en cuenta la masa de la glándula y el período efectivo medido.

5.2. Diagnóstico en medicina nuclear

El detector es un cristal de centelleo lo suficientemente grande como para poder ver una amplia región del organismo que va acoplado a varias decenas de fotomultiplicadores, a un circuito lógico de localización, a un analizador de altura de impulsos, a una pantalla de visualización, a un ordenador para análisis de la imagen y, finalmente, a un sistema de presentación de imagen en forma de película o impresión a color.

Tres ejemplos de sistemas de diagnóstico en medicina nuclear se describen a continuación.

Gammacámara.– Una gammacámara (o cámara Anger) es una modificación de un detector de centelleo que además de detectar la radiación gamma es capaz de localizar el lugar donde se produce la detección del fotón.

Los rayos gamma no se focalizan como la luz visible, siendo necesario una relación biunívoca entre la dirección del fotón gamma y el punto de detección. Esta relación se consigue por medio de un colimador, permitiendo obtener imágenes planares de la distribución frontal de la radiactividad dentro del paciente, sin tener información sobre la distancia al colimador en la que se ha originado el fotón.

Debido a la naturaleza aleatoria del fenómeno radiactivo, la calidad de la imagen mejora al aumentar el número de sucesos registrados, por ello deberá haber un equilibrio entre la actividad administrada, la sensibilidad y resolución de la gammacámara y la duración de la exploración.

La mayoría de las imágenes obtenidas con la gammacámara corresponden a estudios estáticos, siendo su evaluación visual. En los estudios dinámicos se estudian los cambios del radiofármaco con el tiempo, obteniéndose varias imágenes en diferentes instantes de tiempo, en forma de sucesión de imágenes consecutivas. De estas imágenes puede obtenerse una curva de actividad en función del tiempo y determinar parámetros fisiológicos, como en el caso de los estudios renales.

Tomografía de emisión de fotón único (SPECT) .– La tomografía de emisión de fotón único (Single Photon Emission Tomography, SPECT) permite conocer la distribución tridimensional de un radionucleido en el interior del organismo. Por cada radionúclido que se desintegra desde el exterior se pretende detectar un fotón, por ello, esta técnica se denomina de emisión de fotón único.

Las imágenes SPECT se presentan normalmente en forma de cortes bidimensionales, cada uno en una posición distinta en la tercera dimensión. Ello permite por un lado medir tamaño y volúmenes, con limitaciones impuestas por la resolución del sistema, y por otro localizar mejor las distintas estructuras que en gammagrafía planar.

Tomografía de emisión de positrones (PET).– La tomografía de emisión de positrones (Positron emission tomography, PET) es una técnica que permite detectar y cuantificar la distribución de un radionucleido emisor de positrones en el interior del organismo. Tras sucesivas colisiones, el positrón pierde su energía y cuando está prácticamente en reposo se combina (aniquila) con un electrón orbital, convirtiéndose la masa en reposo del electrón y del positrón en energía, en forma de dos fotones de 0,511 MeV cada uno, los cuales son emitidos simultáneamente y en sentidos opuestos, pudiendo salir del organismo y ser detectados en el exterior.

Los núcleos emisores de positrones están caracterizados por tener un período de semidesintegración muy corto.

La PET se basa en la detección de los fotones producidos por la aniquilación de los positrones.

REFERENCIAS

- J.C. Antoranz y C. Santa Marta, *"Imagen médica: nuevas tecnologías diagnósticas y terapeúticas"*, Revista "A Distancia", Vol. 17, n.° 2 (1999).
- M. Yuste, "El descubrimiento de los rayos X", Revista 100cias@uned, n.° 0, 72-4 (1997).
- Varios autores, *Protección Radiológica (1,2,3,4)*, Colección sanidad ambiental, Ministerio de Sanidad y Consumo (1988).
- S.C. Bushog, *Manual de radiología para técnicos*, Mosby/Doyma Libros (1995).
- X. Ortega y J. Jorba, *Radiaciones ionizantes: Utilización y riesgos (Tomos I y II)*, Ed. U.P.C. (1994).
- H. Cember, *Introduction to Health Physics*, McGraw-Hill (1996).
- Varios autores, *Apuntes del Curso de verano de la UNED "Aplicaciones Biomédicas de las Radiaciones Ionizantes"* (1998).
- *Twentieth Century Physics* (Volume III), Institute of Physics Publishing (Bristol and Philadelphia) and American Institute of Physics Press (New York), 1995.

Amalia Williart Torres
Depto. de Física de los Materiales

Geometría enumerativa, Topología y Física

El objetivo de esta nota es llamar la atención, con un ejemplo, sobre el hecho de que de un tiempo a esta parte está teniendo lugar un resurgimiento del contacto entre las ideas originarias de la física y las matemática puras.

El ejemplo es la obtención por parte del M. Kontsevich (reciente medalla Fields en 1998) y Y. Manin, [KM], de una fórmula para la enumeración de ciertas curvas algebraicas en el plano proyectivo, un problema clásico y de gran dificultad. Más concretamente han llegado a una fórmula para conocer el número de curvas algebraicas complejas de género cero y grado d, N(d), que pasan por 3d-1 puntos genéricos del plano.

