Dicho controlador se ha implementado en Simulink, de tal manera que las nuevas señales de control de la planta sean las referencias de caudal de cada rama (q_{i_ref} y q_{d_ref}) en un rango de [0-200] cm³/s, y que serían proporcionadas desde un nivel de control superior.

$$PI_{caudal} = \frac{0.1 \cdot (2.4 \cdot s + 1)}{s} \quad (B.2)$$

B.3.2. Dinámicas asociadas a los tanques

Determina los caudales de entrada, caudales de salida y nivel de cada tanque. La dinámica básica de un tanque viene dada por la ecuación diferencial (B.3). Conocida su área A , que en este caso es constante, solo hay que determinar los caudales de entrada q_{in} y salida q_{out} para conocer la evolución de su nivel de agua h .

$$\dot{h} = (q_{in} - q_{out}) / A \quad (B.3)$$

Los caudales de entrada a cada tanque dependen del caudal total y la posición de la válvula de tres vías de la rama correspondiente. Para distintos caudales y para diferentes posiciones de la válvula de tres vías, se ha determinado experimentalmente la proporción de caudal que recibe cada uno de los dos tanques asociado a dicha rama. Para ello se han hecho varias experiencias, las cuales consistían en llenar los tanques para unos valores fijos tanto de caudal de referencia como de posición de la válvula de tres vías. Tras el transitorio inicial se determinaba la pendiente de la curva de llenado, que es lineal, y que multiplicada por el área conocida de los tanques daba el caudal de

entrada a cada uno. Como también se conoce el caudal total por rama, se puede determinar la fracción (en %) que va a los tanques inferiores.

Así pues, la Tabla B.1 da el porcentaje γ_i del caudal q_i que va al tanque 1 para diferentes valores de q_i y diferentes posiciones de la válvula de tres vías V_i . De forma análoga, la Tabla B.2 nos indica el porcentaje γ_d del caudal q_d que va al tanque 2 para diferentes valores de q_d y diferentes posiciones de la válvula de tres vías V_d . En la Figura B.3 se muestran los porcentajes de las tablas anteriores en forma de gráfica, apreciándose una característica bastante lineal.

Para cualquier apertura de las válvulas de 3 vías (entre 0 y 10) y cualquier valor de caudal total de una rama (entre 0 y 200 cm³/s), las tablas anteriores permiten determinar por interpolación el porcentaje de caudal que irá al tanque inferior; el resto irá al tanque superior cruzado. Por tanto, conocida dicha fracción y el caudal total de cada rama, quedan determinados los caudales de entrada a cada uno de los tanques según (B.4).

$$\begin{aligned} q_1 &= \gamma_i \cdot q_i \quad ; \quad q_4 = (1 - \gamma_i) \cdot q_i \\ q_2 &= \gamma_d \cdot q_d \quad ; \quad q_3 = (1 - \gamma_d) \cdot q_d \end{aligned} \tag{B.4}$$

Tabla B.1: Fracción γ_i (%) del caudal q_i que va al tanque 1 para diferentes valores de q_i y distintas posiciones de V_i

| $V_i \setminus q_i$ (cm ³ /s) | 0 | 25 | 50 | 75 | 100 | 125 | 150 | 175 | 200 |
|--|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 27 | 27.66 | 32.45 | 31.47 | 29.99 | 29.47 | 29.32 | 29.27 | 29.22 |
| 5 | 59 | 59.51 | 53.73 | 53.25 | 52.81 | 52.34 | 52.12 | 52.23 | 52.34 |
| 7 | 77 | 77.50 | 72.38 | 70.97 | 72.22 | 72.13 | 72.26 | 72.35 | 72.44 |
| 10 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

Tabla B.2: Fracción γ_d (%) del caudal q_d que va al tanque 1 para diferentes valores de q_d y distintas posiciones de V_d

| $V_d \setminus q_d$ (cm ³ /s) | 0 | 25 | 50 | 75 | 100 | 125 | 150 | 175 | 200 |
|--|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 32 | 28.35 | 32.74 | 33.25 | 31.28 | 31.17 | 31 | 30.94 | 30.88 |
| 5 | 56 | 56 | 54.35 | 53.36 | 53.33 | 53.12 | 53.28 | 53.39 | 53.31 |
| 7 | 67 | 67.42 | 68.05 | 69.31 | 70.66 | 70.89 | 70.96 | 71.03 | 71.09 |
| 10 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

