

# Metodología experimental para la medición automática de irregularidades de vía

Pedro Urda Gómez<sup>1</sup>, Sergio Muñoz Moreno<sup>2</sup>, José L. Escalona Franco<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación, Universidad de Sevilla, España. Email: purda@us.es

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería de los Materiales y del Transporte, Universidad de Sevilla, España. Email: sergiomunoz@us.es

## Resumen

Este trabajo presenta el desarrollo de una metodología experimental para la medición de irregularidades de vía utilizando un sistema automatizado basado en medidas inerciales y el empleo de técnicas de filtro de Kalman. Dicha metodología ha sido validada experimentalmente en un trazado ferroviario a escala 1:10 y un vehículo auscultador de vías también a escala reducida. Los resultados obtenidos demuestran que mediante el método empleado se puede llevar a cabo una auscultación geométrica del trazado ferroviario de forma rápida y precisa, obteniendo como resultado las cuatro irregularidades fundamentales de la vía. El sistema propuesto ha sido además implementado en un ordenador en tiempo real embarcado en el vehículo, con el que se prueba el funcionamiento en tiempo real del método propuesto.

**Palabras clave:** Auscultación geométrica de vías; Dinámica de ferrocarriles; Filtro de Kalman; Vehículo ferroviario a escala.

## Abstract

This work discloses an experimental method for the measurement of track irregularities based on inertial measurements and Kalman filtering techniques. The mentioned method has been experimentally validated using a 1:10 scaled track and a scaled track recording vehicle. The obtained results prove the mentioned method allows to obtain in a fast and precise way the measurement of track geometry. Obtaining as a result the four track irregularities normally used in the railways industry. This method has been also implemented in a on-board Real Time (RT) computer proving the capability of the system to work in RT.

**Keywords:** Track geometry measurement; Railway dynamics; Kalman filter; Scaled railway vehicle.

## 1. Introducción

Es bien sabido dentro del campo de la ingeniería ferroviaria que el estado de la vía condiciona el comportamiento dinámico del vehículo [1,2,3], llegando en casos extremos de desgaste y falta de mantenimiento de la infraestructura a comprometer la seguridad de su marcha. De acuerdo con la normativa europea EN13848 [4], las irregularidades de vía son categorizadas en tres rangos según la longitud de onda de la irregularidad en cuestión. Dichos rangos se denominan por D1 = [3, 25] m, D2 = [25, 70] m y D3 = [70, 200] m.

Las irregularidades de vía se definen como desviaciones geométricas de la sección transversal del

carril respecto de su posición ideal o de diseño. Estas pueden ser clasificadas de forma general en dos grupos: (1) Irregularidades distribuidas a lo largo de la vía y (2) Irregularidades puntuales o defectos aislados. El primer grupo de irregularidades aparece en forma de patrones regulares a lo largo de la vía caracterizados por las longitudes de onda antes mencionadas. Dentro de la industria ferroviaria este grupo de irregularidades se divide a su vez en cuatro tipos de irregularidades denominadas: ancho de vía, nivelación, alineamiento y peralte.

A lo largo de la historia reciente del ferrocarril los ingenieros del sector han procurado desarrollar distintas metodologías experimentales que permitan obtener de forma rápida y precisa la geometría del

trazado en cuestión junto con sus irregularidades. La forma tradicional de realizar dicha auscultación consiste en la utilización de los denominados trolleys [5,6]. Dichos sistemas son propulsados manualmente por un operario entrenado y se encuentran instrumentados con una serie de sensores a partir de los cuales puede obtenerse la geometría de la vía junto con sus irregularidades. Los dos principales inconvenientes de los trolleys de vía son baja velocidad de medición, a penas algunos cientos de metros al día y la necesidad de ir acompañados de una estación total. La utilización de la estación total se hace necesaria si se quiere conocer la geometría real de la vía. Tener acceso a uno de estos equipos resulta en primer lugar costoso en términos económicos, además de ser muy laborioso a la hora de utilizarlo. Ello hace que auscultar un trazado ferroviario utilizando uno de estos sistemas a pesar de ser un método muy preciso resulta ser muy poco eficiente y costoso para la empresa operadora del trazado.

