



EFEITOS HIDRODINÂMICOS E MAGNÉTICOS NA ESTABILIZAÇÃO DE ONDAS DE CONCENTRAÇÃO EM LEITOS FLUIDIZADOS

YURI DUMARESQ SOBRAL, FRANCISCO RICARDO DA CUNHA

Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica
Campus Universitário Darcy Ribeiro, 70910-900, Brasília – DF, Brasil

(Recibido 7 de abril de 2004, para publicación 27 de mayo de 2004)

Resumo – Neste trabalho é desenvolvida uma análise de estabilidade linear para se avaliar o comportamento de ondas de concentração em leitos fluidizados. O efeito do campo magnético é modelado pela adição de tensões magnéticas no tensor de tensões da fase particulada. Um modelo não-linear é proposto para a força de interação fluido-partícula, de forma a considerar os efeitos inerciais nas esteiras das partículas. Verifica-se uma estabilização do leito fluidizado em resposta à magnetização das partículas. Este efeito de estabilização é máximo quando o campo magnético está alinhado com a direção de fluidização, qualitativamente de acordo com observações experimentais recentes. Além disso, os mecanismos não-lineares de interação de esteiras das partículas e a pressão de partícula minimizam a intensidade dos efeitos magnéticos requeridos para a estabilização da suspensão, indicando que estes três efeitos são mecanismos estabilizadores de distúrbios de concentração em leitos fluidizados.

1. INTRODUÇÃO

O processo de fluidização ocorre quando um leito fixo de partículas sólidas é suspenso por uma corrente ascendente de gás ou de líquido. À medida em que uma maior taxa de escoamento de fluido passa através do leito fixo, o arrasto sobre as partículas aumenta até que em um determinado ponto o mesmo é equilibrado pelo peso líquido da fase particulada. Um aumento subsequente da taxa de escoamento causará uma expansão do leito, gerando uma configuração de partículas livres e com alta mobilidade, suspensas em uma região do escoamento, chamada de leito fluidizado.

O estudo da estabilidade de suspensões, em especial de leitos fluidizados, tem como objetivo identificar mecanismos hidrodinâmicos que causam o aparecimento de bolhas, que são grandes regiões de vazios de partículas na suspensão. Um entendimento desses mecanismos subsidia informações para um maior controle da estabilização de leitos fluidizados em operação, e, conseqüentemente, da eficiência da fluidização.

Em certas condições de operação, os leitos fluidizados apresentam uma configuração de escoamentos na qual ondas de concentração se propagam ao longo do sistema, anternando-se com bolhas. Observações experimentais [1] têm indicado que leitos fluidizados compostos de partículas magnéticas em condição de escoamento borbulhante passavam à condição de fluidização particulada, caracterizada pela ausência de ondas de concentração, quando um campo magnético é aplicado paralelamente à direção de fluidização. Esse comportamento foi parcialmente explicado a partir de modelos contínuos de escoamentos multifásicos, que indicaram uma inibição da formação de agregados irreversíveis no leito fluidizado vinculado à existência de forças magnéticas agindo na fase particulada. No entanto, esses modelos não examinaram a questão da estabilização de leitos fluidizados contra ondas planas de concentração de pequena amplitude para campos magnéticos aplicados em direções arbitrárias com relação ao leito, diferentes da direção principal de fluidização. Experimentos mais recentes [3] investigaram esta questão em detalhe. Em [4], propõe-se uma formulação que recupera a estabilização de leitos para orientações arbitrárias do campo magnético aplicado, restrita a fluidizações em baixos números de Reynolds de partícula, em que forças de interação fluido-partícula de natureza viscosa são dominantes no escoamento. Uma discussão mais detalhada sobre a modelagem dos termos de força de interação fluido-partícula, bem

como aspectos das interações partícula-partícula, na teoria de leitos fluidizados pode ser encontrada em [5, 6, 7] e nas respectivas referências.

Neste trabalho, uma extensão do modelo apresentado em [4], considerando-se os efeitos não-lineares de inércia do escoamento fluido sobre as partículas, é examinado. O modelo de força de interação fluido-partícula proposto aqui tem como base a equação de Ergun [8], inicialmente obtida de forma empírica para meios fixos concentrados.

Os resultados mostram que a presença de um campo magnético estabiliza o leito fluidizado contra ondas planas de concentração e que existe também uma estabilização significativa para outras orientações do campo magnético. O efeito da estabilização é máximo na condição de orientação do campo paralela à direção principal de fluidização e praticamente nulo para orientações perpendiculares à direção do escoamento. Os resultados teóricos estão de acordo com observações experimentais realizadas em [3].

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A modelagem matemática de leitos fluidizados é baseada na hipótese de que não apenas o fluido, mas também as partículas em suspensão, são tratados como meios contínuos interpenetrantes [5, 7]. Desta forma, as equações governantes podem ser escritas em termos de propriedades médias locais, definidas sobre volumes sensíveis suficientemente grandes, para conter uma amostra significativa de partículas, mas suficientemente pequenos, quando comparados ao tamanho do sistema [9].

2.1. Equações de balanço

A dinâmica de leitos fluidizados isotérmicos é descrita pelas equações da continuidade e da quantidade de movimento para cada uma das fases interpenetrantes.

As equações da continuidade para a fase fluida e para a fase dispersa (partículas), ambas consideradas incompressíveis, são escritas como [9]:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{u}) = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

respectivamente. Nestas equações, ε representa a fração de vazio local do escoamento e $\phi = 1 - \varepsilon$ é a concentração volumétrica local de partículas. A velocidade média local da fase fluida é denotada por \mathbf{u} , e a velocidade da fase particulada é denotada por \mathbf{v} .

Analogamente, as equações da quantidade de movimento para cada fase são obtidas na forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \rho_f \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\varepsilon \rho_f \mathbf{u} \mathbf{u}) = \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{T}_f) - \mathbf{f} + \varepsilon \rho_f \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_p \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\phi \rho_p \mathbf{v} \mathbf{v}) = \nabla \cdot (\phi \mathbf{T}_p) + \mathbf{f} + \phi \rho_p \mathbf{g} \quad (3)$$

em que ρ_f e ρ_p representam as massas específicas das fases fluida e particulada, respectivamente e \mathbf{g} representa a aceleração gravitacional. Nestas equações, identificamos três termos para os quais devemos propor modelos de fechamento, a saber: os tensores de tensões médios para a fase fluida e para a fase particulada, $\varepsilon \mathbf{T}_f$ e $\phi \mathbf{T}_p$, respectivamente, e a força de interação fluido-partícula, \mathbf{f} .

