

# Análisis probabilístico del Mesh Load Factor $K\gamma$ en transmisiones planetarias con errores de espesor

Alberto Díez Ibarbia<sup>1</sup>, Javier Sánchez Espiga<sup>2</sup>, Miguel Iglesias Santamaría<sup>3</sup>, Ana de Juan de Luna<sup>4</sup>, Pablo García Fernández<sup>5</sup>

Grupo de Ingeniería Mecánica, Universidad de Cantabria, España. [diezia@unican.es](mailto:diezia@unican.es)<sup>1</sup>, [javier.sanchezepiga@unican.es](mailto:javier.sanchezepiga@unican.es)<sup>2</sup>, [iglesiassm@unican.es](mailto:iglesiassm@unican.es)<sup>3</sup>, [ana.dejuan@unican.es](mailto:ana.dejuan@unican.es)<sup>4</sup>, [pablo.garcia@unican.es](mailto:pablo.garcia@unican.es)<sup>5</sup>

## Resumen

El objetivo de este trabajo es realizar el análisis de probabilidad del parámetro  $K\gamma$  en transmisiones planetarias, cuando los planetas tienen errores de espesor inherentes a su proceso fabricación. Para ello, se opta por la implementación de los Métodos de Monte Carlo (MMC) y Taguchi, en los cuales se generan números aleatorios de las variables de entrada del proceso y se analiza la distribución probabilística de las variables de interés a la salida. En este caso, para la representación del error de espesor (variable de entrada) se utiliza una distribución gaussiana, se incorpora este valor de error al modelo desarrollado por los autores y, por último, se obtiene y evalúa el parámetro  $K\gamma$  de las transmisiones planetarias estudiadas. El parámetro  $K\gamma$  es un indicador de cuan cargados están los planetas con respecto de su carga ideal y, por lo tanto, está íntimamente ligado a malfuncionamientos de una transmisión planetaria.

**Palabras clave:** Mesh Load Factor o parámetro  $K\gamma$ , error de espesor, transmisión planetaria.

## Abstract

This work's aim is to perform a probabilistic analysis of the Mesh Load Factor  $K\gamma$  in planetary transmissions, when there are tooth thickness errors in the planets due to their manufacturing process. In order to achieve this goal, the Monte Carlo's and Taguchi's Methods are implemented, in which random values of the process inputs are generated and then the probabilistic distribution of the output variables of interest are assessed. In the case application, in order to obtain the tooth thickness error, a gaussian distribution has been adopted. This error value is incorporated to the planetary gear transmission model previously developed by the authors. Lastly,  $K\gamma$  parameter is obtained and analyzed for the studied planetary transmissions.  $K\gamma$  parameter is an indicator of how loaded the planets are with respect to their ideal load and therefore, this parameter is intimately connected to planetary transmissions' malfunctioning.

**Keywords:** Mesh Load Factor  $K\gamma$ , tooth thickness error, planetary transmission

## 1. Introducción

Como es bien sabido, en cualquier proceso de fabricación real, el grado de repetibilidad de un producto no es la unidad. Esto quiere decir que cuando se fabrica un producto, sea cual sea, aunque a priori se utilicen las mismas condiciones de partida (temperatura, humedad, misma máquina herramienta, material, etc), la probabilidad de obtener el mismo resultado, en cuanto a sus características, no es del cien por cien. A este tipo de proceso se le denomina como estocástico, mientras que si el grado de repetibilidad es de la unidad, se denomina determinístico.

En el caso de los procesos de fabricación, esto se produce, generalmente, por dos tipos de errores, uno sistemático y otro aleatorio. El primero suele ser

relacionado con un mal calibrado o funcionamiento de la máquina, la temperatura y condiciones ambientales, entre otros factores, y el segundo, de naturaleza aleatoria, se asocia a fenómenos intangibles del propio proceso. Todo esto deriva en una cierta incertidumbre a la hora de predecir los resultados de las características del producto. Es por todo lo anterior que, incluyendo las mismas variables de entrada, las salidas del proceso se van a comportar como variables aleatorias, las cuales van a tener asociadas unas funciones de probabilidad. Se deduce por tanto que el principal reto de este trabajo es incluir estas variables probabilísticas a un modelo numérico, a priori, determinista.

El objetivo de este trabajo es incluir la incertidumbre asociada a los procesos de fabricación de las ruedas dentadas y montaje de la transmisión, al modelo determinista previamente desarrollado por los autores

[1]–[5]. Más concretamente, se pretende conocer el efecto que la incertidumbre de los errores de espesor en los dientes de los planetas, derivada de su proceso de fabricación, tiene en los parámetros de funcionamiento de transmisiones planetarias.

El parámetro de análisis elegido es el *Mesh Load Factor* o factor  $K\gamma$ , que es un indicador de cuan cargados están los planetas con respecto de su carga ideal y, por lo tanto, está íntimamente ligado a malfuncionamientos de una transmisión planetaria. Por esta razón, la normativa requiere que este parámetro no exceda un cierto umbral, que en el caso de transmisiones planetarias de molinos eólicos, se detalla en IEC 61400 [6], [7].

Por otro lado, para la inclusión de la incertidumbre asociada a los procesos de fabricación de las ruedas dentadas, se ha realizado un estudio de las aplicaciones en las que se han utilizado metodologías que incluyan incertidumbres de cualquier tipo a modelos numéricos determinísticos, haciendo especial énfasis en el diseño y análisis de transmisiones mediante engranajes. Entre los diferentes métodos estadísticos analizados, se han diferenciado y estudiado en profundidad dos de ellos - el método de Monte Carlo (MMC) y el método de Taguchi- por ser los potencialmente más adecuados para incorporar a la aplicación objeto de estudio.