Como alternativa a la utilización del trolley manual se encuentran los denominados métodos automáticos o dinámicos. En este caso la geometría de la vía y sus irregularidades son obtenidas a partir de la medida de una serie de sensores instalados en un vehículo laboratorio. Conocidas las propiedades del vehículo, la posición de los sensores y disponiendo de un modelo dinámico del mismo pueden obtenerse las irregularidades de la vía [7]. El empleo de un método dinámico presenta la ventaja de ser mucho más rápido al ir el sistema de medición embarcado en un vehículo de línea. Sin embargo, la dificultad a la hora de utilizar dichos métodos está en la necesidad de disponer de un modelo dinámico del vehículo lo suficientemente preciso como para estimar con la exactitud requerida por la norma las irregularidades del trazado. Dentro del grupo de investigación de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Sevilla se llevan más de dos décadas investigando en el desarrollo de modelos computacionales eficientes que permitan reproducir con exactitud el comportamiento dinámico del vehículo en cualquier escenario de funcionamiento [8,9]. El desarrollo de cualquier modelo de simulación computacional ha de ir necesariamente acompañado de un proceso de validación experimental del mismo. Actualmente son cada vez más los países que progresivamente van permitiendo la homologación de ciertos componentes a partir de simulaciones computacionales, sin embargo, sigue habiendo otras certificaciones que necesariamente deben ser validadas experimentalmente. Tener acceso a un vehículo ferroviario a escala real no es algo fácil ni tampoco económico, es por ello que el grupo de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Sevilla dispone de una infraestructura ferroviaria a escala 1:10 única en Europa. En dicha instalación se puede llevar a cabo la validación experimental de diversos modelos computacionales de forma rápida y sin alto coste. Para

ello se dispone de una flota de vehículos a escala, totalmente instrumentados que hacen posible la realización de esta tarea [10,11].

A la hora de desarrollar un modelo de simulación de un vehículo ferrocarril a partir del cual estimar las irregularidades de la vía, pueden encontrarse diversas metodologías dentro de la literatura científica actual. En algunos trabajos [12] se usa una correlación intrínseca dependiente del tiempo entre la respuesta dinámica del vehículo y las irregularidades de la vía. En otros [13,14] se recurre a un análisis en el dominio de la frecuencia para a partir de la respuesta del vehículo obtener la irregularidad. La inteligencia artificial también ha ido ganando terreno dentro de este campo y pueden encontrarse trabajos [15,16] donde las irregularidades son obtenidas con un prometedor grado de precisión. A pesar de los buenos resultados obtenidos con los métodos mencionados, la forma más frecuentemente utilizada para la estimación de irregularidades de vía se basa en la utilización de técnicas de filtro de Kalman. Donde a partir de un modelo de observación pueden obtenerse de forma precisa y muy eficiente desde el punto de vista computacional las irregularidades del trazado. Los trabajos que pueden encontrarse en la literatura son numerosos, empleando en cada uno de ellos distintos enfoques del conocido filtro [17,18,19].

El objetivo fundamental de este trabajo es el desarrollo de una metodología experimental basada en filtro de Kalman con la cual obtener las cuatro irregularidades de la vía a partir de la medida de una serie de sensores instalados en un vehículo auscultador instrumentado a escala 1:10. Los resultados obtenidos con dicho vehículo han sido comparados con los resultados de una medición previa de la vía realizada con métodos manuales (muy precisos pero altamente ineficientes) demostrando un alto grado de acuerdo entre ambas mediciones.

## 2. Montaje experimental

### 2.1. Trazado ferroviario a escala

La Fig. 1 muestra una imagen del trazado ferroviario a escala utilizado en los ensayos. Se trata de una recreación a escala 1:10 de un trazado ferroviario real. Dicho trazado tiene una longitud total de 90m constituidos a partir de una combinación de tramos rectos, transiciones y secciones de curvatura constante. En concreto este trazado tiene una recta larga seguida de una transición que da entrada a una curva a derechas de radio 24m. De esta curva se sale con un tramo de transición que conecta con un nuevo tramo recto el cual desemboca en una nueva transición que da entrada a una segunda curva a izquierdas con radio de 6m. Esta curva continua con un tramo de transición el cual acaba

en el tramo recto final de la vía hasta completar la longitud.