2.2. Equações constitutivas

Para a fase fluida, o tensor de tensões linear clássico de Navier-Stokes para um fluido newtoniano é proposto em termos de variáveis médias locais, resultando em

$$\varepsilon \mathbf{T}_f = -p \mathbf{I} + \mu_f \left[\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right] \quad (4)$$

Na eq.(4), p representa a pressão mecânica média local agindo na fase fluida e μ_f denota a viscosidade dinâmica do fluido.

Apesar dos avanços na compreensão dos mecanismos de interações hidrodinâmicas e mecânicas na fase particulada, existem na literatura controvérsias sobre modelos que tenham alta credibilidade física, principalmente com relação ao tensor de tensões médio para esta fase [2, 5, 6]. É proposto um modelo em que a contribuição macroscópica destas interações pode ser traduzida em uma pressão de partícula e em uma viscosidade de partícula, ambas associadas ao transporte de quantidade de movimento por flutuações de velocidades de partículas. A primeira está associada a $\frac{1}{3} \overline{\mathbf{v}'_i \mathbf{v}'_i}$, onde \mathbf{v}'_i representa as componentes da flutuação de velocidade das partículas \mathbf{v}' em torno de uma velocidade média $\bar{\mathbf{v}}$, isto é, $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}'$. A segunda está associada à dissipação de energia na fase particulada, ou seja, ao tensor $\overline{\mathbf{v}'_i \mathbf{v}'_j}$, com $i \neq j$, e também à resistência viscosa à mudança da configuração relativa entre partículas [6]. Os efeitos de origem magnética são considerados como um termo constitutivo adicional na formulação do tensor de tensões da fase particulada.

Propõe-se o tensor de tensões médio para a fase particulada na forma,

$$\phi \mathbf{T}_p = -p_p(\phi) \mathbf{I} + \mu_p(\phi) \left[\nabla \mathbf{v} + \nabla^T \mathbf{v} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I} \right] + \mathbf{T}_m \quad (5)$$

em que $p_p(\phi)$ denota a pressão de partícula, $\mu_p(\phi)$ a viscosidade de partícula e \mathbf{T}_m representa os efeitos de origem magnética nesta fase. O símbolo ∇ representa o operador diferencial $\frac{\partial}{\partial x_i} e_i$, ∇^T o seu transposto e \mathbf{I} denota o tensor identidade.

2.3. Equações de estado para $p_p(\phi)$ e $\mu_p(\phi)$

Atualmente, são incipientes formulações constitutivas que expressem de maneira precisa a dependência funcional da pressão de partícula e da viscosidade de partícula com ϕ quando, além dos efeitos colisionais, são considerados os mecanismos de interações hidrodinâmicas entre as partículas. Mais recentemente, observações experimentais [10] subsidiaram a determinação de modelos simples para ambos os termos, porém de validade restrita, no presente trabalho, optou-se pelo uso de uma proposta ad-hoc apresentada por Hernández & Jiménez [5] para p_p , e do modelo obtido por Frankel & Acrivos [5] a partir de análises assintóticas em suspensões para μ_p . As relações de estado para p_p e μ_p são expressas aqui na seguinte forma:

$$G(\phi) = \exp\left(\frac{r\phi}{\phi_m - \phi}\right) \quad \text{e} \quad h(\phi) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\phi}{\phi_m}\right)^{\frac{1}{3}}} \quad (7)$$

com r sendo um parâmetro de calibração e ϕ_m a concentração de máximo empacotamento randômico, $\phi_m = 0,65$. Note que quando $\phi \rightarrow \phi_m$, ambos os funcionais $G(\phi)$, $h(\phi) \rightarrow \infty$.

2.4. Forças de interação fluido-partícula

No presente trabalho são consideradas como mais relevantes três tipos de interações fluido-partículas em leitos fluidizados: uma força de origem puramente viscosa, uma força associada aos efeitos de inércia permanente do escoamento e uma força de inércia transiente do fluido. Propõe-se a seguinte expressão geral para a força de interação fluido-partícula

$$\mathbf{f} = \alpha(\phi) \frac{\mu_f}{a^2} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \kappa(\phi) \frac{\rho_f}{a} |\mathbf{u} - \mathbf{v}| (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \beta(\phi) \rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right) \quad (8)$$

em que a representa o raio das partículas (consideradas esféricas) e em que os coeficientes $\alpha(\phi)$ e $\kappa(\phi)$ são estimados pela correlação de Ergun [8] para $\phi \geq 20\%$

$$\alpha(\phi) = \frac{75}{2} \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} \quad \text{e} \quad \kappa(\phi) = \frac{7}{2} \frac{\phi}{(1-\phi)^3} \quad (9)$$

e $\beta(\phi)$ é determinado pela correlação de Zuber [6, 7], que expressa o efeito de massa virtual em uma dispersão homogênea em um fluido irrotacional,

$$\beta(\phi) = \frac{1+2\phi}{2-2\phi} \quad (10)$$

O termo associado aos efeitos quadráticos tem origem nos mecanismos de inércia do fluido identificados na esteira das partículas que compõem o leito fluidizado. Um fenômeno não-linear, que se revelou importante na estabilização de leitos fluidizados, foi descoberto por [12] nesta região. A esteira gerada a jusante de uma partícula produz uma região de baixa pressão. Uma partícula nas vizinhanças dessa região pode vir a ser capturada por esta esteira, caracterizando o chamado *drafting*. Devido a inércia em altos números de Reynolds de partícula, uma partícula teste na região de esteira de uma segunda partícula rapidamente se aproxima e colide com esta partícula, vencendo as forças de lubrificação que existem entre elas, caracterizando o mecanismo chamado de *kissing*. Em seguida, as partículas se separarão após a colisão, configurando a última etapa da interação, chamada de *tumbling*. A separação das partículas é causada por um mecanismo de instabilidade intrínseco a esta configuração que faz com que as mesmas evoluam para uma configuração de distribuição espacial mais estável. Em geral, a configuração final resulta em partículas com centros alinhados na direção transversal à direção de fluidização [12]. Até o presente momento, os mecanismos que levam à configuração de estabilidade descrita acima ainda estão por serem melhor explorados. Estudos recentes [11] mostraram que o modelo de força de interação fluido-partícula não-linear recupera uma maior região de estabilidade para leitos fluidizados, se comparada com a obtida por modelos lineares. Isto decorre dos mecanismos de separação das partículas induzida pelas interações de esteiras, que atenuam a formação de ondas de concentração de partículas em regiões com maior tendência de agregação.

Vale mencionar que a força de interação fluido partícula está associada ao movimento relativo entre as fases fluida e particulada e, portanto, deve ser proposta em termos de velocidades e acelerações relativas, como na eq.(8). Tal como apresentado na eq.(8), o modelo proposto para a força de interação fluido-partícula satisfaz o princípio da objetividade material, que postula que equações constitutivas são independentes de qualquer sistema de referência. Matematicamente, esta condição é escrita como [13]

$$\mathbf{f}' = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{f} \quad (11)$$

com \mathbf{Q} denotando um tensor ortogonal.