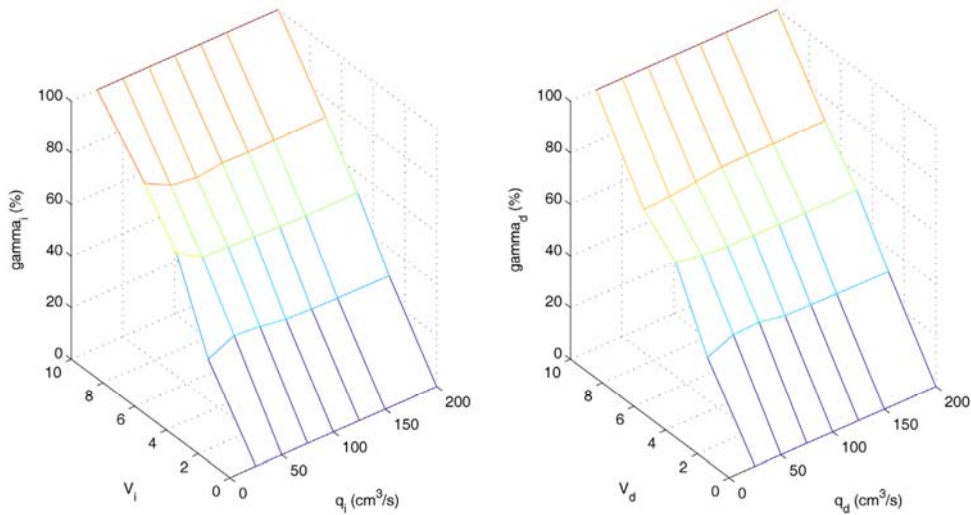


Figura B.3: Característica fracción de caudal a los tanques inferiores en función del caudal total de cada rama y la posición de la válvula de tres vías (izquierda y derecha)

El caudal de salida del tanque k depende del grado de apertura de su válvula multivuelta V_k , de si su válvula V_{kB} está abierta o cerrada, y del nivel de agua en el tanque. Como el área es constante, el caudal de salida de cada válvula se ha modelado según la ecuación (B.5), donde α y β son parámetros que varían en función de la apertura de la válvula.

$$q_{kout} = A_k \cdot \left| \dot{h}_k \right| = A_k \cdot \sqrt{\alpha_k (V_k) \cdot h_k + \beta_i (V_k)} \quad (B.5)$$

Hay que decir que el nivel de los tanque se mide desde la base de los mismos, y que debido a la posición de las tomas de salida del tanque y del sensor de presión, no todo el rango de medida es útil. Dependiendo de la toma, si el nivel está por debajo de un determinado valor, el caudal de salida es nulo o despreciable. Así pues, si el nivel está por debajo de 3.7 cm, los caudales q_{1Bout} , q_{2Bout} , q_{3out} y q_{4out} son cero. Si está por debajo de unos 2.2 cm, los caudales q_{1out} , q_{2out} , q_{3Bout} y q_{4Bout} son nulos. Los nombres de los caudales de salida están relacionados con el de la válvula correspondiente.

Para obtener los coeficientes α y β de cada válvula, se han realizado una serie de experimentos que consisten en vaciar cada tanque desde su altura máxima para diferentes aperturas de la válvula en cuestión (de 0 a 6 vueltas y media). Una vez registrados los datos, se han buscado los parámetros α y β con un optimizador local que ajusta la ecuación (B.5) de caudal de salida a la curva de vaciado experimental. Se

observó que la curva $h = f(t)$ se ajustaba muy bien a una ecuación de segundo grado, de ahí que se optara por la raíz cuadrada para el caudal de salida (como aparece en la mayoría de la bibliografía y como se deduce en (B.6)). En la Figura B.4 se muestran como ejemplo las curvas de vaciado real (en línea continua) y su ajuste (en línea discontinua) para las válvulas V_1 , V_2 , V_3 y V_4 cuando su grado de apertura es 3.

$$h = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \rightarrow \dot{h} = 2a \cdot t + b \rightarrow t = \frac{\dot{h} - b}{2a}$$

$$h = a \left(\frac{\dot{h} - b}{2a} \right)^2 + b \left(\frac{\dot{h} - b}{2a} \right) + c \quad (\text{B.6})$$

$$\dot{h} = \sqrt{4a \cdot h + (b^2 - 4ac)} = \sqrt{\alpha \cdot h + \beta}$$

$$q_{out} = A \cdot |\dot{h}| = A \cdot \sqrt{\alpha \cdot h + \beta}$$

La Figura B.5 muestra los valores experimentales de α y β de las distintas válvulas multivuelta tras realizar el mismo experimento para diferentes aperturas. Con dichos datos, para cada parámetro se ajusta una ecuación que proporcione su valor en función del grado de apertura de la válvula. Son ecuaciones polinomiales de segundo, tercer o quinto orden. En (B.8) se muestran dichas ecuaciones, mientras que en (B.7) se indican los parámetros fijos de las válvulas V_{1B} , V_{2B} , V_{3B} y V_{4B} .