Figura 1. Trazado ferroviario a escala

Esta vía además de su reducido tamaño tiene la peculiaridad de disponer de un sistema de traviesas que permite al usuario la introducción manual de irregularidades de vía. La Fig. 2 muestra con mayor detalle una pequeña sección de la vía y sus mecanismos. Mediante la actuación sobre una serie de tornillos, cada mecanismo permite la variación del ancho de la vía, el peralte, así como la altura relativa entre ambos carriles. Pudiendo generarse de esta forma irregularidades de forma arbitraria.



Figura 2. Mecanismo para la generación de irregularidades

## 2.2. Vehículo auscultador automático

En las Figs. 3 y 4 se muestra el vehículo auscultador automático a escala empleado para la realización de los ensayos. Este vehículo consta de dos partes: el sistema de propulsión formado por el cuerpo del vehículo y la transmisión, y el eje instrumentado. Ambas partes se encuentran conectadas mediante una rótula esférica que aísla los movimientos de ambas partes.

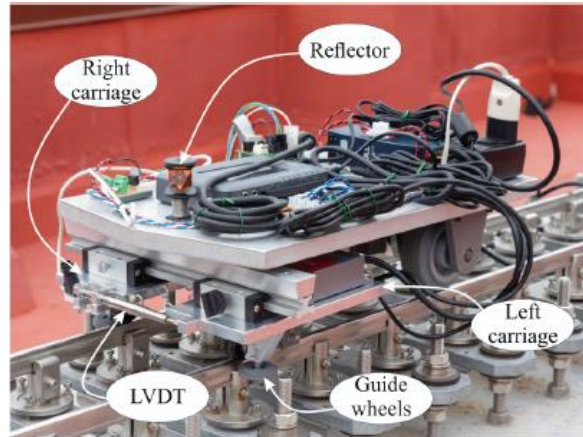


Figura 3. Vista frontal del vehículo auscultador automático



Figura 4. Vista lateral del vehículo auscultador automático

El elemento fundamental del vehículo es su eje instrumentado (Fig. 5). Dicho eje consta de una guía recta sobre la que pueden deslizarse sendos patines mostrados en la imagen. Sobre uno de estos patines se encuentra instalado un inclinómetro, una IMU de tres ejes, un encoder y un sensor inductivo. Utilizados estos dos últimos para el cálculo de odometría. Entre ambos patines se encuentra instalado un LVDT (Fig. 3) de alta precisión que determinará de forma directa las variaciones de ancho de vía experimentadas por el eje. Durante el funcionamiento del eje uno de sus patines (el que no se encuentra instrumentado) es fijado a la guía de manera que tiene impedido su desplazamiento, mientras que el otro permanece libre. Un sistema de muelles de tracción conecta ambos patines asegurando la mínima distancia entre ambos. Para evitar que dicho eje se salga de la vía por efecto de la tracción de los muelles, ambos patines llevan incorporadas unas ruedas guía (ver Fig. 3) que garantizan el contacto de cada patín con su respectivo carril.

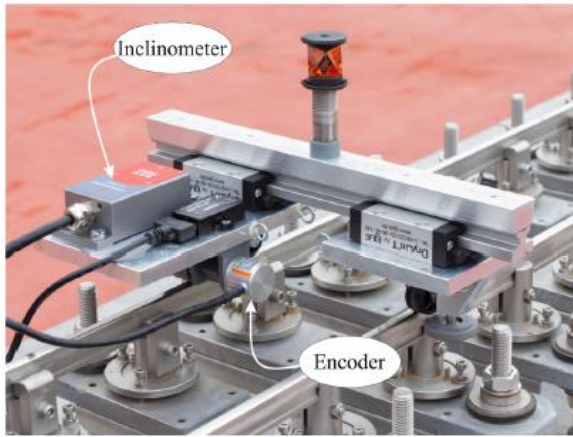


Figura 5. Eje instrumentado

### 3. Definición de la geometría de la vía

Previamente a la definición de las ecuaciones del modelo de observación que permitirá determinar las irregularidades de vía es importante definir la forma en la que viene definida una vía real y sus irregularidades. De forma general puede decirse que una vía ferroviaria real está formada por la superposición de una geometría ideal o de diseño y sus irregularidades. Dichas irregularidades son definidas como variaciones de la sección transversal de los carriles respecto a su posición de diseño. En la Fig. 6 puede verse de forma esquematizada dicha construcción.