2.5. Tensor de tensões magnético

Por último, os efeitos magnéticos são modelados a partir de um tensor de tensões tipo Maxwell, escrito em termos de variáveis médias [4]

$$\mathbf{T}_m = -p_m \mathbf{I} + \mathbf{B}\mathbf{H} \quad (12)$$

com a pressão magnética p_m definida por

$$p_m = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{H} \cdot \mathbf{H} \quad (13)$$

Nestas equações, \mathbf{H} representa o vetor campo magnético médio local ponderado,

$$\mathbf{H} = \epsilon \mathbf{H}_f + \phi \mathbf{H}_p \quad (14)$$

e \mathbf{B} a indução magnética média local ponderada,

$$\mathbf{B} = \epsilon \mathbf{B}_f + \phi \mathbf{B}_p \quad (15)$$

Estas duas quantidades são regidas pelas equações de Maxwell simplificadas para o regime magnetostático,

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad \text{e} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (16)$$

No presente trabalho, as partículas são consideradas superparamagnéticas sendo desprezados os torques internos induzidos pelo campo magnético e as interações magnéticas entre as partículas. Nestas condições, a magnetização média local pode ser definida por $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$, em que $\chi = \chi(\mathbf{H})$ é a susceptibilidade média local da fase particulada. Considera-se que a susceptibilidade independe da história de magnetização das partículas (memória magnética), ou seja, não apresenta ciclos de histerese. As três grandezas de origem magnética estão relacionadas pela equação

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (17)$$

com $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ denotando a permeabilidade magnética do vácuo.

Tomando-se o divergente dos tensores de tensões apresentados nas eqs.(4) e (5), e substituindo-os, assim como a força de interação fluido-partícula, eq.(8), nas eqs.(2) e (3), obtém-se o sistema de equações governantes do problema em questão. É instrutivo perceber que, na equação da fase particulada, os efeitos magnéticos são incorporados por um termo de força magnética do tipo Kelvin $\mu_0 M \nabla H$, em que $M = |\mathbf{M}|$ e $H = |\mathbf{H}|$.

2.6. Adimensionalização das equações governantes

A seguir propõe-se uma adimensionalização das equações governantes baseada nas escalas u_0 (velocidade de fluidização) para velocidade característica, a para comprimentos, μ_f para viscosidade e H_0 (campo aplicado) para as quantidades magnéticas. Como resultado, obtemos os seguintes parâmetros físicos adimensionais que governam a dinâmica de leitos fluidizados,

$$\Re = \frac{\rho_f}{\rho_p}, \quad R_e = \frac{\rho_f u_0 a}{\mu_f}, \quad F_r = \frac{u_0^2}{ag} \quad \text{e} \quad C_{pm} = \frac{\mu_0 H_0^2}{\rho_f u_0^2} \quad (18)$$

sendo estes, respectivamente, a razão de massas específicas, o número de Reynolds de partícula, o número de Froude de partícula e o coeficiente de pressão magnética, que relaciona a pressão dinâmica do escoamento com a pressão magnética aplicada.

As equações adimensionais da continuidade eq.(1) e do campo magnético eq.(16), permanecem inalteradas após a adimensionalização. As equações do movimento obtidas após o processo de adimensionalização são apresentadas abaixo:

$$(1 - \phi) \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \frac{1}{R_e} \left[\nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right] - \frac{1 - \phi}{F_r} \mathbf{e}_3 - \frac{\alpha(\phi)}{R_e} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) - \beta(\phi) (\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}) - \kappa(\phi) (\mathbf{u} - \mathbf{v}) |\mathbf{u} - \mathbf{v}| \quad (19)$$

$$\phi \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\Re \sigma \nabla G + \frac{\Re M h}{R_e} \left[\nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right] - \frac{\phi}{F_r} \mathbf{e}_3 + \frac{\Re \alpha(\phi)}{R_e} (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \Re \beta(\phi) (\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}) + \Re \kappa(\phi) (\mathbf{u} - \mathbf{v}) |\mathbf{u} - \mathbf{v}| + \phi \chi C_{pm} \nabla H \quad (20)$$

2.7. Análise de estabilidade

As equações obtidas são reescritas para o caso unidimensional e linearizadas para distúrbios de pequena amplitude a partir da condição de fluidização homogênea [11]. Para a solução do problema com a presença de efeitos magnéticos, uma equação extra que relaciona os distúrbios do campo magnético com os distúrbios da concentração de partículas é proposta [4, 11]. Obteve-se, para este modelo,

$$I_{mag} \frac{\partial H_1}{\partial z} - 2\phi_0 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

em que o subíndice 1 denota o distúrbio na respectiva variável e onde I_{mag} é o fator de forma magnético [4, 11], definido por

$$I_{mag} = 1 - \frac{1}{\chi_0} - \frac{\phi_0^2 \chi'}{\chi_0} - \text{tg}(\theta_{0z}) \text{tg}(\theta_{p0}) \left(\frac{1}{\chi_0} + \phi_0^2 \right) \quad (22)$$

com a susceptibilidade magnética tangencial denotada por χ' [1]. Os ângulos θ_{0z} e θ_{p0} são, respectivamente, o ângulo entre o campo inicial e a direção do escoamento e o ângulo entre o campo aplicado e seu distúrbio. Este é o parâmetro pelo qual pode-se examinar o efeito da orientação do campo aplicado na estabilização do leito fluidizado.

Os distúrbios são impostos na forma de ondas planas do tipo $Ae^{st} e^{ikz}$, com $s = \xi + i\omega$ denotando uma frequência complexa e A uma amplitude genérica. A parte real da frequência dos distúrbios $\xi = \xi(k)$ é chamada de taxa de amplificação temporal dos distúrbios e $\omega = \omega(k)$ representa a relação de dispersão para tais distúrbios, com k denotando o número de onda. O sistema de equações resultantes é escrito na forma tensorial, de forma que $\mathbf{M} \cdot \mathbf{\Omega} = 0$. As componentes M_{ij} do tensor \mathbf{M} , chamado de tensor modal no espaço $s - k$, são calculadas como sendo:

$$[M_{ij}] = \begin{bmatrix} -(1 - \phi_0)ik & 0 & s + ik & 0 & 0 \\ 0 & -ik\phi_0 & -s & 0 & 0 \\ \left(\begin{array}{c} (1 - \phi_0)(-s - ik) \\ + \frac{4k^2}{3R_e} + \frac{\alpha(\phi_0)}{R_e} \\ - \beta(\phi_0)s + 2\kappa(\phi_0) \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} -\frac{\alpha(\phi_0)}{R_e} + \beta(\phi_0)s \\ -2\kappa(\phi_0) \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{F_r} + \frac{\alpha'(\phi_0)}{R_e} \\ + \kappa'(\phi_0) \end{array} \right) & -ik & 0 \\ \left(\begin{array}{c} -\frac{\Re\alpha(\phi_0)}{R_e} + \Re\beta(\phi_0)s \\ -2\Re\kappa(\phi_0) \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} -\phi_0 s + \frac{4\Re M \kappa(\phi_0) k^2}{3R_e} \\ + \frac{\Re\alpha(\phi_0)}{R_e} - \Re\beta(\phi_0)s \\ + 2\Re\kappa(\phi_0) \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} -\Re G'(\phi_0) \sigma i k + \frac{1}{F_r} \\ -\frac{\Re\alpha'(\phi_0)}{R_e} - \Re\kappa'(\phi_0) \end{array} \right) & 0 & C_{pm} \chi \phi_0 i k \\ 0 & 0 & -2\phi_0 & 0 & I_{mag} \end{bmatrix} \quad (23)$$