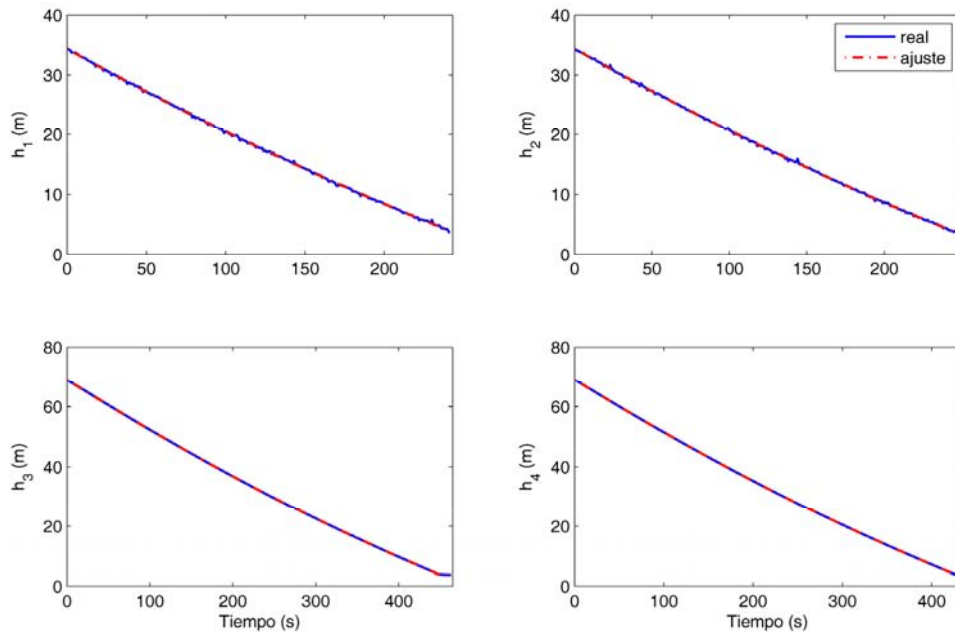


Figura B.4: Curvas reales de vaciado y su ajuste para las válvulas V_1 , V_2 , V_3 y V_4 cuando su grado de apertura es 3

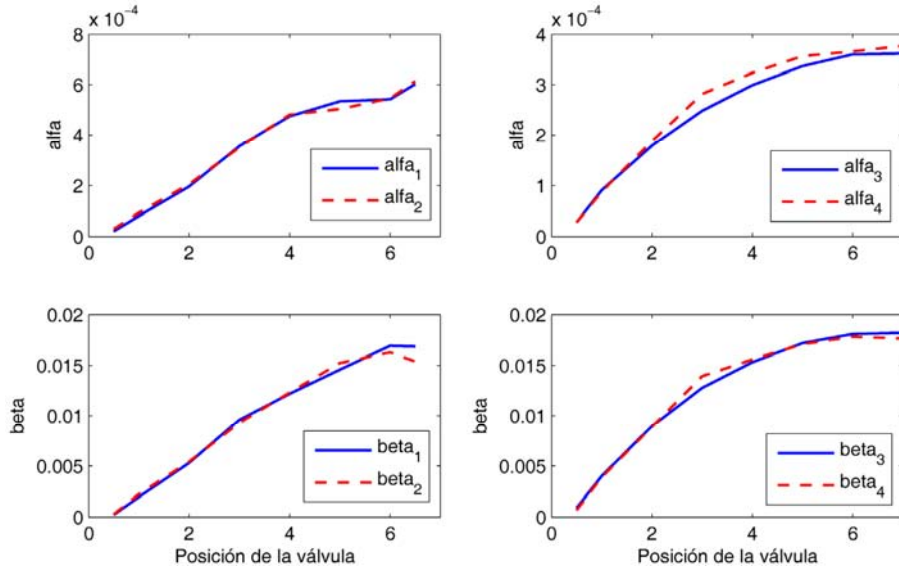


Figura B.5: Valores de α y β de las válvulas V_1 , V_2 , V_3 y V_4 para diferentes grados de apertura