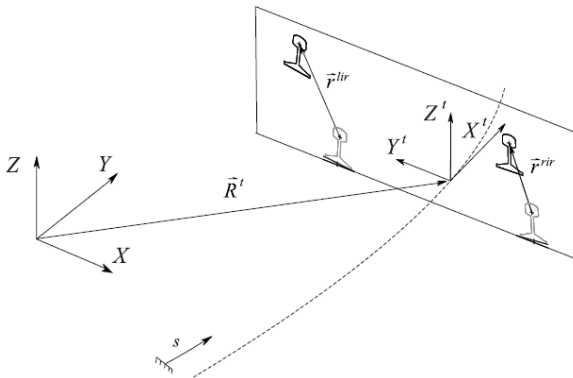


Figura 6. Definición de la geometría de la vía real con irregularidades

Para definir de forma inequívoca la posición de los carriles en el espacio, es habitual utilizar el denominado sistema de referencia del track (TF)  $\langle X^t, Y^t, Z^t \rangle$  representado sobre la Fig. 6. La posición en el sistema de referencia absoluto (GF)  $\langle X, Y, Z \rangle$  de dicho sistema de referencia será una función de la coordenada longitudinal  $s$  a lo largo de la línea central de la vía.

$$\mathbf{R}^t(s) = \begin{bmatrix} R_x^t(s) \\ R_y^t(s) \\ R_z^t(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Considerando que la posición real de los carriles expresada en coordenadas locales del TF viene dada por las expresiones siguientes:

$$\bar{\mathbf{r}}^{lir}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ y^{lir} \\ z^{lir} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{r}}^{rir}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ y^{rir} \\ z^{rir} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Las cuatro irregularidades de vía alineamiento, nivelación, variación de ancho y peralte pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} \xi_{al} &= (y^{lir} + y^{rir})/2 \\ \xi_{vp} &= (z^{lir} + z^{rir})/2 \\ \xi_{gv} &= (y^{lir} - y^{rir}) \\ \xi_{cl} &= (z^{lir} - z^{rir}) \end{aligned} \quad (4)$$

Las dos primeras irregularidades pueden definirse como irregularidades de tipo global, mientras que las dos últimas es habitual denominarlas irregularidades relativas de la vía.

### 4. Filtro de Kalman

El objetivo fundamental del filtro de Kalman [20] desarrollado en este trabajo es el de estimar las cuatro irregularidades de vía a partir de las componentes de los vectores de irregularidad (2) y (3).

En este filtro en concreto se ha construido un vector de estados donde se incluyen las cuatro componentes de irregularidad, además de su primera y segunda derivada, quedando expresado en su forma de vector de la siguiente manera:

$$\mathbf{x} = [y^{lir} \quad y^{rir} \quad y^{lir'} \quad y^{rir'} \quad y^{lir''} \quad \dots \\ y^{rir''} \quad z^{lir} \quad z^{rir} \quad \dots \\ z^{lir} \quad z^{rir} \quad z^{lir} \quad z^{rir}]^T \quad (5)$$

Dentro del vector de medidas se han incluido exclusivamente las señadas captadas por el acelerómetro, el giróscopo y el LVDT, además de la medida virtual de dos sensores que representan el desplazamiento lateral y vertical del carril izquierdo. La introducción de dichas mediciones virtuales se realiza a efectos de mejora en el funcionamiento del filtro. Este efecto ha sido previamente comprobado en [21]. El vector de mediciones quedaría expresado en la siguiente forma:

$$\mathbf{z}_{meas} = [a_y^{acm} \quad a_z^{acm} \quad \omega_x^{gyr} \quad \dots \quad \omega_y^{gyr} \quad \omega_z^{gyr} \quad \xi_{gv}^{meas} \quad r_y^{imu} \quad r_y^{imu}]^T \quad (6)$$