Existen muchas aplicaciones y sectores en los que se utiliza el MMC para incorporar las incertidumbres del proceso real al modelo numérico. Desde el ámbito logístico, como en [8], [9], hasta el ámbito de planificación de proyectos, [10], pasando por la industria de construcción [11] y el sector energético [12]–[15]. Precisamente, dentro del sector energético, se han utilizado extensivamente este tipo de técnicas en las energías renovables. La principal razón es la aleatoriedad que representan estas fuentes de energía, como es el viento [16]–[18], el sol [19] o el agua. Por supuesto, este tipo de técnicas también se han utilizado para el diseño mecánico de elementos y sistemas y a transmisiones mediante engranajes [20]–[22].

Por otro lado, el método Taguchi se expone como una herramienta eficiente para el diseño y optimización de procesos y productos, debido a que se centra en la identificación y evaluación de las variables con mayor influencia en la salida del proceso, en la reducción de los efectos de los factores no controlables y en la reducción de la variación del desempeño del proceso [23]. Otros autores identifican el Método Taguchi como una técnica que ayuda a obtener una combinación óptima de diseño de parámetros para que el producto sea funcional y de alta calidad [24].

Aunque este método es atribuido a Taguchi [25], hay autores que ya utilizaban previamente estos conceptos para realizar análisis estadísticos. Es el caso de Cox o Evans, [26]–[28] quienes, por ejemplo, desarrollaron la ecuación del flujo de gas que pasaba por un orificio o la atenuación en una sección de imagen.

Como se puede deducir de lo anterior, el método de Taguchi, al igual que el MMC, ha sido ampliamente

utilizado en diferentes ámbitos y sectores, siendo también utilizado en el diseño de transmisiones mediante engranajes [29]–[32].

Como síntesis del estado del conocimiento en esta línea, el Método de Monte Carlo (MMC) es, con diferencia, el método que más información aporta dentro del rango de valores establecido para los parámetros de entrada. Sin embargo, tiene como principal desventaja el elevado coste computacional que conlleva, incluso para una solución de modelizado como la escogida. Para el caso de aplicación del presente proyecto, fueron realizadas 20.000 simulaciones para la caracterización estadística del factor  $K\gamma$  en cada caso de estudio. Por otra parte, el método de Taguchi no proporciona una información tan detallada como el MMC, pero reduce considerablemente el número de simulaciones a realizar. En el caso de estudio se han establecido 5 niveles de error de espesor para cada planeta, por lo que el número de simulaciones es  $5^3=125$  casos. De esta manera se alcanza un compromiso entre el nivel de detalle en la descripción del comportamiento estadístico de la variable y el esfuerzo computacional. Con el propósito de seleccionar el método más adecuado para la caracterización estadística del factor  $K\gamma$ , en este trabajo se ha llevado a cabo una comparativa de los resultados obtenidos al emplear los dos métodos (MMC y Taguchi), en transmisiones planetarias equiespaciadas en fase y en fase secuencial, cuando los planetas tienen errores de espesor inherentes a su proceso fabricación.

## 2. Fundamentos y metodología

En esta sección se hace una recopilación de los fundamentos necesarios para la comprensión del estudio estadístico realizado. Inicialmente, se detallan algunas consideraciones del modelo desarrollado por los autores. A continuación se exponen las configuraciones de transmisiones planetarias posibles y las utilizadas en este trabajo, seguido de la formulación utilizada para la inclusión de errores de espesor en el modelo de transmisiones mediante engranajes. Por último, se resumen las metodologías estadísticas utilizadas para la inclusión de la incertidumbre asociada a los procesos de fabricación de las ruedas dentadas.

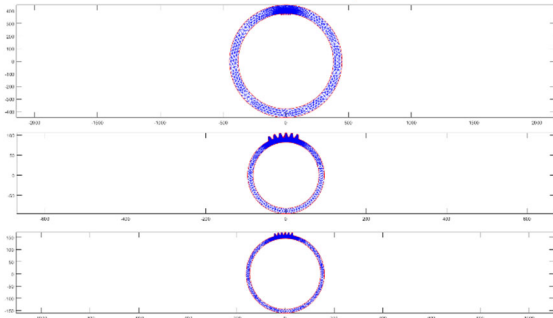
### 2.1. Modelo desarrollado por los autores

Para alcanzar de modo satisfactorio el objetivo del trabajo, se analizaron las ventajas e inconvenientes de los posibles modelos a utilizar. En primer lugar, los modelos analíticos y de parámetros concentrados suponen planteamientos más sencillos para la resolución del comportamiento de transmisiones planetarias. Sin embargo, son modelos que, por su definición y formulación, normalmente, se aplican a la resolución del problema dinámico. Por otra parte, los modelos de elementos finitos (EF) permiten la

definición detallada de la geometría de las ruedas. Sin embargo, estos aumentan exponencialmente los tiempos computacionales y el análisis de EF tiene problemas inherentes en la resolución del contacto. Una correcta determinación de los fenómenos que ocurren en la zona de contacto y sus alrededores en un modelo de elementos finitos requiere un refinamiento extremo en la malla, o un algoritmo anexo, para poder resolver analíticamente el contacto (modelo híbrido). Además, ese refinamiento en la malla se tendría que plantear para cada posición de estudio a lo largo de la simulación y, por lo tanto, redefinir la malla para cada iteración. Finalmente, los modelos híbridos, donde se emplean definiciones analíticas en el contacto o modelos multicuerpo para la cinemática de la transmisión, parecen ser la opción más acertada en busca de un equilibrio entre una precisión suficiente en los resultados y tiempo computacional aceptable. Los modelos híbridos con un planteamiento cuasiestático permiten realizar análisis detallados, empleando aproximaciones válidas para dar una solución más sencilla a los puntos conflictivos de la modelización, con un esfuerzo computacional asumible.

