

Control H_{∞} del deslizamiento longitudinal del neumático para frenada óptima en función del estado de la carretera

Miguel Meléndez-Useros¹, Manuel Jiménez-Salas², Fernando Viadero-Monasterio³, Beatriz López-Boada⁴, María Jesús López-Boada⁵

¹Mecatran, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: mmelende@ing.uc3m.es ²Mecatran, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: manuejim@ing.uc3m.es ³Mecatran, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: fviadero@ing.uc3m.es ⁴Mecatran, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: bboada@ing.uc3m.es ⁵Mecatran, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: bboada@ing.uc3m.es ⁵Mecatran, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: mjboada@ing.uc3m.es

Resumen

El control del deslizamiento de los neumáticos es una de las áreas más críticas dentro del control de la dinámica vehicular, siendo la base de sistemas como el antibloqueo de frenos (ABS), el control de tracción (TCS) o el control de estabilidad (ESC). Aspectos como la naturaleza altamente no lineal de la interacción entre neumático y calzada suponen un reto a la hora de diseñar un control robusto capaz de encontrar una solución dinámicamente estable en distintas condiciones de trabajo. Por otro lado, las condiciones de la carretera afectan en gran medida a la capacidad de frenada del vehículo, siendo mucho menor en asfaltos resbaladizos que en aquellos con un coeficiente de rozamiento con el neumático alto. Por ello, siendo capaces de estimar dicho coeficiente, es posible variar la señal controlada para buscar el deslizamiento longitudinal óptimo en cada caso de frenada y maximizar la capacidad de frenado del vehículo.

Palabras clave: Control H_{∞} , frenada, ABS, programación de ganancias, LPV

Abstract

Tire-slip control is one of the most critical topics in vehicle dynamics control, being the basis of systems such antilock braking system (ABS), traction control system (TCS) or electronic stability control (ECS). The highly nonlinear behavior of tire-road contact makes a challenge to design robust controllers able to find a dynamic stable solution in different working conditions. Furthermore, road conditions greatly affect the braking performance of vehicles, being lower on slippery roads than on roads with a high tire friction coefficient. For that reason, by knowing the value of this coefficient, it is possible to change the slip ratio tracking reference of the tires in order to get the optimal braking performance.

Keywords: H_{∞} control; tire-slip; braking; ABS, gain scheduling, LPV

1. Introducción

El control del deslizamiento de los neumáticos mediante los sistemas antibloqueo ABS ha sido uno de los grandes avances en la seguridad de los vehículos automóviles. Tradicionalmente los actuadores encargados de realizar el esfuerzo de frenada en los vehículos funcionan mediante un sistema hidraúlico. Sin embargo, actualmente se presentan alternativas a esto sistemas como freno electrohidraúalicos EHB (Electro Hydrualic Brake) o frenos electromecánicos EMB (Electro Mechanical Brake). Estos sistemas permiten realizar un control más preciso del par de frenada en las ruedas, aplicando técnicas de control más avanzadas que las usadas por los comúnmente usados sistemas basados en comandos. En éstos últimos se busca evitar el bloqueo de los neumáticos y maximizar la fuerza de frenada mediante una lógica de activación y desactivación de los frenos en función del valor actual del deslizamiento longitudinal [1].

Para llevar a cabo el control del deslizamiento se han propuesto métodos de control clásicos como el uso de controladores PID con programación de ganancias [2], donde las ganancias del controlador varían según lo hacen los parámetros del sistema físico del neumático durante la frenada. En [3] se utilizan técnicas de control enfocadas en el uso de LMI (Linear Matrix Inequalities) y controladores no lineales para tener en cuenta la naturaleza no lineal del complejo funcionamiento de los neumáticos con la calzada, tratando de seguir una referencia de deslizamiento obtenida a partir del estado de la carretera. Para tener en cuenta las variaciones del sistema durante la operación de frenada también han sido propuestos métodos LPV (Linear Parameter Varying) para el diseño de ABS en [4] y [5].

En este artículo se propone un sistema LPV con programación de ganancias mediante un control robusto H_{∞} donde se consideran 4 puntos de operación del sistema de frenada que tienen en cuenta la variación tanto de la velocidad como de las condiciones de la calzada, conformando un politopo de 4 vértices. El objetivo del controlador es alcanzar una referencia del valor del deslizamiento longitudinal de los neumáticos con el objetivo de maximizar la fuerza de frenada en un situación de frenada brusca. A partir de una función de Lyapunov se evalúa la estabilidad del sistema de manera que se cumpla la condición H_{∞} . Este tipo de control es ampliamente utilizado para el control de sistemas dinámicos con parámetros que varían en el tiempo (LPV), donde ha mostrado buenos resultados [6-7].