Es bien sabido que hay una única recta que pasa por dos puntos, N(1)=1, y que hay una única cónica que pasa por cinco, N(2)=1. Ahora bien, ¿cuánto vale N(d), con d>2? Konsevich y Manin han demostrado la siguiente fórmula recursiva que permite calcular N(d) a partir de N(1) y N(2):

$$N(d) = \frac{1}{2} \sum_{d_1+d_2=d} \frac{d_1 d_2 \left(3dd_1d_2 - 2d^2 + 6d_1d_2(3d-4)\right)!}{(3d_1-1)!(3d_2-1)!} N(d_1)N(d_2)$$

De aquí se obtiene, después de unas operaciones sencillas, que N(3)=12, N(4)=640, N(5)=87.304, N(6)=26.312.976, ...

Para presentar una historia parcial de las técnicas que han hecho posible este resultado, creo que hemos de comenzar con la topología, más concretamente con la teoría de nudos. La teoría de nudos se ocupa de los encajes de la circunferencia en el espacio y está íntimamente relacionada con el estudio de las variedades de dimensión tres. Uno de los métodos clásicos usados para distinguir dos nudos es mediante invariantes como el polinomio de Alexander, cuya interpretación geométrica aparece al estudiar la homología de la cubierta cíclica infinita del nudo considerado.

Hace unos quince años, V. F. R. Jones (medalla Fields del año 90) introdujo un nuevo invariante polinómico para nudos, mediante el uso de las álgebras de von Neuman [J]. Rápidamente se produjeron gran cantidad de generalizaciones e interpretaciones combinatorias, pero era deseable una interpretación geométrica para conocer la naturaleza de tales invariantes. Tal interpretación tuvo su origen en ideas provenientes de la física y fue dada por E. Witten (también medalla Fields en 1990), [W1] en términos de una teoría topológica-cuántica de campos (topological quantum field theory, TQFT, ver [A]). El término cuántica viene del uso de las álgebras de Hopf $U_p(\mathbf{g})$ o grupos cuánticos.

A partir de las ideas de Witten se han producido muchos otros desarrollos y se han obtenido nuevos invariantes de variedades de dimensión 3.

Dentro de la TQFT también se pueden encuadrar los invariantes de Witten-Gromov y la cohomología cuántica (en el artículo [KM] se introduce la axiomática de la cohomología cuántica). En realidad el origen del estudio de este tipo de invariantes viene de algo más atrás: la teoría gauge de Donaldson (medalla Fields en 1986) y la teoría de Gromov de curvas pseudoholomorfas. Los problemas de recuento en geometría algebraica aparecen en la propia definición de los invariantes de Witten-Gromov, en particular el recuenteo de curvas pseudo-holomorfas en una variedad 2n dimensional simpléctica con una estructura cuasi-compleja adaptada (ver, por ejemplo, [RT]).

El último paso, no por ello menos sorprendente, es la relación de los invariantes de Witten-Gromov con un sistema de ecuaciones diferenciales de tercer orden: las ecuaciones de Witten-Dijkgraaf-Verlinde-Verlinde, ecuaciones WDVV (ver las notas de S. Nantazon, [N], sobre la estructura de Dubrovin-Frobenius que aparece en el conjunto de soluciones de este tipo de ecuaciones). Las ecuaciones WDVV dan lugar a fórmulas de recurrencia para los invariantes de Witten-Gromov y a las fórmulas de geometría enumerativa con las que hemos comenzado esta nota.

REFERENCIAS

[A] M. Atiyah, The Geometry and Physics of Knots, Lezioni Lincee, Cambridge University Press, Cambridge 1990.

[KM] M. Kontsevich, Y. Manin, Gromov-Witten classes, quantum cohomolgy and enumerative geometry, Comm. Math. Phys. **164** (1994), 525-562.

[J] V. F. R. Jones, A polynomial invariant for knots via von Neumann algebras, Bull. Amer. Math. Soc., **12** (1985), 103-111.

[N] S. Natanzon, Structures de Dubrovin, Publication de l'institut de recherche mathématique avancée, Strasbourg 1997.

[RT] Y. Ruan, G. Tian, A mathematical theory of quantum cohomology, J. Differential Geom. **42** (1995), 259-367.

[W1] E. Witten, Quantum field theory and the Jones polynomial, Comm. Math. Phys., **121** (1989) 351-399.

Antonio F. Costa
Depto. de Matemáticas Fundamentales

NOVEDADES CIENTÍFICAS

Novedades científicas en Física

ASTROFÍSICA Y COSMOLOGÍA

• Desde que Hubble descubrió que el universo se expande, la determinación exacta del valor de la constante de Hubble H_0 ha sido uno de los máximos objetivos de la cosmología observacional. El propio Hubble estimó un valor de 550 km/s/Mps (kilómetros por segundo por megaparsec), que es a todas luces exagerado pues daría una edad para el universo menor que las estimaciones geológicas de la edad de rocas de la Tierra. Desde entonces, las estimaciones se han ido afinando, aunque tradicionalmente se han mantenido dos escuelas contrarias. En 1999, un equipo dirigido por Wendy Freedman, heredero de la escuela de Gerard de Vaucouleurs, ha llegado a una estimación de $H_0 = 71 \pm 7$ km/s/Mps, mientras que la escuela contraria, dirigida por Allan Sandage, acepta ahora un valor de $H_0 = 60 \pm 6$, lo que reduce considerablemente las diferencias anteriores.