En conclusión, con un objetivo como el que se plantea en este trabajo, un modelo híbrido se considera la mejor opción, buscando el equilibrio entre la precisión de los cálculos y tiempo computacional, siendo este último el más importante, dado el elevado número de simulaciones que se han tenido que llevar a cabo.

El modelo de transmisiones mediante engranajes utilizado en este estudio se ha presentado de manera extensiva en [2], [3] y se ha extendido a transmisiones planetarias en [1], [33]. A modo ejemplo, se muestra en la Figura 1 el modelo de elementos finitos de la transmisión utilizada en este trabajo.



**Figura 1.** Modelo de elementos finitos del anillo exterior, planeta y sol, respectivamente.

## 2.2. Tipos de configuraciones de transmisiones planetarias

Las transmisiones planetarias se pueden categorizar en cinco tipos de configuraciones con arreglo a la fase y al espaciado de los planetas, las cuales se describen a continuación y se resumen en la siguiente Tabla 1.

1. *Equally Spaced In Phase (ESIP)*: Equiespaciadas y en fase.

2. *Non-Equally Spaced In Phase (NESIP)*: No equiespaciadas y en fase.
3. *Equally spaced Sequentially Phased (ESSP)*: Equiespaciadas y en fase secuencial.
4. *Non-Equally spaced Sequentially Phased (NESSP)*: No equiespaciadas y en fase secuencial.
5. *Non-Equally spaced Sequentially Arbitrarily Phased (NESAP)*: No equiespaciadas y fase arbitraria.

**Tabla 1.** Resumen de las configuraciones de transmisiones planetarias.

Configuraciones de transmisiones planetarias			
Acrónimo	En fase	Secuencial	Equiespaciadas
ESIP	✓	✗	✓
NESIP	✓	✗	✗
ESSP	✗	✓	✓
NESSP	✗	✓	✗
NESAP	✗	✗	✗

Las sombreadas en verde (ESIP y ESSP) son las dos configuraciones elegidas para este estudio, cuyos resultados se comparan a lo largo del trabajo.

Por otro lado, para cumplir con los requisitos de “en fase” (ecuación 1), “en fase secuencial” (ecuación 2) y “equiespaciado” (ecuación 3), se han de cumplir una serie de condiciones, que se resumen mediante las siguientes ecuaciones.

$$\frac{Z_r \cdot \psi_i}{2\pi} = n \quad (1)$$

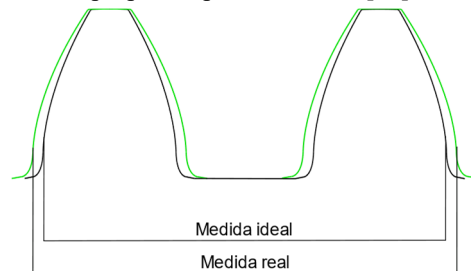
$$\frac{Z_r \cdot \psi_i}{2\pi} \neq n \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^N Z_r \cdot \psi_i = l\pi \quad (2)$$

$$\psi_i = \frac{2\pi(i-1)}{N} \quad (3)$$

Donde  $Z_r$  es el número de dientes,  $\psi_i$  el ángulo del planeta  $i$ ,  $N$  el número total de planetas y  $n$  y  $l$  números enteros.

## 2.3. Error de espesor

Se entiende como error de espesor del diente la diferencia entre el perfil de evolvente teórico y el perfil real (Figura 2). La magnitud del error depende del procedimiento de medida adoptado, que en el caso de estudio es el propuesto por Wildhaber [34].



**Figura 2.** Medida ideal y real para la determinación del error de espesor entre dientes

La medida de la distancia ideal ( $w_k$ ) se obtiene siguiendo la ecuación (4) y la real se mide directamente en los especímenes.

$$w_k = \frac{\cos\varphi}{P} \left[ (2S+1) \frac{\pi}{2} + N(\tan\varphi - \tan^{(-1)}\varphi) \right] \quad (4)$$

Donde P es el diámetro primitivo de la rueda, S el número de espacios entre dientes,  $\varphi$  el ángulo de presión y N el número de dientes totales del engranaje. Para la implementación del error de espesor en el modelo desarrollado por los autores se ha utilizado la siguiente formulación:

$$e_p = (w_{k_{real}} - w_{k_{medio}}) \cos\varphi \quad (5)$$

Se toma como referencia el valor medio de espesor ( $w_{k_{medio}}$ ) teniendo en cuenta que, si todos los dientes tuviesen un exceso o defecto de espesor igual, no habría ningún efecto en el  $K\gamma$ . Para este caso de aplicación, este error de espesor se ha incorporado a ambos flancos y todos los dientes del planeta.

Además, existe una tolerancia aceptable de error de espesor que viene especificada por la normativa, que en el caso de transmisiones planetarias de molinos eólicos se detalla en IEC 61400 [6], [7]. Esta normativa establece que para un engranaje “cd24” con un diámetro entre 125 y 280mm (planetas de los casos de estudio), la tolerancia de espesor y el juego son 30 y -95 micrómetros respectivamente.

## 2.4. Metodologías estadísticas

Para la incorporación de la incertidumbre asociada a los procesos de fabricación de las ruedas dentadas, se ha realizado un estudio de las aplicaciones en las que se han utilizado metodologías que incluyan incertidumbres de cualquier tipo a modelos numéricos determinísticos. Entre los diferentes métodos estadísticos analizados, se han diferenciado y estudiado en profundidad dos de ellos -el método de Monte Carlo (MMC) y el método de Taguchi- por ser los potencialmente más adecuados para incorporar a la aplicación objeto de estudio.