El presente artículo se estructura de la siguiente manera. En la Sección 2 se muestra el modelo dinámico del cuarto de vehículo junto al modelo de fricción considerado y se muestra el desarrollo del controlador. En la Sección 3 se muestran los resultados obtenidos tras diversas simulaciones en CarSim/Simulink bajo distintas condiciones de frenada. Finalmente, en la Sección 4 se exponen las conclusiones obtenidas.

2. Metodología

2.1. Modelado de la dinámica de frenada

En esta sección se describe el problema del control del deslizamiento de los neumáticos durante una frenada. Para representar el comportamiento del neumático se utiliza un modelo de cuarto de vehículo, Figura 1.



Figura 1. Representación del modelo de cuarto de vehículo

La dinámica de este modelo se caracteriza como

$$J\dot{w} = F_x R - T_f$$

$$F_x = -m \dot{v}_x$$
(1)

donde v_x es la velocidad longitudinal del vehículo, w es la velocidad angular del neumático, T_f es el par de frenada aplicado por el sistema hidraúlico y F_x es la fuerza de fricción entre el neumático y la carretera. Los parámetros del vehículo m, R y J representan la masa soportada por el neumático, el radio efectivo de la rueda y el momento de inercia de la rueda respectivamente. La fuerza de frenada F_x depende de un gran numero de parámetros como el deslizamiento longitudinal λ , el ángulo de deriva del neumático, la carga vertical soportada por el mismo o el estado de la misma de la carretera. Simplificando para un caso de frenada sin cambios de dirección como el que se va a estudiar, la fuerza de fricción entre neumático y carretera se puede obtener mediante la expresión

$$F_x = F_z \mu(\lambda, \mu_{max}) \tag{2}$$

donde F_z es la carga vertical sobre el neumático, μ es el coeficiente de rozamiento instantáneo entre el neumático y la carretera, el cual depende del coeficiente de rozamiento máximo que permite el contacto neumático calzada μ_{max} y el deslizamiento longitudinal del neumático definido para el caso de frenada como

$$\lambda = \frac{v_x - Rw}{v_x}, \text{ para } \lambda \in [0, 1], \tag{3}$$

En el presente trabajo, se utilizará para caracterizar el comportamiento del contacto entre neumático y calzada el modelo de fricción de Burckhardt [8], el cual permite obtener el valor instantáneo del coeficiente de rozamiento μ en función del deslizamiento λ . Este modelo de fricción permite obtener el valor de μ para distintos tipos de condiciones de la carretera, pudiendo distinguirse distintas curvas de fricción, Figura 2.



Figura 2. Curvas de fricción del modelo Burckhardt.

La expresión que permite hallar el valor de μ a partir del deslizamiento longitudinal λ es

$$\mu(\lambda) = c_1 - c_1 e^{-c_2 \lambda} - c_3 \lambda \tag{4}$$

Los coeficientes de la ecuación (4) c_1 , c_2 y c_3 dependen únicamente del tipo de carretera, siendo sus valores los mostrados en la Tabla 1.

Tipos de aslfalto del modelo de Burckhardt						
Carretera	C1	C2	C3	μ_{max}	λ_{opt}	
Asfalto	1.28	23.99	0.52	1.17	0.17	
seco						
Asfalto	0.857	33.82	0.35	0.8	0.13	
húmedo						
Grava	0.4	33.71	0.12	0.38	0.14	
mojada						
Nieve	0.195	94.13	0.06	0.19	0.06	

Tabla 1. Coeficientes del modelo Burckhardt.