A primeira linha do tensor na eq.(23) representa a equação da continuidade no espaço $s - k$ (frequência-número de onda) para a fase fluida, a segunda a equação da continuidade para a fase particulada e as duas subsequentes representam as equações da quantidade de movimento para as fases fluida e particulada, respectivamente, todas no espaço $s - k$. A última linha expressa a eq.(21). O vetor de amplitudes que completa o sistema é dado por $\mathbf{\Omega} = (u_a \ v_a \ \phi_a \ p_a \ H_a)^T$, em que o subíndice a denota a amplitude do distúrbio e T a operação de transposição tensorial. A solução não-trivial deste sistema de equações algébricas no espaço $s - k$ é obtida a partir da singularidade de \mathbf{M} , ou seja, impondo $\det(\mathbf{M}) = 0$. Desta condição, resulta uma expressão para a taxa de amplificação dos distúrbios em termos do número de onda k e as equações gerais para as linhas de amplificação nula, que delimitam os diagramas de bifurcação, e para os diagramas de estabilidade. Obtém-se, para a taxa de amplificação dos distúrbios, a seguinte expressão:

$$\xi(k) = \frac{Q_2}{2Q_1} \mp \frac{1}{2Q_1} \sqrt{\frac{\tilde{\Gamma} + \tilde{R}}{2}} \quad (24)$$

em que

$$\tilde{R} = \sqrt{\tilde{\Gamma}^2 + \Theta^2}, \quad \tilde{\Gamma} = Q_2^2 - Q_4^2 - 4Q_1Q_3, \quad \Theta = -4Q_1Q_5 + 2Q_2Q_4 \quad (25)$$

com

$$Q_1 = A, \quad Q_2 = Bk^2 - C, \quad Q_3 = -Ek^2, \quad Q_4 = Dk, \quad Q_5 = -Fk \quad (26)$$

e

$$\begin{aligned} A &= -\phi_0(1 - \phi_0) - \Re\beta(\phi_0) \\ B &= \frac{4}{3} \Re Mh(\phi_0)(1 - \phi_0)R_e^{-1} \\ C &= -\Re\alpha(\phi_0)R_e^{-1} - 2\Re\kappa(\phi_0) \\ D &= -\Re\phi_0\beta(\phi_0) \\ E &= \phi_0\Re\sigma(1 - \phi_0) - 2\chi_0 C_{pm}\phi_0^3(1 - \phi_0)I_{mag}^{-1} \\ F &= -\Re\phi_0(1 - \phi_0)[\alpha'(\phi_0)R_e^{-1} + \kappa'(\phi_0)] + \phi_0 F_r^{-1}(1 - \phi_0) - \Re\phi_0[\alpha(\phi_0)R_e^{-1} + 2\kappa(\phi_0)] \end{aligned} \quad (27)$$

As linhas neutras, curvas sobre as quais a amplificação dos distúrbios é nula, são obtidas a partir da eq.(24) e podem ser escritas da seguinte forma geral:

$$Q_2^2 Q_3 - Q_1 Q_5^2 + Q_2 Q_4 Q_5 = 0 \quad (28)$$

Os diagramas de estabilidade são obtidos determinando-se os valores de um parâmetro físico de controle, para uma determinada configuração dos outros parâmetros, de tal forma que todos os modos $k \in \mathcal{R}^+$ sejam localmente estáveis, isto é, $\xi(k) < 0$. As curvas de estabilidade são descritas pela seguinte equação geral:

$$DFC - EC^2 - AF^2 = 0 \quad (29)$$

Maiores detalhes sobre as definições de todos os parâmetros que aparecem nestas expressões, bem como sobre a álgebra envolvida na obtenção das expressões para as curvas neutras e para os diagramas de estabilidade, podem ser encontrados em [4, 7, 9, 11].

3. RESULTADOS

Os resultados apresentados nesta secção foram obtidos com a seguinte configuração padrão dos parâmetros físicos:

$$\begin{aligned} \phi_0 &= 57\%; \quad R_e = 100; \quad F_r = 10; \quad \Re = \frac{1}{2}; \quad \sigma = \frac{1}{10}; \quad r = \frac{3}{10} \\ M &= 50; \quad C_{pm} = 10; \quad \chi_0 = 10; \quad \frac{\chi^t}{\chi_0} = 100; \quad \theta_{p0} = 0^\circ; \quad \theta_{0Z} = 0^\circ \end{aligned} \quad (30)$$

A fig.1(a) mostra que o aumento dos efeitos magnéticos leva à redução significativa da taxa de amplificação dos distúrbios de concentração no leito. De fato, para $C_{pm} = 100$ verifica-se que distúrbios de concentração de pequena amplitude, e de comprimento de onda $\lambda = 2\pi/k$, presentes no leito fluidizado são atenuados no tempo, para a configuração dos parâmetros físicos analisada. Neste caso, a tendência a formação de vazios de partículas no leito é significativamente inibida. No presente contexto, a formação de vazios de partículas deve ser entendida como uma evolução intrínseca de distúrbios de concentração de pequena amplitude originados, principalmente, no distribuidor, que é um homogeneizador de fluxo