El MMC es el más extendido y antiguo de los analizados, pudiéndose definir como una serie de métodos matemáticos/estadísticos utilizados para obtener una solución probabilística a un proceso estocástico. Para ello se recurre a la generación de números aleatorios, que son utilizados como valores de las variables de entrada en el problema, y definiendo en función de esas variables la función de probabilidad de la solución o salidas del problema.

Por otro lado, el método Taguchi se expone como una herramienta eficiente para el diseño y optimización de procesos y productos, debido a que se centra en la identificación y evaluación de las variables con mayor influencia del proceso, en la reducción de los efectos

de los factores no controlables y en la reducción de la variación del desempeño del proceso [23]. Otros autores identifican el Método Taguchi como una técnica que ayuda a obtener una combinación óptima de diseño de parámetros para que el producto sea funcional y con un alto nivel de calidad [24].

Teniendo todo lo anterior en cuenta, para definir el comportamiento del error de espesor del diente en el proceso de fabricación, se opta por una función de distribución normal o gaussiana.

Además, considerando la tolerancia máxima (30  $\mu\text{m}$  en el ejemplo) y la “regla  $3\sigma$ ”<sup>1</sup> en funciones de distribución normal, para desarrollar el MMC y emular el proceso de fabricación de los planetas, se ha incluido, para el ejemplo de aplicación, un función gaussiana de media nula y desviación típica de 5 micrómetros (Figura 3).

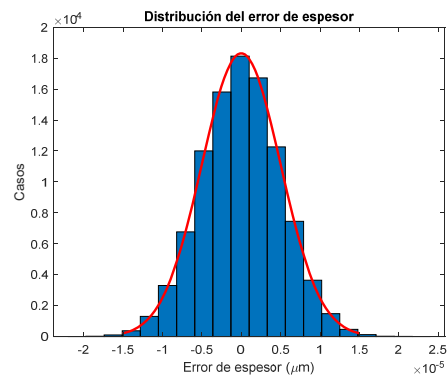


Figura 3. Distribución del error para el MMC.

Para el método de Taguchi, se han elegido 5 niveles de error de espesor ( $-\sqrt{2}\sigma$ ,  $-\sqrt{2}/2\sigma$ ,  $0$ ,  $\sqrt{2}/2\sigma$  y  $\sqrt{2}\sigma$ ), tal que se obtenga la misma desviación típica de 5 micras, y los resultados sean comparables (Figura 4).

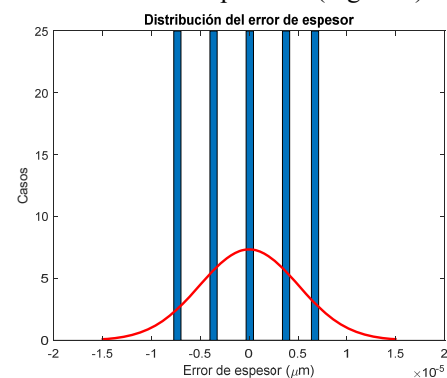


Figura 4. Distribución del error para el Método de Taguchi.

## 3. Caso de aplicación

Las principales características de las dos configuraciones de transmisiones mediante engranajes se recogen en la Tabla 2. Se han elegido y calculado los parámetros para que cumplan con su configuración

<sup>1</sup> La “regla  $3\sigma$ ” establece que, en una función de distribución normal, el 99,7% de los casos están en un intervalo entre  $-3\sigma$  y  $3\sigma$ , siendo  $\sigma$  la desviación típica.

(ESIP y ESSP) y que, a su vez, sean semejantes, y por tanto, sus resultados sean comparables.

**Tabla 2.** Especificaciones de los elementos de las transmisiones planetarias de estudio.

Transmisión planetaria		
Configuración	ESIP	ESSP
Módulo ( $m$ )	4,5	4,5
Ángulo presión	20°	20°
Addendum	$m$	$m$
Dedendum	1,25 $m$	1,25 $m$
Arco redondeo	0,05 $m$	0,05 $m$
Anillo exterior		
Nº Dientes	165	166
Diám. primitivo	742,5	747
Planetas		
Nº Dientes	44	45
Diám. primitivo	198	202,5
Sol		
Nº Dientes	75	74
Diám. primitivo	337,5	333

Para el ejemplo de aplicación se tiene en cuenta la rigidez de los elementos que soportan al sol (eje y rodamientos), lo que implica que su centro de rotación puede variar su posición. En el caso de aplicación la rigidez total en ambas direcciones se considera  $10^7\text{N/m}$ .

#### 4. Resultados

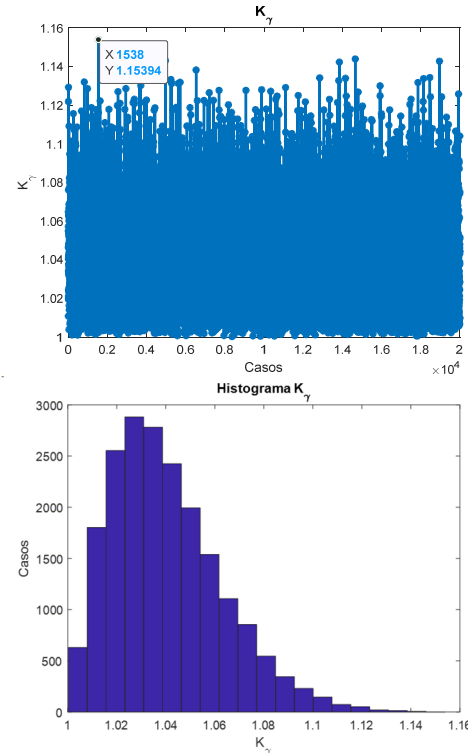
Se ha realizado el cálculo del parámetro  $K\gamma$ , utilizando el MMC y el Método de Taguchi, para dos configuraciones, una ESIP (planetas equiespaciados y en fase) y una ESSP (planetas equiespaciados y en fase secuencial).