Desarrollando a partir de la ecuación (1), ecuación (2) y de la ecuación (3) se obtiene la expresión que define la dinámica del deslizamiento del neumático

$$\dot{\lambda} = \frac{F_x}{m v_x} \lambda - \left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J}\right) \frac{F_z}{v_x} + \frac{R}{J v_x} k_f \qquad (5)$$

La ecuación (5) es válida para cada una de las 4 ruedas del vehículo. Se considera que el par de frenada es proporcional a la presión proporcionada por el sistema hidraúlico $T_f = k_b P_f$, con k_b como constante de proporcionalidad. Se puede observar que parámetros como la velocidad longitudinal del vehículo v_x o la fuerza de frenada del neumático F_x no son constantes durante el proceso de frenada. Por ello, estos dos parámetros se toman como dependientes del tiempo y están acotados,

$$\rho_1(t) = F_x, \quad para \ F_x \in \left[\underline{F_x}, \overline{F_x}\right]$$

$$\rho_2(t) = 1/v_x, para \ 1/v_x \in \left[1/\overline{v_x}, 1/v_x\right]$$
(6)

donde los símbolos " $\overline{*}$ " y " $\underline{*}$ " denotan los valores máximos y mínimos respectivamente de los correspondientes parámetros. El modelo en espacio de estados resulta

$$\dot{x} = A(\rho)x + B_u(\rho)u + B_d d \tag{7}$$

donde $x = \lambda$, la señal de control $u = P_f$ es la presión en el actuador hidraúlico del freno y las perturbaciones $d = -\left(\frac{1}{m} + \frac{R^2}{J}\right)\frac{F_z}{v_x}$. Puesto que el propósito del controlador es alcanzar una referencia dada λ_{ref} de para cada tipo de carretera, el espacio de estados se aumenta a $\xi = [\lambda \int (\lambda - \lambda_{ref}) dt]^T$ resultando en un nuevo espacio de estados definido por λ y el error acumulado del deslizamiento con respecto de su referencia $r = \lambda_{ref}$, la cual indica el valor del deslizamiento óptimo que se ha de obtener para alcanzar el pico en la curva de fricción, Figura 2. La ecuación (8) muestra finalmente el sistema

 $\dot{\xi} = A(\rho)\xi + B_{\mu}(\rho)u + B_d d + B_r r$

donde

$$A(\rho) = \begin{bmatrix} \rho_1 \rho_2 / m & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$B_u(\rho) = \begin{bmatrix} R \rho_1 k_b / J \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$B_d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$
(9)

2.2. Diseño del controlador H_{∞}

El objetivo del controlador H_{∞} es lograr que el deslizamiento siga la referencia de λ_{ref} a partir de la señal

$$z = G\xi \tag{10}$$

donde $G = [0 \ 1]$. El control sobre la planta se realiza mediante la señal controlada $u = K(\rho)\xi$ donde *K* es la matriz de realimentación a determinar para asegurar la estabilidad en bucle cerrado del sistema $A_{bc} = A(\rho) + B_u(\rho)K(\rho)$. La condición H_∞ para minimizar el error de seguimiento sobre la referencia se define mediante la desigualdad al igual que en [9]

$$||z||_{2}^{2} < \gamma_{1}^{2} ||r||_{2}^{2} + \gamma_{1}^{2} \gamma_{2}^{2} ||d||_{2}^{2}$$
(11)

Esta condición se debe satisfacer para cualquier referencia r que reciba el sistema y para todas las perturbaciones d, las cuales se consideran siempre acotadas. Tanto γ_1 como γ_2 han de ser dos escalares positivos a determinar. Se puede ver que a menor valor de estos coeficientes menor será la señal controlada y por tanto menor será el error acumulado del deslizamiento respecto de la referencia dada.

Para garantizar la estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado se selecciona una función de Lyapunov

$$V(\xi) = \xi^T P \xi \tag{12}$$

donde *P* se define como una matriz simétrica semidefinida positiva $P = P^T > 0$ donde se debe satisfacer

$$\dot{V} < 0 \tag{13}$$

(8)

Para comprobar la condición H_{∞} se define una función de coste la cual contiene las restricciones de la ecuación (11) y (13)

$$J = \dot{V}(\xi) + z^T z - \gamma_1^2 r^T r - \gamma_1^2 \gamma_2^2 d^T d$$

$$J(t) < 0 \ \forall t$$
(14)

Dado que el sistema que define el comportamiento dinámico de la frenada depende de parámetros que varían en el tiempo $\rho = [\rho_1 \rho_2]^T$, el sistema de la ecuación (8) se puede obtener a partir de los 4 puntos más críticos del sistema, los cuales conforman un politopo de 4 vértices representados en la Figura 3 mediante los puntos C, D, E y F. Para ello debe cumplir la estabilidad en bucle cerrado y el criterio H_{∞} , Ecuación (14), en cada vértice del politopo satisfaciendo las LMIs [10]

siendo *i* y *j* son cada vértice del politopo donde la matriz ϕ_{ij} es

$$\phi_{ij} = \begin{bmatrix} \Lambda_{ij} & B_r & B_u & QG^T \\ * & -\gamma_1^2 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2\gamma_2^2 & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix}$$
(16)

para $\Lambda_{ij} = (A_iQ + B_{u,i}M_j) + (A_iQ + B_{u,i}M_j)^T$, $Q = P^{-1}$ y K_i = M_iQ^{-1} .