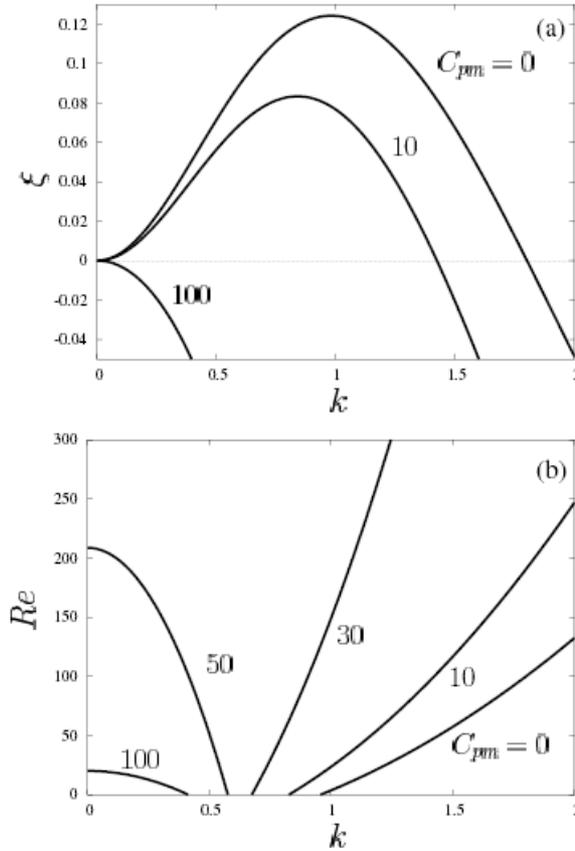


Fig. 1. (a) Taxa da amplificação dos distúrbios para $Re = 100$ e (b) diagrama de bifurcação em termos de Re , para diferentes valores de C_{pm} . Demais parâmetros como na eq.(30).

localizado na base de leitos fluidizados, para distúrbios de concentração de amplitude finita. Por outro lado, no caso de $C_{pm} = 10$ observa-se que somente a partir de números de onda maiores que $7/5$ a condição de estabilidade é alcançada.

O efeito estabilizador do campo magnético também pode ser verificado no diagrama de bifurcação $Re \times k$, fig.1(b). Note que este diagrama é delimitado pelas curvas de amplificação neutra, $\xi = 0$. A região em que $\xi < 0$, à direita das curvas de amplificação neutra, é aumentada à medida em que C_{pm} cresce. Vale observar que para a condição de $Re = 100$ e $C_{pm} = 10$, distúrbios de concentração com comprimento de onda $\lambda = 2\pi$ são instáveis, por exemplo. Por outro lado, quando se triplica os efeitos magnéticos no leito relativos aos efeitos de inércia ($C_{pm} = 30$), distúrbios com este mesmo comprimento de onda são completamente atenuados e não evoluem para uma configuração de amplitude finita. Observa-se, também para $Re = 100$, que mesmo distúrbios com altos comprimentos de onda, por exemplo $\lambda = 10\pi$, podem ser estabilizados para valores suficientemente altos do coeficiente de pressão magnética.

O diagrama de bifurcação da fig.1(b) mostra, igualmente, a influência dos efeitos de inércia do escoamento, que é importante destacar. É visto que, nas condições estabelecidas do leito, para distúrbios de número de onda maiores a $3/5$ ocorre uma inversão no sinal da derivada dRe/dk , de positivo, quando $k > 3/5$, para negativo, quando $k < 3/5$. Isto indica que para distúrbios com maiores comprimentos de onda, os efeitos de inércia do fluido no leito tornam-se em uma contribuição extra para a estabilização, e conseqüente maior homogeneização, do leito fluidizado, no sentido de inibir a formação de vazios. Note, na fig.1(b), que os diagramas de bifurcação abertos, em que $dRe/dk > 0$, estão associados a configurações de leitos fluidizados que sempre apresentarão algum modo k com amplificação temporal positiva, ou seja, são configurações nas quais é passível o aparecimento de bolhas durante a operação do leito. Por outro lado, os diagramas de bifurcação fechados, em que $dRe/dk < 0$, permitem a obtenção de configurações nas

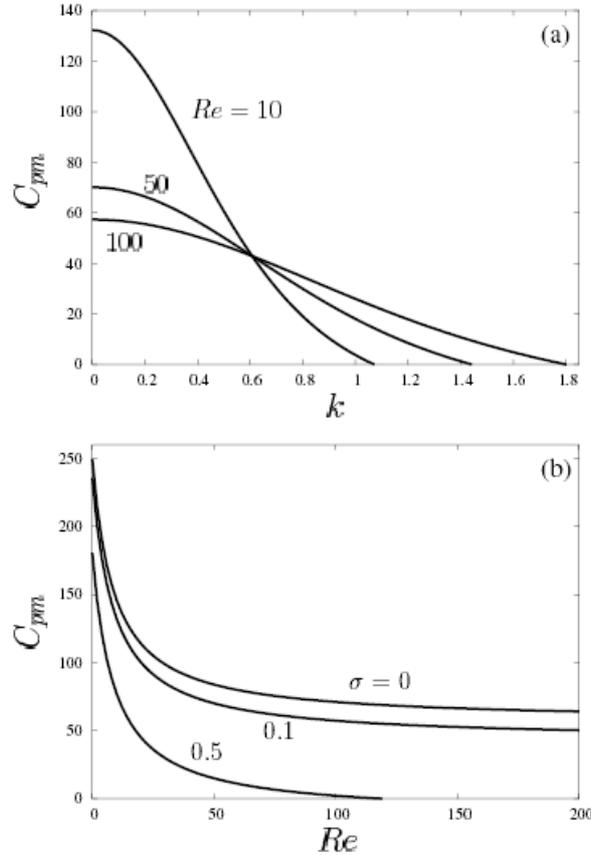


Fig. 2. (a) Curvas de modificação neutra em termos de C_{pm} para diferentes valores de Re e (b) diagrama de estabilidade $C_{pm} \times Re$ para diferentes valores de σ . Demais parâmetros como na eq.(30).

quais $\xi < 0$ para todos os distúrbios de número de onda k , se o valor de Re é superior a um determinado valor crítico. Estas configurações, chamadas de globalmente estáveis, permitem uma operação do leito fluidizado sem a formação de agregados de partículas ou de vazios de partículas, caracterizando um regime de fluidização particulada.

Cabe notar que à medida em que o valor de C_{pm} aumenta, a região de instabilidade definida pela linha de amplificação neutra fica confinada às configurações de leitos fluidizados operando a baixos Re e nas quais $dRe/dk < 0$. Argui-se que os efeitos inerciais nas esteiras das partículas, neste regime de números de Re , são desestabilizadores dos distúrbios de alto comprimento de onda, como mostrado em [7, 11]. As partículas capturadas pelas esteiras de outras não têm inércia suficiente para colidirem e se afastarem, o que conseqüentemente causará um aumento local da concentração de partículas, por forças viscosas de lubrificação, amplificando as ondas de concentração ao longo do tempo. De fato, a inércia das partículas é caracterizada pelo número de Stokes,

$$S_t = \frac{m_p u_0}{6\pi\mu_f a^2} \quad (31)$$

em que m_p é a massa da partícula, de forma que quanto menor o número de Stokes, menor é a inércia da mesma. Este parâmetro, por outro lado, pode ser escrito em termos do número de Re e da razão de massas específicas \mathfrak{R} como segue:

$$S_t = \frac{2}{9} \frac{Re}{\mathfrak{R}} \quad (32)$$

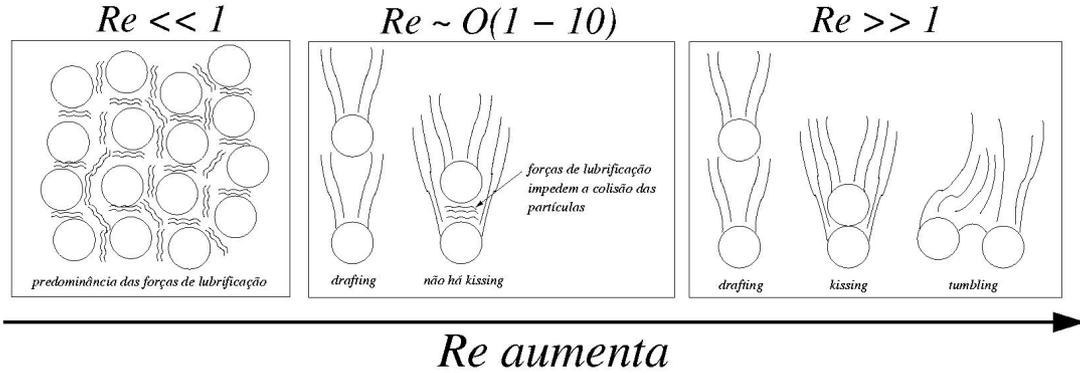


Fig. 3. Mecanismos de interações hidrodinâmicas entre partículas em função de Re para leitos fluidizados nos quais $\mathfrak{R} = O(1)$.

Portanto, as configurações em baixos números de Re , com $\mathfrak{R} = O(1)$, estão associadas a valores relativamente baixos de S_r , que implicam em uma menor frequência de colisão entre as partículas. Isto significa, portanto, que à medida em que Re decresce, o mecanismo de estabilização por interação de esteiras é minimizado por ação de forças de origem viscosa, como lubrificação. A conseqüente perda de mobilidade das partículas fluidizadas por ação das forças de lubrificação leva a uma intensificação das ondas de concentração. Isto acontece quando reduz-se o valor de Re , na faixa de $k < 3/5$, aproximadamente, para a configuração do leito avaliada neste trabalho. Isto quer dizer que aumentos no número de Re favorecem a estabilização destes modos [11, 14]. Na faixa restante, porém, associada a $dR_e/dk > 0$, ou seja, os modos tais que $k > 3/5$, os efeitos de inércia do escoamento nas esteiras das partículas levam o leito a configurações consideravelmente mais instáveis.

A fig.3 ilustra três tipos de regimes de interação de partículas em termos do número de Re , para leitos fluidizados tipicamente líquido-sólidos. Para baixos valores de Re , as interações de partículas de curto alcance são dominadas por efeitos viscosos, em particular por forças de repulsão de lubrificação que evitam o contato mecânico entre as partículas. Para números de Re moderados, ocorre uma competição entre os efeitos viscosos e inerciais, de forma que as partículas capturadas por esteiras não colidem devido à repulsão de lubrificação. Este é o mecanismo predominante na situação descrita no parágrafo anterior na faixa de $k < 3/5$. Finalmente, para Re muito elevados, verifica-se a seqüência de interação descrita na seção 2.4, responsável por uma maior estabilidade do leito fluidizado.

O efeito estabilizador das interações entre as esteiras das partículas, pode ser igualmente verificado na fig.2(a), onde são traçados os diagramas de bifurcação $C_{pm} \times k$ para diferentes valores de Re . Neste diagrama, percebe-se claramente o ponto de inflexão das linhas neutras de estabilidade. A mudança no sinal da segunda derivada d^2C_{pm}/dk^2 acontece também em $k = 3/5$, aproximadamente, onde $d^2C_{pm}/dk^2 = 0$. Este ponto delimita os distúrbios que são atenuados pelos efeitos de interação de esteiras e os que são amplificados pelos mesmos. Nota-se que à medida em que os efeitos inerciais aumentam, há uma redução do valor de C_{pm} para estabilizar os distúrbios de comprimento de onda $\lambda \rightarrow \infty$, dentro da faixa $k \leq 3/5$, na qual $d^2C_{pm}/dk^2 < 0$. Por exemplo, quando $Re = 10$, os distúrbios de comprimento de onda $\lambda \rightarrow \infty$ são estabilizados com $C_{pm} = 130$, aproximadamente. Um aumento de dez vezes no número de Re , porém, acarreta em um redução de aproximadamente 50% no valor de C_{pm} necessário para estabilização dos distúrbios com $\lambda \rightarrow \infty$. Verifica-se, além disto, que com este valor de C_{pm} é obtida uma configuração globalmente estável do leito fluidizado.

Novamente, para $k > 3/5$, o aumento do efeito da inércia do escoamento implica em maiores níveis de instabilidades e, conseqüentemente, maiores valores de C_{pm} para estabilização dos modos. Para esta faixa de distúrbios, $d^2C_{pm}/dk^2 > 0$. Verifica-se, inclusive, que modos que são estáveis a baixos Re passam a ter uma configuração instável à medida em que Re cresce. Não obstante, os valores de C_{pm} para os quais a estabilidade é alcançada nos modos associados ao espalhamento do espectro dos distúrbios induzido pelos efeitos de inércia do escoamento mostrou-se menor que o obtido para $\lambda \rightarrow \infty$.

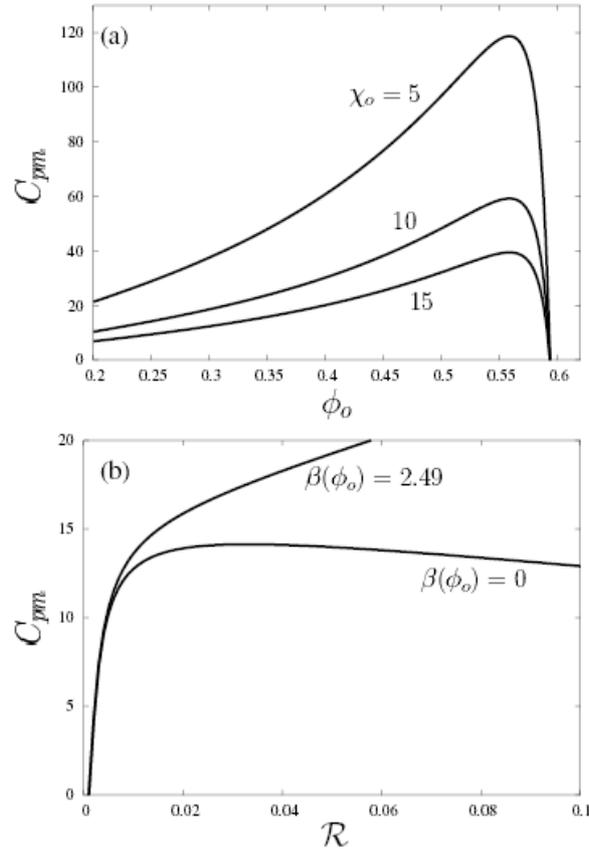


Fig. 4. (a) Diagrama de estabilidade $C_{pm} \times \phi_0$ para diferentes valores de χ_0 e (b) diagrama de estabilidade $C_{pm} \times \mathcal{R}$. Demais parâmetros como na eq.(30).