Donde *acm* hace referencia a la medida del acelerómetro, *gyr* a la del giróscopo y  $\xi_{gv}^{meas}$  representa la medida de la variación de ancho de vía realizada por el LVDT instalado en el vehículo.

recoger la posición absoluta de la línea central de la vía. La utilización de la estación total permite una medida muy precisa de la geometría de la vía (de hasta 0.2mm) pero para ello ha de ser posicionada a una distancia corta del trazado (menos de 15m). Considerando la longitud del trazado ello implica que la máquina debe moverse en varias ocasiones para conseguir una medición de la vía completa. Este problema es

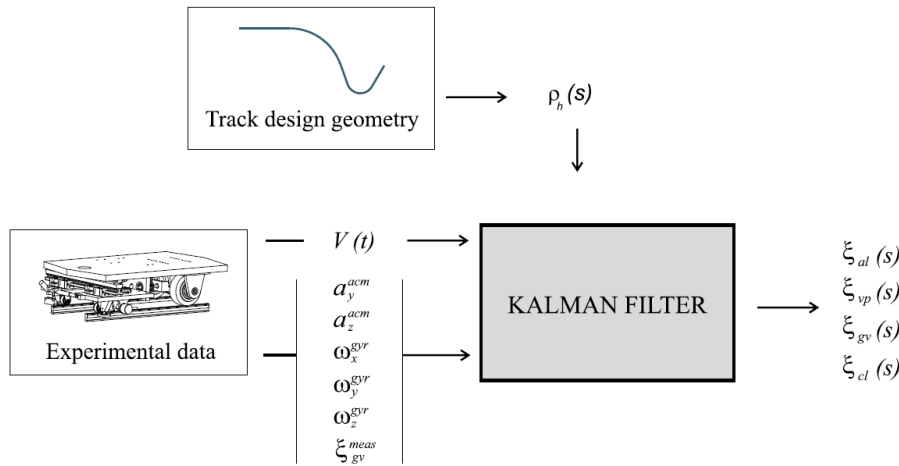


Figura 7. Esquema del algoritmo de estimación

El algoritmo de estimación empleado puede resumirse a través de la Fig. 7. En ella se supone conocida la curvatura ideal del track a partir de su geometría de diseño. Calculando la velocidad de avance del vehículo a partir de la medida del encoder e introduciéndola como input en el estimador junto al vector de mediciones antes presentado, el filtro de Kalman proporcionará el valor de las cuatro irregularidades de vía.

### 5. Resultados obtenidos. Validación experimental del método

Con el objetivo de poner a prueba la eficacia del algoritmo a la hora de estimar la irregularidad de la vía se han realizado diversos ensayos a velocidades de 0.5, 0.7 y 0.9 m/s con el vehículo auscultador automático circulando por la vía. En esta trabajo por simplicidad se presentan exclusivamente los resultados obtenidos cuando dicho vehículo circulaba a una velocidad de 0.7 m/s. Es importante señalar que se han obtenido resultados similares trabajando con las otras dos velocidades indicadas.

Para evaluar la calidad del filtro empleado, las irregularidades estimadas por el mismo han sido comparadas con los resultados obtenidos en una medición previa de la vía realizada por medios manuales. En ese caso se empleó una estación total que permitía

solventado mediante la utilización del filtro de Kalman, donde exclusivamente con la medición de los sensores instalados en el vehículo se consigue obtener la irregularidad de la vía de una sola pasada y en un tiempo decenas de veces inferior al que se tarda realizando el proceso con la estación total.

En la Fig. 8 se muestran los resultados obtenidos del filtro comparados con la medida de referencia. En línea azul se muestra la medida de la irregularidad obtenida por medios plenamente manuales y la estación total. En línea verde se representa la irregularidad medida a partir de los sensores instalados en el vehículo en combinación con la estación total. Y finalmente en rojo se muestra el resultado del filtro de Kalman usando como inputs la medida de los sensores instalados en el vehículo auscultados. Las secciones marcadas con la letra T mayúscula representan los tramos de transición del trazado de recta a curva o curva a recta.