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1B} &= 0.0013147, & \beta_{1B} &= 0.0198552; \\
 \alpha_{2B} &= 0.0013535, & \beta_{2B} &= 0.0185107; \\
 \alpha_{3B} &= 5.783 \cdot 10^{-4}, & \beta_{3B} &= 0.0272; \\
 \alpha_{4B} &= 6.423 \cdot 10^{-4}, & \beta_{4B} &= 0.0298
 \end{aligned}
 \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= (0.0852 \cdot V_1^5 - 1.293 \cdot V_1^4 + 6.505 \cdot V_1^3 - 12.79 \cdot V_1^2 + 21.61 \cdot V_1 - 6.193) \cdot 10^{-5}, \\
 \beta_1 &= (-0.4175 \cdot V_1^3 + 1.963 \cdot V_1^2 + 33.42 \cdot V_1 - 15.36) \cdot 10^{-4}; \\
 \alpha_2 &= (0.0877 \cdot V_2^5 - 1.309 \cdot V_2^4 + 6.514 \cdot V_2^3 - 12.95 \cdot V_2^2 + 22.01 \cdot V_2 - 5.376) \cdot 10^{-5}, \\
 \beta_2 &= (-1.03 \cdot V_2^3 + 7.517 \cdot V_2^2 + 19.71 \cdot V_2 - 6.797) \cdot 10^{-4}; \\
 \alpha_3 &= (-0.881 \cdot V_3^2 + 11.64 \cdot V_3 - 2.222) \cdot 10^{-5}, \\
 \beta_3 &= (-4.972 \cdot V_3^2 + 63.36 \cdot V_3 - 19.31) \cdot 10^{-4}; \\
 \alpha_4 &= (0.07231 \cdot V_4^3 - 1.893 \cdot V_4^2 + 15.77 \cdot V_4 - 4.971) \cdot 10^{-5}, \\
 \beta_4 &= (0.3616 \cdot V_4^3 - 9.907 \cdot V_4^2 + 81.48 \cdot V_4 - 32.7) \cdot 10^{-4};
 \end{aligned}
 \tag{B.8}$$

Los experimentos que se acaban de describir se han llevado a cabo para una sección interna de los tanques de $19 \times 19 \text{ cm}^2$; sin embargo, como ya se ha comentado, se han introducido unos tubos de sección circular constante para hacer la respuesta de la planta algo más rápida. La reducción del área no afecta al caudal de salida que seguirá siendo el mismo para una determinada altura. Pero para que el cálculo de caudal sea correcto al utilizar los coeficientes anteriores, hay que usar la expresión (B.9), donde se supone una sección A_{10} de $19 \times 19 \text{ cm}^2$.

$$q_{kout} = A_{19} \cdot \sqrt{\alpha_k \cdot h_k + \beta_k} \quad (\text{B.9})$$

Conocidos los caudales de entrada y salida de los cuatro tanques, la dinámica del nivel de agua en cada tanque se calcula en base a la ecuación diferencial de un depósito dada en (B.3). Los tanques superiores solo reciben como entrada los caudales que provienen de las bombas; sin embargo, hay que tener en cuenta que los tanques inferiores también reciben como aporte la salida de los tanques superiores. Según el esquema de la planta, el conjunto de ecuaciones diferenciales sería:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= (q_1 + q_{3out} + q_{3Bout} - q_{1out} - q_{1Bout}) / A_1 \\ \dot{h}_2 &= (q_2 + q_{4out} + q_{4Bout} - q_{2out} - q_{2Bout}) / A_2 \\ \dot{h}_3 &= (q_3 - q_{3out} - q_{3Bout}) / A_3 \\ \dot{h}_4 &= (q_4 - q_{4out} - q_{4Bout}) / A_4 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Una vez conocida la dinámica de la planta, lo primero que se ha realizado ha sido buscar configuraciones de las válvulas con puntos estacionarios válidos y para los que el rango de trabajo sea lo más amplio posible, teniendo en cuenta que no se sobrepasen los niveles de los tanques, ni éstos se queden vacíos. Es en dichos puntos donde sería más acertado obtener un modelo lineal del sistema por linealización.