Figura 3. Representación de los 4 vértices del sistema de politopos.

La ganancia K de control se obtiene a partir de las ganancias obtenidas en cada vértice del politopo

$$K(t) = \sum_{i=1}^{4} \alpha_i(t) K_i$$
 (17)

satisfaciendo

$$\alpha_i > 0$$

$$\sum_{i=1}^{4} \alpha_i(t) = 1$$
(18)

El problema finalmente resulta en encontrar un valor mínimo de γ_1 dado un γ_2 y sujeto a las restricciones de la ecuación (15) y $Q = Q^T > 0$.

2.3. Estimación de variables del sistema mediante Filtro de Kalman Extendido (EKF)

Para conocer los valores de ρ y poder calcular las ganancias α_i así como el valor de λ para poder conocer los estados de la ecuación (8) en cada neumático del vehículo, se requiere conocer los valores de la velocidad longitudinal del vehículo v_x y las fuerzas longitudinales de los neumáticos F_x . Para estimar los valores de estos parámetros se utiliza un filtro de Kalman Extendido (EKF) sobre un modelo de vehículo que representa en comportamiento dinámico de la frenada

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + B_k u_k \\ y_k &= C_k x_k + D_k u_k \end{aligned} \tag{19}$$

donde

$$x_{k} = \begin{bmatrix} v_{x} \ w_{fl} \ w_{fr} \ w_{rl} \ w_{rr} \ F_{x,fl} \ F_{x,fr} \ F_{x,rl} \ F_{x,rr} \end{bmatrix}^{T}$$
$$y_{k} = \begin{bmatrix} a_{x} \ w_{fl} \ w_{fr} \ w_{rl} \ w_{rr} \end{bmatrix}^{T}$$
$$u_{k} = \begin{bmatrix} T_{f,fl} \ T_{f,fr} \ T_{f,rr} \ T_{f,rr} \end{bmatrix}^{T}$$

Las variables de estado x_k son la velocidad longitudinal, las velocidades de los neumáticos y las fuerzas de frenada de los neumáticos. Las observaciones y_k son las velocidades de los neumáticos y la aceleración longitudinal, las cuales pueden ser conocidas a través de sensores de velocidad y un acelerómetro. Las entradas al sistema u_k representan el par de frenada sobre las ruedas que, al estar siendo controlado a través de la presión del sistema hidráulico, es conocido.

Para mayor realismo de las simulaciones se añade un error aleatorio a las medidas realizadas por el filtro, definido por la matriz de covarianza $R = diag([1e^{-5} 1e^{-5} 1e^{-5} 1e^{-5} 1e^{-3}]).$

3. Resultados de las simulaciones

En esta sección se muestran las condiciones y los resultados obtenidos tras poner a prueba el funcionamiento del controlador H_{∞} diseñado en la sección anterior, el cual se utiliza para controlar el deslizamiento de los 4 neumáticos del vehículo.

Puesto que durante el proceso de frenada se produce transferencia de carga de las ruedas traseras a las delanteras y la carga estática no es la misma en los dos ejes del vehículo, se calcula un controlador para las ruedas traseras y otro para las delanteras, considerando que tanto los neumáticos delanteros como traseros trabajan en condiciones idénticas. Los cálculos de las ganancias se han llevado a cabo utilizando la LMI-Toolbox de Matlab donde los coeficientes encontrados son mostrados en la Tabla 2.

Tabla 2. Coeficientes H_{∞} obtenidos en Matlab.

Coeficiente	Control delantero	Control trasero
γ_1	0.0144	0.0174
γ_2	1	1

Los resultados de las ganancias del controlador son mostrados en la Tabla 3.