Los resultados mostrados en la Fig. 7 ha sido filtrados dentro de los rangos de longitudes de onda indicados por la normativa europea [4]. En este caso, se ha realizado un filtrado dentro de los rangos D1 y D2, correspondientes a longitudes de onda entre 0.3 y 7 metros si consideramos la reducción de escala 1:10 del trazado experimental en el que se han realizado los ensayos. En vista a la figura puede afirmarse que el filtro programado cumple satisfactoriamente con el objetivo originalmente establecido.

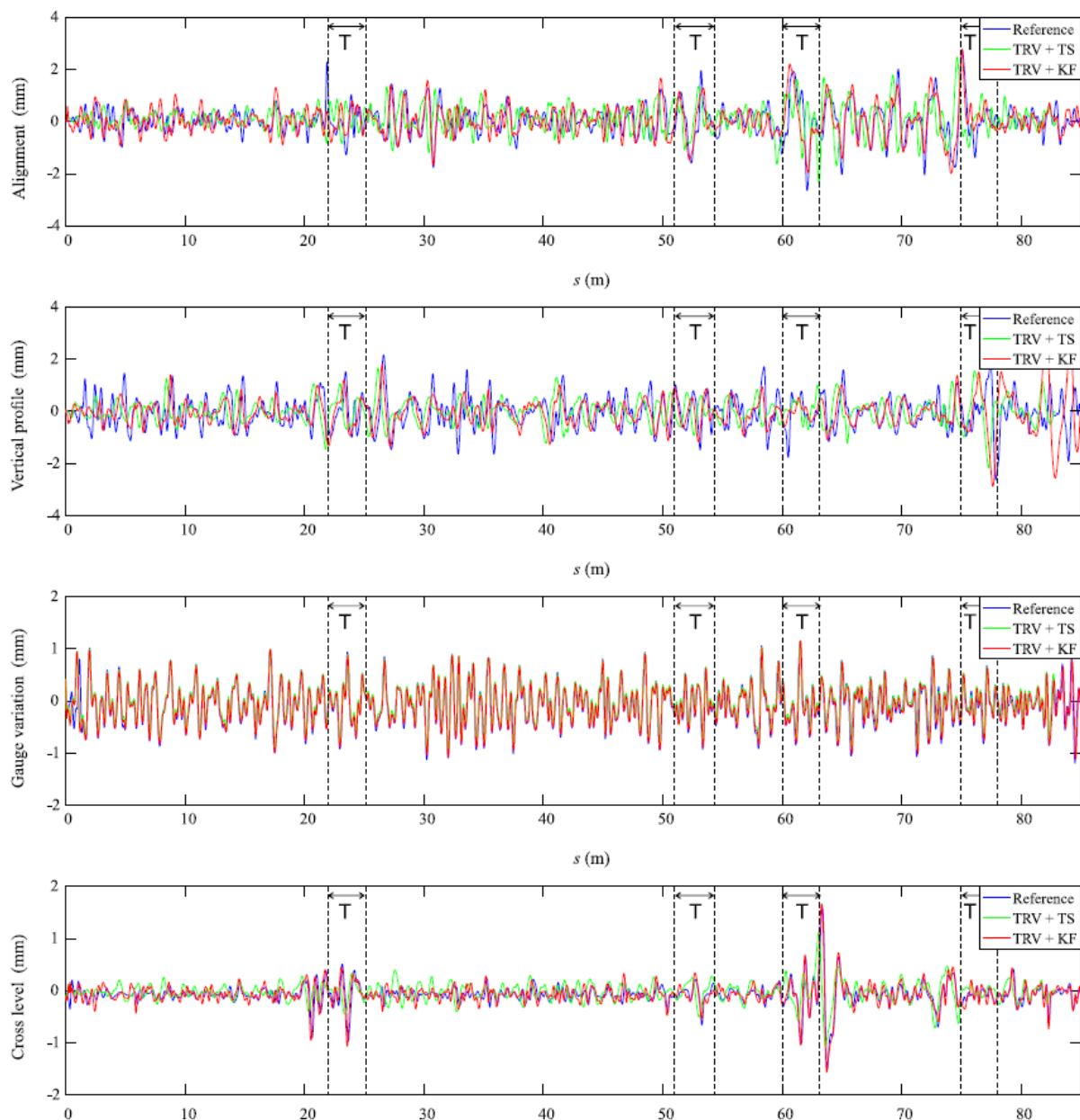


Figura 8. Irregularidades de vía estimadas con el filtro de Kalman filtradas en el rango D1-D2