B.4. Linealización de la planta

En este apartado, en base a una descomposición modular de la planta, se deriva su modelo lineal usando funciones de transferencia de dinámicas conocidas, obtenidas al linealizar el modelo no lineal en torno a un punto de trabajo. En primer lugar, al linealizar (B.3) para cada tanque k se tiene la ecuación general siguiente:

$$s \cdot h_k(s) = (q_{kin}(s) - q_{kout}(s)) / A_k \quad (\text{B.11})$$

En la anterior ecuación hay que determinar los caudales de entrada y salida para cada tanque. Según el tanque, estos caudales son la suma de distintas componentes como se expresa en (B.10). En cuanto a los caudales de salida (en cm^3/s), para cada válvula hay que linealizar la expresión (B.9), mediante una expansión en series de Taylor y truncar tras el término de primer orden. Con ello se consigue (B.12), donde los elementos con raya en lo alto son los valores estacionarios del punto de trabajo en torno al cual se obtiene el modelo. Al pasar a funciones de transferencia se obtiene (B.13),

donde $q_{kout}(s)$ y $h_k(s)$ serían variables incrementales respecto al punto de operación. La función de transferencia vendría dada por una constante.

$$q_{kout} - \bar{q}_{kout} = \frac{A_{19} \cdot \alpha_i}{2\sqrt{\alpha_k \cdot \bar{h}_k + \beta_k}} (h_k - \bar{h}_k) \quad (\text{B.12})$$

$$q_{kout}(s) = \frac{A_{19} \cdot \alpha_i}{2\sqrt{\alpha_k \cdot \bar{h}_k + \beta_k}} h_k(s) = A_{19} \cdot Kq_k \cdot h_k(s) \quad (\text{B.13})$$

En cuanto a los caudales suministrados por las bombas, como ya se ha dicho, estos vienen determinados por lazos secundarios de control, de forma que sus referencias de caudal se usan como nuevas entradas a la planta. Debido a que la respuesta de estos lazos es muy rápida y tienen error de posición nulo, su dinámica se puede despreciar. Lo que sí interesa conocer es el porcentaje de caudal de cada rama que va al tanque inferior correspondiente. Esto depende de la posición de la válvula de tres vías correspondiente y el caudal total. De acuerdo con (B.4), lo que hay que determinar es γ_i y γ_d . Por ejemplo, para una posición fija de la válvula de tres vías V_i , y mediante los datos de la Tabla B.1, se puede obtener una derivada parcial de γ_i respecto al caudal total q_{i_ref} de la rama izquierda. El proceso de linealización viene expresado en (B.14). La función de transferencia viene dada por K_{1_in} , que también es otra constante.

$$q_1 = \gamma(q_{i_ref}) \cdot q_{i_ref}$$

$$q_1 - \bar{q}_1 = \frac{\partial(\gamma(q_{i_ref}) \cdot q_{i_ref})}{\partial q_{i_ref}} \Bigg|_{q_{i_ref} = \bar{q}_{i_ref}} \cdot (q_{i_ref} - \bar{q}_{i_ref}) \quad (\text{B.14})$$

$$q_1(s) = \left(\frac{\partial \gamma(q_{i_ref})}{\partial q_{i_ref}} \cdot \bar{q}_{i_ref} + \gamma(\bar{q}_{i_ref}) \right) \cdot q_{i_ref}(s) = K_{1_in} \cdot q_{i_ref}(s)$$

En la parte complementaria (en este caso el tanque 4) se tendría una ganancia complementaria a uno, como se indica en (B.15). En la rama de la derecha se obtendrían modelos análogos.

$$q_4(s) = (1 - K_{1_in}) \cdot q_{i_ref}(s) \quad (\text{B.15})$$

Para terminar, linealizando el sistema en (B.10), usando funciones de transferencia similares a las de (B.11), (B.13), (B.14) y (B.15), y despejando $h_1(s)$ y $h_2(s)$ se obtienen las expresiones finales del sistema lineal, dado por:

$$\begin{aligned}
 h_1(s) &= \frac{\frac{K_{1_in}}{A_{19} \cdot (Kq_1 + Kq_{1B})}}{\left(\frac{A_1}{A_{19} \cdot (Kq_1 + Kq_{1B})} \cdot s + 1\right)} \cdot q_{i_ref}(s) + \frac{\frac{(1 - K_{2_in})}{A_{19} \cdot (Kq_1 + Kq_{1B})}}{\left(\frac{A_3}{A_{19} \cdot (Kq_3 + Kq_{3B})} \cdot s + 1\right)} \left(\frac{A_1}{A_{19} \cdot (Kq_1 + Kq_{1B})} \cdot s + 1\right) \cdot q_{d_ref}(s) \\
 h_2(s) &= \frac{\frac{(1 - K_{1_in})}{A_{19} \cdot (Kq_2 + Kq_{2B})}}{\left(\frac{A_4}{A_{19} \cdot (Kq_4 + Kq_{4B})} \cdot s + 1\right)} \left(\frac{A_2}{A_{19} \cdot (Kq_2 + Kq_{2B})} \cdot s + 1\right) \cdot q_{i_ref}(s) + \frac{\frac{K_{2_in}}{A_{19} \cdot (Kq_1 + Kq_{1B})}}{\left(\frac{A_2}{A_{19} \cdot (Kq_2 + Kq_{2B})} \cdot s + 1\right)} \cdot q_{d_ref}(s)
 \end{aligned} \quad (B.16)$$

De forma más compacta se puede expresar de la siguiente manera:

$$G_{Tuco}(s) = \begin{pmatrix} \frac{\frac{T_{h1} \cdot K_{1_in}}{A_1}}{(T_{h1}s + 1)} & \frac{\frac{T_{h1} \cdot (1 - K_{2_in})}{A_1}}{(T_{h3}s + 1)(T_{h1}s + 1)} \\ \frac{\frac{T_{h2} \cdot (1 - K_{1_in})}{A_2}}{(T_{h4}s + 1)(T_{h2}s + 1)} & \frac{\frac{T_{h2} \cdot K_{2_in}}{A_2}}{(T_{h2}s + 1)} \end{pmatrix}, \quad (B.17)$$

donde las salidas serían h_1 y h_2 (en cm), las entradas serían q_{i_ref} y q_{d_ref} (en cm^3/s), y las constantes de tiempo vendrían dadas por

$$\begin{aligned}
 T_{h1} &= \frac{A_1}{A_{19} \cdot (Kq_1 + Kq_{1B})} & T_{h3} &= \frac{A_3}{A_{19} \cdot (Kq_3 + Kq_{3B})} \\
 T_{h2} &= \frac{A_2}{A_{19} \cdot (Kq_2 + Kq_{2B})} & T_{h4} &= \frac{A_4}{A_{19} \cdot (Kq_4 + Kq_{4B})}
 \end{aligned} \quad (B.18)$$

Las constantes de tiempo dependen del punto de trabajo seleccionado. Como se ve en (B.18), disminuyendo la sección de los tanques, se conseguiría reducir las constantes de tiempo alcanzadas. Es por ello que se han usado cilindros para reducir dichas secciones de forma que $A_1 = A_2 = 316.82 \text{ cm}^2$ y $A_3 = A_4 = 184.29 \text{ cm}^2$.

La ganancia en estado estacionario y la RGA del sistema vendrían dadas por (B.19) y (B.20), respectivamente.

$$G_{Tuco}(0) = \begin{pmatrix} \frac{\frac{T_{h1} \cdot K_{1_in}}{A_1}}{A_1} & \frac{\frac{T_{h1} \cdot (1 - K_{2_in})}{A_1}}{A_1} \\ \frac{\frac{T_{h2} \cdot (1 - K_{1_in})}{A_2}}{A_2} & \frac{\frac{T_{h2} \cdot K_{2_in}}{A_2}}{A_2} \end{pmatrix} \quad (B.19)$$

$$RGA = \begin{pmatrix} K_{1_in} \cdot K_{2_in} & (1 - K_{1_in})(1 - K_{2_in}) \\ (1 - K_{1_in})(1 - K_{2_in}) & K_{1_in} \cdot K_{2_in} \end{pmatrix} \frac{1}{(K_{1_in} + K_{2_in} - 1)} \quad (B.20)$$

En cuanto a la presencia de algún cero multivariable RHP en el sistema, hay que determinar los ceros del determinante de (B.17). Se puede demostrar (Johansson et al., 1999) que al menos uno de los ceros está siempre en el semiplano izquierdo. Para que el otro esté en el semiplano derecho, se tiene que cumplir:

$$K_{1_in} + K_{2_in} < 1. \quad (B.21)$$

B.5. Puntos de operación seleccionados

Ajustando las diferentes válvulas, se ha configurado la planta de dos formas: una en la que tiene un cero RHP multivariable y otra en la que no. A continuación se presentan los sistemas lineales obtenidos en estos dos puntos de operación y se analizan de forma similar a como se ha hecho en el Apéndice A con los otros procesos tratados en esta tesis.