Tabla 3. Ganancias del controlador diseñado

Valor de las ganancias (-)					
Vértices	Ruedas delanteras	Ruedas traseras			
$[\rho_1, \rho_2]$	[-32.9, -2699.9]	[-40.6, -2873.9]			
$[\rho_1, \overline{\rho_2}]$	[-32.9, -2699.5]	[-40.6, -2874.8]			
$[\overline{\rho_1}, \underline{\rho_2}]$	[-21.6 - 1778.6]	[-26.6, -1890.7]			
$[\overline{\rho_1},\overline{\rho_2}]$	[-21.6, -1765.2]	[-26.6, -1873.2]			

Para poner a prueba en funcionamiento del controlador diseñado se realizan diversas simulaciones mediante el software de simulación mecánica CarSim, junto al entorno de Simulink, donde el controlador H_{∞} y el filtro EKF son implementados, Figura 4. Se ensaya el controlador en distintas situaciones de frenada en las que el vehículo parte siempre a una velocidad de 70 km/h. Las distintas situaciones son

- 1. Situación 1. Calzada con $\mu_{max} = 1.00$, tratando de simular una calzada de asfalto seco.
- 2. Situación 2. Calzada con $\mu_{max} = 0.85$ con un tramo de carretera de (10-15 metros) con $\mu_{max} = 0.20$.
- 3. Situación 3. Calzada con $\mu_{max} = 0.40$, tratando de simular una calzada de grava húmeda.
- 4. Situación 4. Calzada con $\mu_{max} = 0.20$, tratando de simular una calzada de nieve.

Los resultados obtenidos son mostrados en las Figuras 5-19, donde unicamente se muestran los resultados obtenidos para los neumáticos delantero izquierdo y trasero izquierdo del vehículo, repectivamente "fl" y "rl". El comportamiento de los otros neumáticos es equivalente. Para todos los ensayos el coeficiente de rozamiento entre neumático y calzada se supone conocido y por tanto también el valor del deslizamiento de referencia λ_{ref} .



Figura 4. Esquema de control de frenada implementado en Simulink/CarSim.



Figura 5. Deslizamiento controlado y presión del sistema hidraúlico en la situación 1.



Figura 6. Estimación de fuerzas longitudinales mediante EKF en la situación 1.



Figura 7. Velocidad longitudinal del vehículo y neumáticos en la situación 1.



Figura 8. Deslizamiento controlado y presión del sistema hidraúlico en la situación 2.



Figura 9. Estimación de fuerzas longitudinales mediante EKF en la situación 2.



Figura 10. Velocidad longitudinal del vehículo y neumáticos en la simulación 2.



Figura 11. Deslizamiento controlado y presión del sistema hidraúlico en la situación 3.



Figura 12. Estimación de fuerzas longitudinales mediante EKF en la situación 3.



Figura 13. Velocidad longitudinal del vehículo y neumáticos en la situación 3.



Figura 14. Deslizamiento controlado y presión del sistema hidraúlico en la situación 4.



Figura 15. Estimación de fuerzas longitudinales mediante EKF en la situación 4.



Figura 16. Velocidad longitudinal del vehículo y neumáticos en la situación 4.

En las Figuras 5, 11, 14 y 17 vemos que el controlador logra alcanzar la referencia del deslizamiento para diversas condiciones de la carretera, alcanzando el valor deseado para un tiempo de establecimiento de aproximadamente 0.1 segundos. En particular para el caso 2 en el que se simula un tramo de nieve en una carretera húmeda, se puede observar que cuando se produce el cambio brusco de μ_{max} , el controlador evita que el deslizamiento aumente demasiado y la rueda se bloquee, siguiendo la referencia λ_{ref} . El error cuadrático medio no supera en ningún caso el valor de 0.022.

En la Figuras 6, 9, 12, 15 y 18 se pueden ver los resultados de las estimaciones de las fuerzas en los neumáticos por parte del filtro de Kalman. Estas estimaciones se ajutan a los valores proporcionados por CarSim, obteniéndose un error cuadrático medio de 533.3 N como máximo valor en todas las simulaciones. Finalmente en las Figuras 7, 10, 13, 16 y 19 se puede observar la velocidad real del vehículo y la estimada por el filtro de Kalman extendido, así como las velocidades de las ruedas para cado ensayo. En ningún momento de la simulación se supera el 0.02% de error en la estimación de la velocidades.

En la Tabla 4 se muestra una comparativa entre las distancias de frenada obtenidas para las 4 situaciones simuladas respecto con la distancia de frenada obtenida mediante el sistema de freno ABS que CarSim lleva por defecto. Este sistema cambia las presión de los frenos en cuando el valor del deslizamiento longitudinal del neumático, mantieniendo el valor de este en un rango determinado y fijo, 0.1-0.15 para los neumáticos traseros.