Finalmente, para comprobar la eficiencia del método presentado se ha realizado una implementación en tiempo real del algoritmo desarrollado en este trabajo. Para ello, la programación realizada originalmente en MATLAB ha sido transcrita a lengua de programación en C e implementada sobre el ordenador en tiempo real utilizado para el control del vehículo. En el análisis de eficiencia computacional realizado se han llegado a conseguir tiempos de ejecución inferiores a los 50 micro segundos. Teniendo en cuenta la velocidad a la que circularía un vehículo a escala real como el presentado en este trabajo durante una operación de auscultación de vía, puede de esta forma garantizarse el funcionamiento en tiempo real del algoritmo y la obtención instantánea de la irregularidad de la vía.

Evitando de esta forma largos tiempos de postprocesado de la información hasta obtener el resultado final demandado por el operador de la vía.

## 6. Resumen y conclusiones

En este trabajo se presenta un método experimental basado en filtro de Kalman para la estimación de las cuatro irregularidades de vías ferroviarias (alineamiento, nivelación, variación de ancho y peralte). Dicho método ha sido validado experimentalmente, empleando para ello un vehículo instrumentado a escala reducida 1:10 que circula por un trazado ferroviario experimental también a escala.

El algoritmo de estimación, empleando la medida de los sensores inerciales, un LVDT y un encoder instalados en el vehículo, suponiendo además conocida la geometría ideal de la vía, logra estimar satisfactoriamente las cuatro irregularidades de vía buscadas. En base a los resultados obtenidos puede concluirse que el método presentado en este trabajo resulta una herramienta muy eficiente para la medición de irregularidades de vía si se compara con los métodos basados en mediciones manuales realizadas por operadores humanos con ayuda de trolleys de vía y una estación total. Se ha comprobado además la capacidad para su ejecución en tiempo real del algoritmo de estimación desarrollado, llegando a conseguir tiempo de ejecución lo suficientemente bajos como para poder asegurar un funcionamiento online del método si este fuese implementado en un vehículo auscultador a escala real. Como líneas futuras de trabajo se está investigando en el desarrollo de nuevos filtros de Kalman que a partir de la medida de los sensores instalados en el vehículo se obtenga en una fase de previa a la ejecución del filtro la geometría ideal de la vía sin necesidad de recurrir a ningún tipo de información relativa a la misma que pudiera proporcionar el operador de la instalación. Además de ello se está trabajando en el diseño de un eje instrumentado a escala real que pudiera ser eventualmente remolcado por un vehículo de línea permitiendo de esta forma realizar una auscultación de un trazado ferroviario arbitrario en tiempo muy reducido.

## 7. Agradecimientos

Este trabajo ha podido desarrollarse gracias al apoyo recibido por parte del Ministerio de Ciencia e Innovación dentro del proyecto Desarrollo de un gemelo digital para la dinámica de vehículos ferroviarios (PID2020-117614RB-I00)