B.5.1. Configuración con cero RHP multivariable

El ajuste de esta configuración se realiza con las válvulas V_1 y V_2 abiertas 6 vueltas, las válvulas V_3 y V_4 abiertas una vuelta, y las válvulas de tres vías en la posición 3, que da más caudal a los tanques superiores. Los caudales de referencia seleccionados como entradas son de $135 \text{ cm}^3/\text{s}$ ambos. El punto estacionario aproximado es $h_1 = 17 \text{ cm}$, y $h_2 = 18 \text{ cm}$. Si se usa el modelo lineal obtenido a partir del modelo no lineal, se obtiene el siguiente sistema 2×2 :

$$G_{T1mod}(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.159}{179.6s + 1} & \frac{0.394}{(179.6s + 1)(237.5s + 1)} \\ \frac{0.418}{(184.4s + 1)(222.1s + 1)} & \frac{0.177}{184.4s + 1} \end{pmatrix}. \quad (B.22)$$

Tiene una RGA de 1.2 en los elementos de la diagonal no principal y un número de condición estacionario de 2.42. Además, tiene un cero multivariable de fase no mínima con constante de tiempo 159.96 s. Para comprobar el buen ajuste del modelo, se realiza una identificación en torno a dicho punto de funcionamiento usando la planta

experimental. Se obtiene el modelo en (B.23), que es muy próximo al anterior. Tiene una RGA de 1.21 en los elementos de la diagonal no principal y un número de condición de 2.44. Tiene un cero multivariable de fase no mínima con constante de tiempo de 164.67 s. La Figura B.6 muestra la comparación entre los datos reales y los obtenidos con dicho modelo.

$$G_{T1exp}(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.175}{191.5s+1} & \frac{0.402}{(170.5s+1)(260.7s+1)} \\ \frac{0.385}{(165s+1)(240.4s+1)} & \frac{0.154}{178.6s+1} \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

La Figura B.7 muestra los valores singulares y el número de condición del modelo identificado (B.23) en el rango de 10^{-4} a 10 rad/s. Los valores están muy próximos, sobre todo a altas frecuencias donde prácticamente se igualan. Esto coincide con el número de condición bajo en todo el rango de frecuencias, e igual a uno a altas frecuencias. Ello indica que no debería haber grandes problemas de control. Sin embargo, debido a la presencia del cero RHP multivariable la planta tendrá ciertas limitaciones de control en relación al ancho de banda alcanzable. Además, por tener un cero RHP multivariable, el desacoplo inverso no se puede aplicar a la planta con esta configuración.

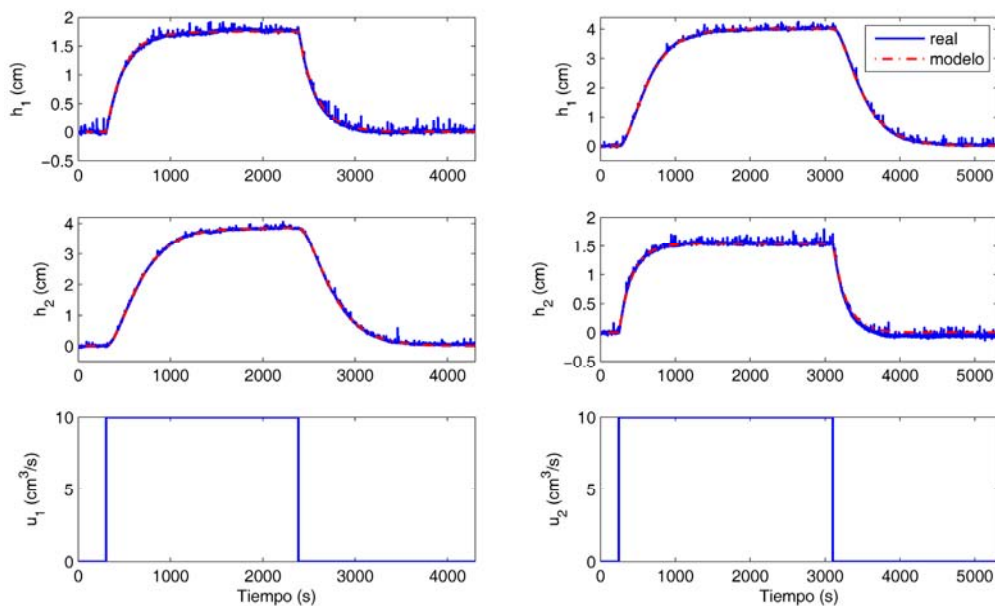


Figura B.6: Identificación de la planta de tanques acoplados de la UCO con cero RHP multivariable