Para el MMC, se han generado 20.000 casos de error de espesor aleatorios (Figura 3) y se han incorporado al modelo generado por los autores. Con el objeto de que los resultados sean comparables, se han implementado los mismos 20.000 casos para ambas configuraciones.

En el caso de Taguchi se han generado todas las combinaciones de error de espesor posibles, correspondientes a 5 niveles de error de espesor ( $-\sqrt{2}\sigma$ ,  $-\sqrt{2}/2\sigma$ ,  $0$ ,  $\sqrt{2}/2\sigma$  y  $\sqrt{2}\sigma$ ), dando lugar a 125 casos ( $5^3$ , donde 5 son los niveles elegidos y 3 el número de planetas), tal y como se muestra en la Figura 4.

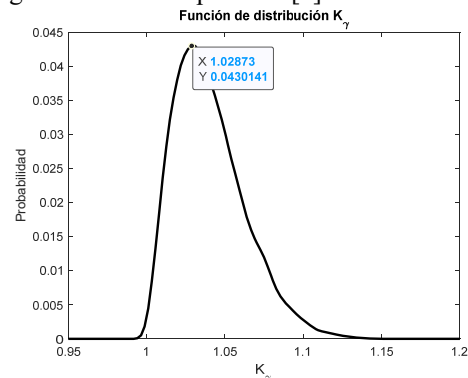
##### 4.1. Configuración ESIP

Aplicando el MMC, para la configuración ESIP de 3 planetas con sol flotante, se ha calculado el parámetro  $K\gamma$  y se ha representado mediante histograma en la Figura 5.

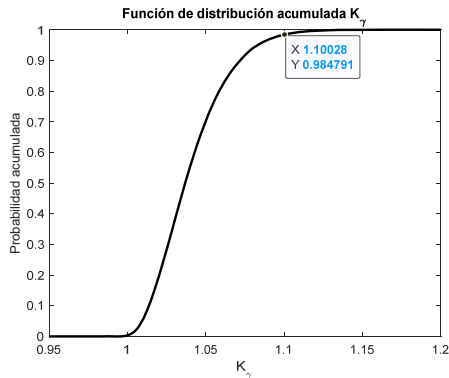


**Figura 5.** Parámetro  $K\gamma$  de 20.000 casos diferentes de error de espesor en los planetas (arriba) e histograma (debajo) mediante MMC.

Se han calculado y analizado, tanto su función de distribución (Figura 6), como su acumulada (Figura 7), obteniendo que el valor de  $K\gamma$  más probable (moda) es 1.029 aproximadamente y que el 1,5% de los especímenes no cumplirán con el umbral establecido en la normativa ( $K\gamma < 1.1$ ) para transmisiones de aerogeneradores de 3 planetas [7].

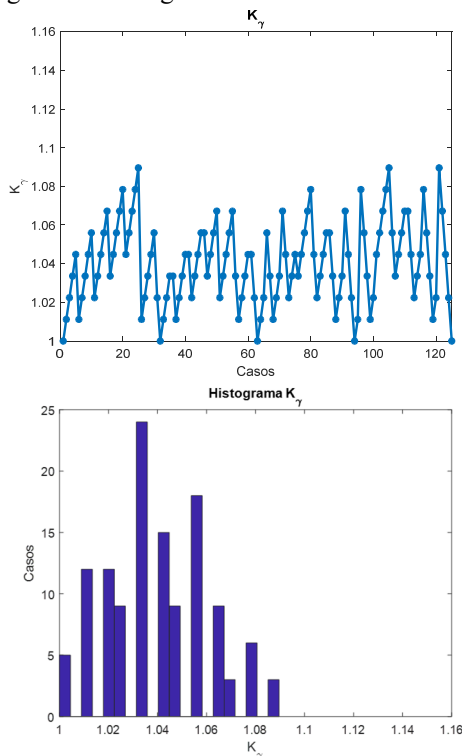


**Figura 6.** Función de distribución del valor  $K\gamma$  mediante MMC.



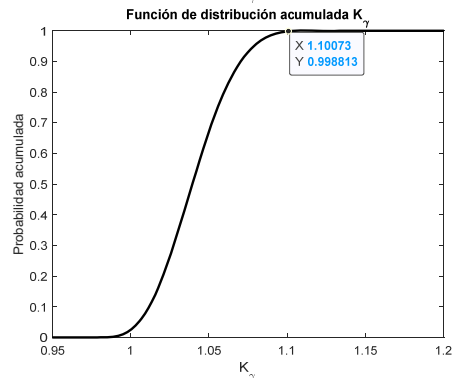
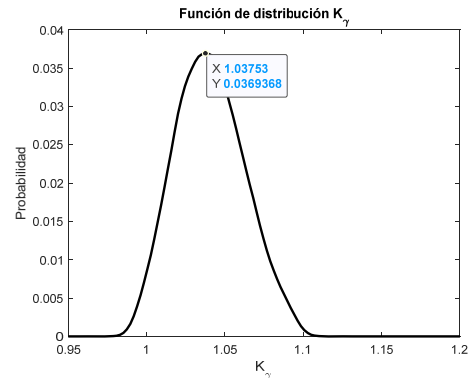
**Figura 7.** Función de distribución del valor  $K\gamma$  (arriba) y acumulada (debajo) mediante MMC.

Como indicadores estadísticos adicionales de los resultados de  $K\gamma$  mediante MMC, se puede destacar que su media es 1.0404 y su desviación típica 0.0226. Además, a partir de su función de distribución, se puede inferir que el parámetro  $K\gamma$  en 1 de cada 100 transmisiones estará por encima 1.1056 y en 1 de cada 1000 transmisiones será superior 1.1303. También se ha calculado el parámetro  $K\gamma$  aplicando el Método de Taguchi y se ha representado mediante histograma en la Figura 8.