## 8. Referencias

- [1] A.H. Wickens, *Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics: Guidance and Stability*, CRC Press, 2005.
- [2] C. Esveld, *Modern Railway Track*, MRT-productions Zaltbommel, 2006. [3] S. Iwnicki, *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, Taylor and Francis
- [3] S. Iwnicki, *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, Taylor and Francis Group, 2006, <https://doi.org/10.1201/9781420004892>.
- [4] CEN European Committee for Standardization, *Railway applications - track - track geometry quality - IS EN 13848-5*, 2009.
- [5] Amberg survey GRP 1000, 2020, <https://ambergtechnologies.com/solutions-services/amberg-rail/amberg-survey/> (Accessed: 2020-10-20).
- [6] CAT — Corrugation analysis trolley, 2020, <https://www.railmeasurement.com/corrugation-analysis-trolley-cat/> (Accessed: 2020-10-20).
- [7] A.A. Shabana, K.E. Zaazaa, H. Sugiyama, *Railroad vehicle dynamics. A computational approach*, Taylor and Francis Group, 2007, <https://doi.org/10.1201/9781420045857>.
- [8] J.L. Escalona, J.F. Aceituno, *Multibody simulation of railway vehicles with contact lookup tables*, *Int. J. Mech. Sci.* 155 (2019) 571–582, <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.01.020>.
- [9] J.F. Aceituno, P. Urda, E. Briaies, J.L. Escalona, *Analysis of the two-point wheel-rail contact scenario using the knife-edge-equivalent contact constraint method*, *Mech. Mach. Theory* 148 (2020) 103803, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.103803>.
- [10] J.F. Aceituno, R. Chamorro, D. García-Vallejo, J.L. Escalona, *On the design of a scaled railroad vehicle for the validation of computational models*, *Mech. Mach. Theory* 115 (2017) 60–76, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.04.015>.
- [11] P. Urda, S. Munoz, J.F. Aceituno, J.L. Escalona, *Application and experimental validation of a multibody model with weakly coupled lateral and vertical dynamics to a scaled railway vehicle*, *Sensors* 20 (13) (2020) 3700, <https://doi.org/10.3390/s20133700>.
- [12] Y. Yang, G. Liu, C. Liu, *Fine interrelation between track irregularities and vehicle responses: multi-scale time-dependent correlation analysis*, *Veh. Syst.Dyn.*(2020)1–19, <http://dx.doi.org/10.1080/00423114.2020.1741653>.
- [13] J. Real, P. Salvador Zuriaga, L. Montalbán-Domingo, M. Bueno, *Determination of rail vertical profile through inertial methods*, *Proc. Inst. Mech. Eng. F-J.Rail Rapid Transit - Proc. Inst. Mech. Eng. F-J. Rail.R1*(2010)1–10, <http://dx.doi.org/10.1243/09544097JRRT353>.
- [14] A. De Rosa, S. Alfi, S. Bruni, *Estimation of lateral and cross alignment in a railway track based on vehicle dynamics measurements*, *Mech. Syst. Signal Process.* 116(2019)606–623, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.06.041>.

[15] A.D. Rosa, R. Kulkarni, A. Qazizadeh, M. Berg, E.D. Gialleonardo, A. Facchinetti, S. Bruni, Monitoring of lateral and cross level track geometry irregularities through onboard vehicle dynamics measurements using machine learning classification algorithms, Proc. Inst. Mech. Eng. F: J. Rail Rapid Transit, 0(0)(0)0954409720906649, <http://dx.doi.org/10.1177/0954409720906649>.

[16] H. Tsunashima, Condition monitoring of railway tracks from car-body vibration using a machine learning technique, Appl. Sci. 9 (2019) 2734, <http://dx.doi.org/10.3390/app9132734>.

[17] J. Seok Lee, S. Choi, S.-S. Kim, C. Park, Y. Guk Kim, A mixed filtering approach for track condition monitoring using accelerometers on the axle box and bogie, IEEE Trans. Instrum. Meas. 61 (2012) 749–758.

[18] X. Xiao, Z. Sun, W. Shen, A Kalman filter algorithm for identifying track irregularities of railway bridges using vehicle dynamic responses, Mech. Syst. Signal Process. 138 (2020) 106582, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.106582>.

[19] P.F. Weston, C.S. Ling, C.J. Goodman, C. Roberts, P. Li, R.M. Goodall, Monitoring lateral track irregularity from in-service railway vehicles, Proc. Inst. Mech. Eng. F: J. Rail Rapid Transit 221 (1) (2007) 89–100, <http://dx.doi.org/10.1243/0954409JRRT64>.

[20] G. Welch, G. Bishop, An introduction to the kalman filter, 2006.

[21] S. Muñoz, J. Ros, P. Urda, J.L. Escalona, Estimation of lateral track irregularity using a Kalman filter. experimental validation, J. Sound Vib. 504 (2021) 116122, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116122>.