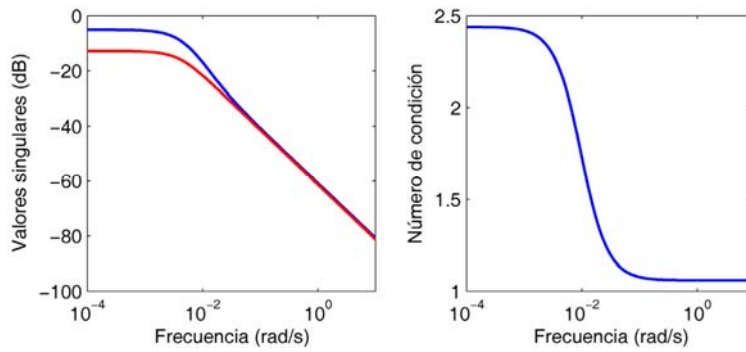


Figura B.7: Valores singulares y número de condición de la planta de tanques de la UCO con cero RHP multivariable

B.5.2. Configuración sin cero RHP multivariable

En este segundo caso, se ajusta la planta para que no tenga ceros RHP multivariables. Para ello, las válvulas V_1 y V_2 están abiertas 5 vueltas, las válvulas V_3 y V_4 abiertas 4 vueltas, las válvulas V_{3B} y V_{4B} cerradas, y las válvulas de tres vías en la posición 6, que da más caudal a los tanques inferiores. Los dos caudales de referencia seleccionados como entradas son de $135 \text{ cm}^3/\text{s}$. El punto estacionario aproximado es $h_1 = h_2 = 20 \text{ cm}$. Tras haber comprobado en el apartado anterior el buen ajuste entre el modelo identificado y el modelo lineal obtenido a partir del modelo no lineal, en este caso se utiliza directamente el modelo lineal 2×2 obtenido por linealización, el cual viene dado por:

$$G_{T2}(s) = \begin{pmatrix} \frac{0.3284}{184.5s+1} & \frac{0.2454}{(184.5s+1)(535.1s+1)} \\ \frac{0.2457}{(185s+1)(503.2s+1)} & \frac{0.3378}{185s+1} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.24})$$

La Figura B.8 muestra los valores singulares y el número de condición del modelo en el rango de 10^{-5} a 1 rad/s . A bajas frecuencias, hasta 0.001 rad/s , hay una diferencia algo mayor de 15 dB entre los valores singulares, lo que equivale a un número de condición próximo a 6.5 . Tras dicha frecuencia los valores singulares tienden al mismo valor. La RGA del sistema es de 2.29 en los elementos de la diagonal principal. Este número mayor que la unidad indica que la planta tiene interacción apreciable.

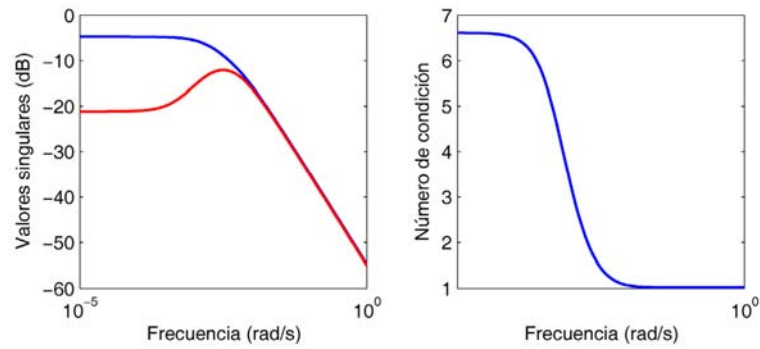


Figura B.8: Valores singulares y número de condición de la planta de tanques de la UCO sin cero RHP multivariable

En resumen, el sistema muestra direccionalidad e interacción a bajas frecuencias (por debajo de 0.001 rad/s), donde tanto la RGA como el número de condición tienen elevado valor. Aun así, el número de condición por debajo de 10 en todo el rango de frecuencias indica que la planta no está mal acondicionada. A mayores frecuencias no hay grandes problemas de control.