**Figura 8.** Parámetro  $K\gamma$  de 125 casos diferentes de error de espesor en los planetas (arriba) e histograma (abajo) mediante el método de Taguchi.

Se han calculado y analizado, tanto su función de distribución, como su acumulada (Figura 9), obteniendo que el valor de  $K\gamma$  más probable (moda) es 1.037 aproximadamente y que el 0,1% de los especímenes no cumplirán con el umbral establecido en la normativa ( $K\gamma < 1.1$ ) para transmisiones de aerogeneradores de 3 planetas [7].

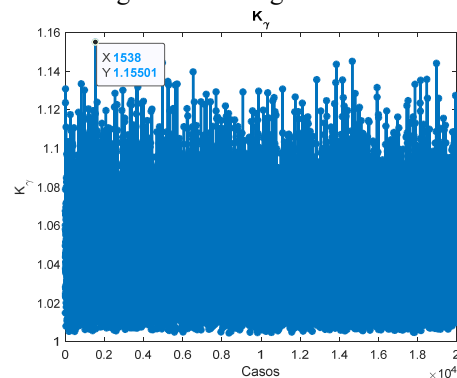


**Figura 9.** Función de distribución del valor  $K\gamma$  (arriba) y acumulada (debajo) mediante el método de Taguchi.

Como indicadores estadísticos adicionales de los resultados de  $K\gamma$  mediante el método de Taguchi, se puede destacar que su media es 1.0403 y su desviación típica 0.0212. Además, se infiere de la función de distribución del  $K\gamma$  que 1 de cada 100 transmisiones tendrá un valor por encima 1.0918 y 1 de cada 1000 transmisiones tendrá un valor  $K\gamma$  superior a 1.1013.

**4.2. Configuración ESSP**

Aplicando el MMC, para la configuración ESSP de 3 planetas con sol flotante, se ha calculado el parámetro  $K\gamma$  (mostrado en la Figura 10) y se ha representado mediante histograma en la Figura 11.



**Figura 10.** Parámetro  $K\gamma$  de 20.000 casos diferentes de error de espesor en los planetas mediante MMC.



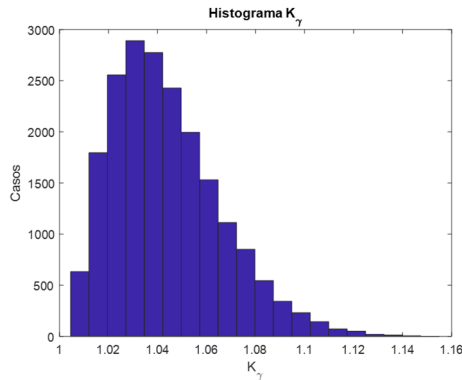


Figura 11. Histograma del valor  $K\gamma$  mediante MMC.

Se han calculado y analizado, tanto su función de distribución, como su acumulada (Figura 12), obteniendo que el valor de  $K\gamma$  más probable (moda) es 1.033 aproximadamente y que el 1,8% de los especímenes no cumplirán con el umbral establecido en la normativa ( $K\gamma < 1.1$ ) para transmisiones de aerogeneradores de 3 planetas [7].

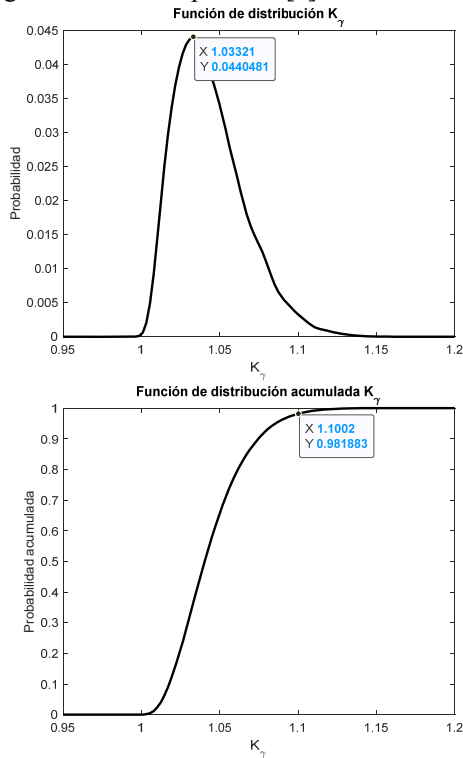


Figura 12. Función de distribución (arriba) y su acumulada (abajo) del valor  $K\gamma$  mediante MMC.

Como indicadores estadísticos adicionales de los resultados de  $K\gamma$ , se puede destacar que su media es 1.0438 y su desviación típica 0.0222. Además, se predice que 1 de cada 100 transmisiones tendrá un valor  $K\gamma$  por encima 1.1076 y 1 de cada 1000 transmisiones tendrá un valor  $K\gamma$  por encima 1.1318. Aplicando el Método de Taguchi, para la configuración ESSP de 3 planetas con sol flotante, se ha calculado el parámetro  $K\gamma$  y se ha representado mediante histograma en la Figura 13.

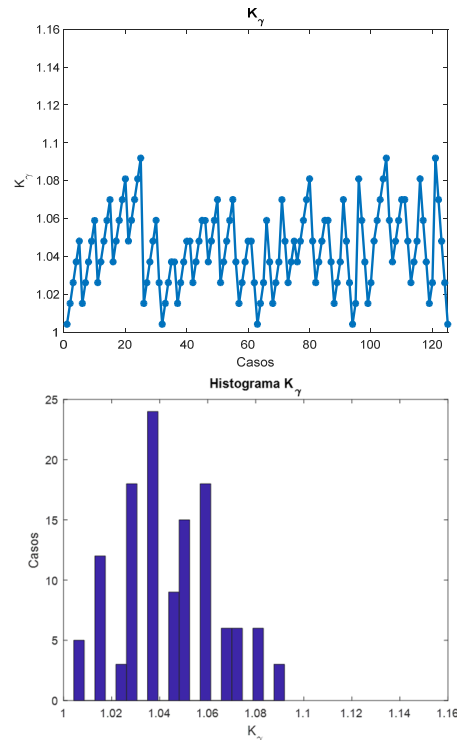


Figura 13. Parámetro  $K\gamma$  (arriba) e histograma (abajo) mediante Taguchi.