O diagrama de estabilidade apresentado na fig.2(b) complementa os resultados a respeito do efeito estabilizador das interações entre esteiras trazidas a cabo no modelo proposto na eq.(9). À medida em que a inércia do escoamento aumenta, menores são os efeitos magnéticos necessários para se atingir uma configuração globalmente estável. Estas configurações correspondem a regimes caracterizados pelos pontos que formam as curvas de estabilidade e pontos pertencentes às regiões superiores às mesmas. Além disto, a fig.2(b) permite compreender igualmente o papel dos efeitos magnéticos e de pressão de partícula na estabilização do leito fluidizado. Maiores intensidades de pressão de partícula, isto é, maiores valores de σ , implicam em configurações mais estáveis, para dados valores de Re e C_{pm} . De fato, o aumento do coeficiente de pressão de partícula diminui significativamente a faixa de Re para os quais ainda são verificadas condições instáveis. A pressão de partícula está associada às flutuações de velocidade durante o movimento irregular que as partículas descrevem no leito fluidizado. Tais flutuações são responsáveis pela transferência de quantidade de movimento de uma partícula para outra, o que, conseqüentemente, inibe a tendência de formação de agregados irreversíveis na suspensão e de regiões de vazios de partículas pelo mecanismo de dispersão de partículas [6, 11].

Na fig.4(a), a influência da concentração de partículas é examinada. Para concentrações de partículas próximas do limite mínimo de 20%, no qual a correlação de Ergun [8] pode ser aplicada, o número de partículas no leito fluidizado é relativamente pequeno. Nestas condições, a tendência de formação e a evolução de ondas de concentração no leito fluidizado é inibida pela grande distância interpartícula da ordem de $a\phi_0^{-1/3}$. À medida em que a concentração de partículas aumenta, por outro lado, a propagação de ondas de concentração torna-se mais efetiva e maiores intensidades dos efeitos magnéticos são necessárias para se atingir uma completa estabilização do leito, justificando o aumento acelerado no valor de C_{pm} para ϕ_0 nas vizinhanças de 1/2. Para valores maiores de concentração, no entanto, observa-se um

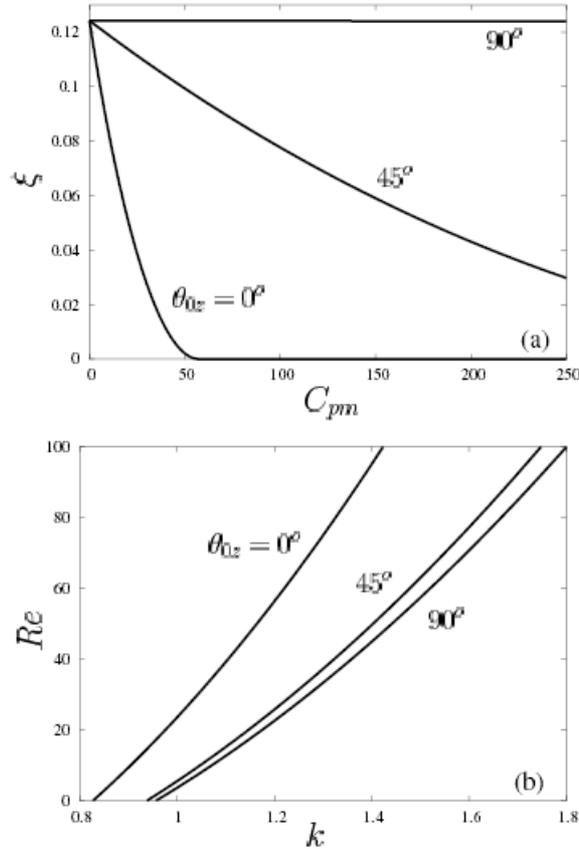


Fig. 5. (a) Picos de taxa de amplificação dos distúrbios em função de C_{pm} e (b) diagrama de bifurcação em termos de Re para diferentes valores de θ_{0z} . Resultados obtidos com $\theta_{p0} \approx 90^\circ$ e demais parâmetros como na eq.(30).

declínio brusco no valor de C_{pm} , comportamento este explicado pela rápida variação da pressão de partícula à medida em que $\phi_0 \rightarrow \phi_m$, como previsto pela eq.(7). Desta forma, nesta região, a estabilização do leito fluidizado é dominada pelos efeitos de pressão hidrodinâmica de partícula, adicionada dos efeitos de pressão magnética. É visto, também, na fig.4(a), que a ação estabilizadora do campo magnético é maior para maiores valores de magnetização das partículas, quantificada pela susceptibilidade magnética χ_0 .

A razão de massas específicas \mathfrak{R} permite a análise da eficiência da estabilização magnética de acordo com o tipo de fluidização. Valores muito pequenos de \mathfrak{R} , tipicamente $\mathfrak{R} = 1/100$, caracterizam uma fluidização do tipo gás-sólido, dominada essencialmente por colisões entre partículas, e valores moderados, tipicamente $\mathfrak{R} = 1/2$, caracterizam uma fluidização líquido-sólido, com a presença de mecanismos de interação fluido-partícula de origem viscosa e inercial. Neste tipo de fluidização, a inércia do fluido responsável pela fluidização das partículas é aproximadamente da mesma ordem de grandeza que a das partículas. Estas são, portanto, influenciadas de maneira significativa por efeitos inerciais transientes do fluido no decorrer de seus movimentos. Já no caso em que a inércia do fluido é consideravelmente menor que a das partículas, estas se movem sob ação apenas arrasto de origem viscosa no leito fluidizado, tendo seu movimento pouco influenciado por efeitos inerciais transientes do fluido. Tal influência é modelada por um termo de massa virtual incorporado à força de interação fluido-partícula, eqs.(8) e (10). Observa-se, na fig.4(b), que a presença dos efeitos de massa virtual torna os leitos fluidizados líquido-sólidos menos susceptíveis à estabilização por efeitos magnéticos, fazendo com que valores consideravelmente maiores de C_{pm} sejam necessários para sua completa estabilização. Isto não implica em dizer, porém, que leitos fluidizados gás-sólidos são mais estáveis que leitos fluidizados líquido-sólidos, já que nos primeiros são observadas taxas de amplificação dos distúrbios

significativamente maiores que nos últimos para distúrbios de mesmo comprimento de onda. Note que no regime de fluidização gás-sólido, $\mathfrak{R} \rightarrow 0$, não há diferença entre as curvas obtidas para $\beta(\phi_0) = 0$ e $\beta(\phi_0) \approx 5/2$, como já era previsto. Os resultados relativos a esta análise ainda carecem de comprovação experimental.