Distancia (m)							
Terreno:	Controlador	ABS	Mejora				
μ_{max}	H_{∞}	Carsim	(%)				
1.00	16.21	17.35	6.57				
0.85; 0.20; 0.85	22.68	24.04	5.66				
0.40	38.24	46.38	17.55				
0.20	81.55	93.91	13.16				

 Tabla 4. Distancias de frenada para las simulaciones realizadas.

Es destacable que en todos los casos la distancia efectiva de frenada ha disminuido respecto al control ABS que viene de serie en CarSim debido a que este control unicamente mantiene el deslizamiento en un margen preestablecido, sobretodo según disminuye μ_{max} . Esto se debe al rango de valores del deslizamiento permitidos por el ABS de CarSim los cuales se encuentran más cercanos a los valores óptimos de carreteras con elevado μ_{max} .

4. Conclusiones

En este artículo se ha desarrollado un controlador H_{∞} con programación de ganancias capaz de optimizar la frenada de un vehículo en una situación de emergencia. Teniendo como objetivo de control el seguimiento de una referencia óptima del valor del deslizamiento longitudinal a partir del modelo de neumático Buckhardt y con el fin de maximizar la fuerza de frenada para distintas condicoiens de la calzada. El controlador ha sido validado mediante simulaciones de frenadas en distintas condiciones de la calzada mediante CarSim y Simulink. Se ha observado que el controlador es capaz de seguir la referencia bajo distintas condiciones de la calzada y con un tiempo de respuesta reducido. Además, se ha comprobado su robustez frente a las varaciones que se producen en el sistema durante la frenada, evitando el bloqueo de las ruedas.

5. Agradecimientos

Acción financiada por la Comunidad de Madrid a través de la línea de "Excelencia del Profesorado Universitario" del Convenio Plurianual con la UC3M (EPUC3MXX), en el marco del V PRICIT (V Plan Regional de Investigación Científica e Innovación Tecnológica)

6. Referencias

[1] F. Pretagostini, L. Ferranti, G. Berardo, V. Ivanov and B. Shyrokau, "Survey on Wheel Slip Control Design Strategies, Evaluation and Application to Antilock Braking Systems," in IEEE Access, vol. 8, pp. 10951-10970, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2965644. [2] T. A. Johansen, I. Petersen, J. Kalkkuhl and J. Ludemann, "Gain-scheduled wheel slip control in automotive brake systems," in IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 11, no. 6, pp. 799-811, Nov. 2003, doi: 10.1109/TCST.2003.815607.

[3] Y. -e. Mao, Yan Zheng, Yuanwei Jing, G. M. Dimirovski and Siying Hang, "An LMI approach to slip ratio control of vehicle Antilock braking systems," 2009 American Control Conference, 2009, pp. 3350-3354, doi: 10.1109/ACC.2009.5160361.

[4] B. Németh, M. Fazekas and P. Gáspár, "Anti-Lock Braking Control Design for Electric Vehicles Using LPV Methods," 2018 26th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), 2018, pp. 1-6, doi: 10.1109/MED.2018.8442426.

[5] Baslamisli, Selahattin & Kose, I. & Anlas, Gunay.
(2007). Robust control of anti-lock brake system.
Vehicle System Dynamics. 45. 217-232.
10.1080/00423110600882498.

[6] Viadero-Monasterio, F., Boada, B. L., Boada, M. J. L., & Díaz, V. (2022). $H\infty$ dynamic output feedback control for a networked control active suspension system under actuator faults. Mechanical Systems and Signal Processing, 162, 108050.44

[7] Redondo, J. P., Boada, B. L., & Díaz, V. (2021). LMI-Based H ∞ Controller of Vehicle Roll Stability Control Systems with Input and Output Delays. *Sensors*, 21(23), 7850

[8] Savaresi, S.M., Tanelli, M., 2010, "Active Braking Control Systems Design for Vehicles", Springer-Verlag, London.

[9] X. Huang, H. Zhang, G. Zhang and J. Wang, "Robust Weighted Gain-Scheduling \$H_ {\infty} \$ Vehicle Lateral Motion Control With Considerations of Steering System Backlash-Type Hysteresis," in IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 22, no. 5, pp. 1740-1753, Sept. 2014, doi: 10.1109/TCST.2014.2317772.

[10] P. Li, Anh-Tu Nguyen, H. Du et al. (2021). Polytopic LPV approaches for intelligent automotive systems: State of te art and future challenges. Mechanical Systems and Signal Processing, 161, 107931