Se han calculado y analizado, tanto su función de distribución como su acumulada (Figura 14), obteniendo que el valor de  $K\gamma$  más probable (moda) es 1.040 aproximadamente y que el 0,2% de los especímenes no cumplirán con el umbral establecido en la normativa ( $K\gamma < 1.1$ ) para transmisiones de aerogeneradores de 3 planetas [7].

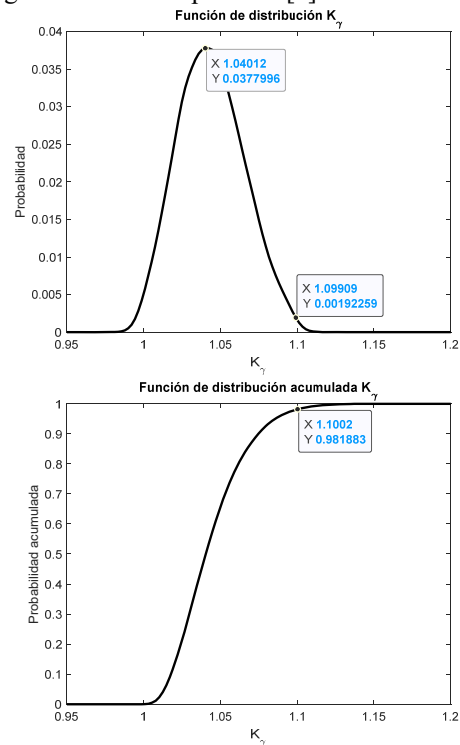


Figura 14. Función de distribución del valor  $K\gamma$  (arriba) y acumulada (debajo) mediante MMC.

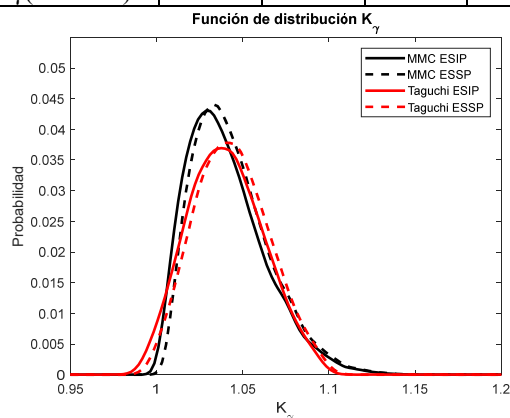
Como indicadores estadísticos adicionales de los resultados de  $K\gamma$ , se puede destacar que su media es 1.0437 y su desviación típica 0.0207. Además, a partir de la función su distribución, se puede inferir que el parámetro  $K\gamma$  de 1 de cada 100 transmisiones será mayor a 1.0942 y de 1 de cada 1000 será superior a 1.1034.

### 4.3. Comparativa y síntesis de resultados

A modo resumen, se presentan los valores más representativos del parámetro  $K\gamma$  en la Tabla 3, así como la función de distribución obtenida para las configuraciones y métodos analizados (Figura 15). Se observa que el color negro está reservado para el MMC y el rojo para el método de Taguchi, siendo la línea continua la correspondiente a la configuración ESIP y la discontinua a la ESSP.

**Tabla 3.** Valores más representativos del parámetro  $K\gamma$  para las configuraciones ESIP y ESSP analizadas.

	MMC		Taguchi	
	ESIP	ESSP	ESIP	ESSP
Moda	1.029	1.033	1.033	1.040
$P(K\gamma > 1.1)$	1.5%	1.8%	0.1%	0.2%
Media	1.040	1.044	1.040	1.044
Desviación	0.023	0.022	0.021	0.021
$K\gamma(P > 0.99)$	1.106	1.108	1.092	1.094
$K\gamma(P > 0.999)$	1.130	1.132	1.101	1.103



**Figura 15.** Función de distribución del valor  $K\gamma$  para las configuraciones ESIP y ESSP analizadas MMC.

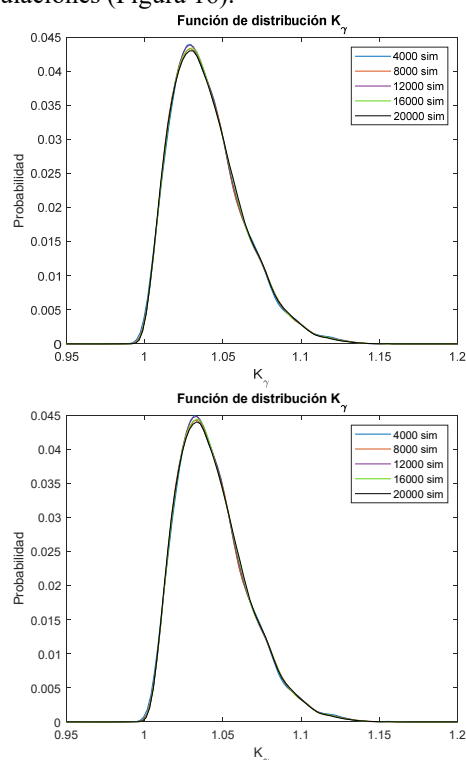
De los datos se deduce que la configuración en fase secuencial produce valores superiores del parámetro  $K\gamma$ . Este hecho implica que la rama más cargada (planeta más cargado) tiene un valor superior en la configuración ESSP que en la ESIP.