Finalmente, a influência da orientação do campo magnético é mostrada na fig.5. Fixado o valor de $\theta_{p0} \approx 90^\circ$, o ângulo entre o campo e o escoamento do leito fluidizado, θ_{0z} , foi variado. Verifica-se que à medida em que θ_{0z} aumenta, os efeitos de estabilização do campo magnético tornam-se menores. Na fig.5(a) são apresentados os picos de taxa de amplificação ξ obtidos para diferentes orientações do campo magnético. Percebe-se que quando o campo está alinhado com a direção de fluidização, os picos de taxa de amplificação decaem rapidamente e, para $C_{pm} \geq 60$, aproximadamente, as taxas máximas de amplificação dos distúrbios é negativa. Resultado similar é observado para $\theta_{0z} = 45^\circ$, com menor grau de estabilização. No caso limite de $\theta_{0z} = 90^\circ$, é visto que a influencia do campo magnético na dinâmica do leito fluidizado é um efeito de pequena ordem de magnitude, já que não há alteração perceptível nos picos de taxa de amplificação à medida em que se varia a intensidade do campo aplicado. Uma conclusão similar é obtida pela análise da fig.5(b), que indica o aumento da região de estabilidade à medida em que $\theta_{0z} \rightarrow 0^\circ$. Portanto, a teoria proposta neste trabalho prevê que a máxima eficiência do campo magnético na estabilização do leito fluidizado ocorre quando o campo for aplicado na direção de fluidização, comportamento este também observado em recentes experimentos realizados em [3].

4. CONCLUSÕES

No presente artigo, foi apresentada uma análise de estabilidade para examinar o comportamento de ondas de concentração em leitos fluidizados magnéticos. Conclui-se que o alinhamento de partículas magnéticas com o campo estabiliza o leito fluidizado contra amplificação de ondas de concentração, sendo esta estabilização máxima quando as linhas de campo são paralelas à direção principal de fluidização. No caso extremo de $\theta_{0z} = 90^\circ$, verificou-se que a influência do campo magnético na estabilização do leito fluidizado é um efeito de pequena ordem de magnitude, já que não houve redução perceptível nos picos de taxa de amplificação dos modos de onda à medida em que se varia a intensidade do campo aplicado. Em adição, foi observado que quando as interações entre esteiras inerciais que se formam no escoamento em regiões a jusante das partículas e o mecanismo de pressão de partícula estão presentes, os efeitos magnéticos requeridos para produzir estabilização do leito foram significativamente menores. Da análise desenvolvida neste trabalho, mostrou-se que uma descrição completa da estabilidade de leitos fluidizados polarizados requer, além de um parâmetro hidrodinâmico, o número de Reynolds, mais dois parâmetros adicionais associados a efeitos magnéticos: o coeficiente de pressão magnética e o fator de forma magnético.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES/Ministério da Educação do Brasil e ao CNPq/Ministerio da Ciência e Tecnologia do Brasil pelo suporte financeiro para que este trabalho fosse desenvolvido, e à Fundação FINATEC pelo suporte financeiro para que parte destes resultados fossem apresentados no Cibem6, realizado em Coimbra, Portugal, 2003.

REFERÊNCIAS

- [1] R. E. Rosensweig, "Ferrohydrodynamics", Dover Publications Inc., New York, EUA, (1997).
- [2] Y. A. Sergeev, "Linear and non-linear concentration waves in magnetically stabilized fluidized beds", *Mobile Particulate Systems, NATO ASI Series* **287**, 249-260 (1995).
- [3] J. Y. Hristov, "Fluidization of ferromagnetic particles in a magnetic field. Part 1: The effect of field orientation on bed stability", *Powder Technology* **87**, 59-66 (1996).

- [4] Y. D. Sobral, F. R. Cunha, "A stability analysis of a magnetic fluidized bed", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **258/259**, 464-467 (2003).
- [5] K. Anderson, S. Sundaresan, R. Jackson, "Instabilities and the formation of bubbles in fluidized beds", *Journal of Fluid Mechanics* **303**, 327-366 (1995).
- [6] G. K. Batchelor, "A new theory of the instability of a uniform fluidized bed", *Journal of Fluid Mechanics* **193**, 75-110 (1988).
- [7] Y. D. Sobral, F. R. Cunha, "Mechanisms of void fraction instabilities in fluidized beds", *Anais IX Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas – ENCIT*, artigo **CIT02 - 0746**, 1-10 (2002).
- [8] S. Ergun, "Fluid flow through packed columns", *Chemical Engineering Progress* **48**, 89-94 (1952).
- [9] Y. D. Sobral, F.R. Cunha, "A linear stability analysis of a homogeneous fluidized bed", *Tend. Mat. Apl. Comput.* **3** No. 2, 197-206 (2002).
- [10] P. Duru, M. Nicolas, E. J. Hinch, É. Guazzelli, "Constitutive laws in liquid-fluidized beds", *Journal of Fluid Mechanics* **452**, 371-404 (2002).
- [11] Y. D. Sobral, "Estabilidade hidrodinâmica e magnética de leitos fluidizados", Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília (2004).
- [12] A. F. Fortes, D. D. Joseph, T. S. Lundgren, "Nonlinear mechanics of fluidization of beds of spherical particles", *Journal of Fluid Mechanics* **177**, 467-483 (1987).
- [13] C. A. Truesdell, R. Toupin, "The classical field theories", *Handbüch der Physik* **III/1**, 226 (1960).
- [14] F. R. Cunha, "Análise dinâmica dos mecanismos não-lineares na fluidização", Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília (1989).

HYDRODYNAMICAL AND MAGNETIC EFFECTS ON THE STABILIZATION OF CONCENTRATION WAVES IN FLUIDIZED BEDS

Abstract – In this work, a linear stability analysis is carried out to evaluate the behaviour of concentration waves in polarized fluidized beds. The magnetic effects are taken into account by the addition of a magnetic stress tensor on the particulate phase stress tensor. A nonlinear model is proposed for the fluid-particle interaction force, so that the inertial effects arising from the wakes behind the particles are incorporated. It is seen that the alignment of the magnetic particles with the magnetic field stabilizes the fluidized bed flow and the efficiency of this stabilization is maximum when the field lines are parallel to the fluidization direction. The results are in qualitative agreement with recent experiments. In addition, the interactions among the wakes behind the particles and a particle pressure reduce the magnetic field intensity necessary for complete stabilization. This indicates that these three effects act in the sense of stabilizing fluidized beds against concentration waves.