En la comparativa entre métodos, se observa que el MMC consume mayores recursos computacionales, recurriendo a 20.000 simulaciones, que el Método de Taguchi que requiere de 125 casos. Por otro lado, se puede deducir que el MMC produce unos resultados más fidedignos en cuanto a la función de distribución del parámetro  $K\gamma$ . Sin embargo, no es despreciable que la media y desviación de ambos métodos son prácticamente iguales. Por lo que se puede concluir,

que si se busca únicamente un valor de referencia de la respuesta, como puede ser la media o la desviación, el método de Taguchi proporciona un enfoque más eficiente computacionalmente. Sin embargo, para el caso de estudio, se busca un resultado lo más fidedigno posible de la función de distribución del parámetro de salida, por lo que el enfoque de MMC es más adecuado en esta aplicación.

### 5. Criterios de parada

Como estudio adicional, se han analizado diversos criterios de parada para realizar el MMC y llegar a la conclusión de que para este caso de estudio son suficientes 20.000 simulaciones (incluso 15.000 simulaciones hubieran sido suficientes). A continuación, para las dos configuraciones analizadas, se presenta la evolución de la función de distribución del  $K\gamma$ , con una progresión lineal de 4.000 simulaciones (Figura 16).



**Figura 16.** Evolución de la función de distribución del valor  $K\gamma$  para la configuración ESIP (arriba) y ESSP (abajo).

Por otro lado, se han calculado diversos parámetros estadísticos, como la media, desviación típica, coeficiente de asimetría y coeficiente de Curtosis ( $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $s$  y  $k$ , respectivamente), y cada 1.000 simulaciones se ha ido analizado su variación, obteniendo su error como:

$$e_{\mu} = \mu_{1000(n+1)} - \mu_{1000n} \quad (6)$$

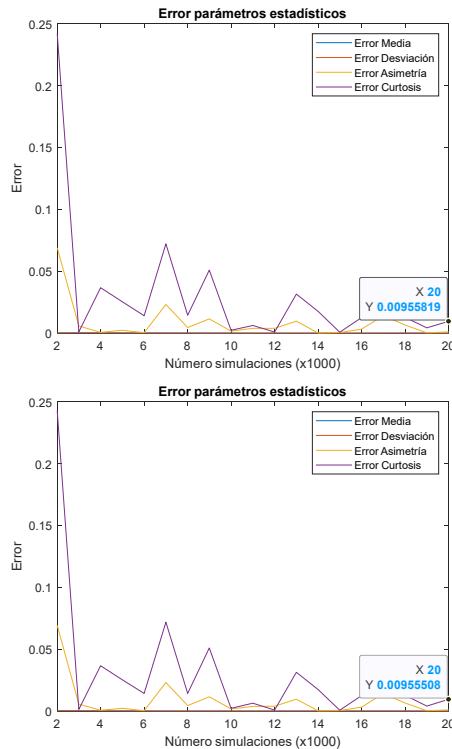
$$e_{\sigma} = \sigma_{1000(n+1)} - \sigma_{1000n} \quad (7)$$

$$e_s = s_{1000(n+1)} - s_{1000n} \quad (8)$$

$$e_k = k_{1000(n+1)} - k_{1000n} \quad (9)$$



La evolución de los errores de estos parámetros se ha presentado en la Figura 17 para las dos configuraciones de transmisiones planetarias estudiadas.



**Figura 17.** Evolución de los parámetros estadísticos de la función de distribución del  $K\gamma$  para la configuración ESIP (arriba) y ESSP (abajo).

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha realizado un análisis de probabilidad del parámetro  $K\gamma$  en transmisiones planetarias ESIP y ESSP, cuando los planetas tienen errores de espesor inherentes a su proceso de fabricación. Para ello, se han utilizado dos métodos estadísticos, el Método de Monte Carlo (MMC) y el Método de Taguchi, a partir de los que se han generado errores de espesor siguiendo una función de distribución estadística gaussiana. Estos errores se han incorporado al modelo desarrollado previamente por los autores, obteniendo el parámetro  $K\gamma$  de las transmisiones planetarias estudiadas.

De los resultados obtenidos, se deduce que la configuración en fase secuencial (ESSP) produce valores superiores del parámetro  $K\gamma$  que en fase y equiespaciada (ESIP). Este hecho implica que la rama más cargada (planeta más cargado) tiene un valor superior en la configuración ESSP que en la ESIP, y por tanto, más probabilidades de malfuncionamientos en operación.

En la comparativa entre métodos estadísticos, se concluye que el MMC consume mayores recursos computacionales que el Método de Taguchi, sin embargo, proporciona resultados más fidedignos en cuanto a la función de distribución del parámetro  $K\gamma$ . Por lo que, para este caso de aplicación, se concluye

que el MMC es más adecuado. Sin embargo, no es despreciable que la media y desviación que proporcionan ambos métodos son prácticamente iguales. De lo anterior se deduce que, si se busca únicamente un valor de referencia de la respuesta como puede ser la media o la desviación del parámetro  $K\gamma$ , el método de Taguchi proporciona resultados suficientemente precisos y además un enfoque más eficiente computacionalmente.

## 7. Agradecimientos

Al proyecto de plan estatal PID2020-116213RB-I00 financiado por el ministerio de Ciencia e Innovación

## 8. Referencias

- [1] M. Iglesias, A. del Rincon, A. de-Juan, P. Garcia, A. Diez-Ibarbia, and F. Viadero, "Planetary transmission load sharing: Manufacturing errors and system configuration study," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 111, pp. 21–38, 2017.
- [2] A. Fernandez del Rincon, M. Iglesias, A. de-Juan, A. Diez-Ibarbia, P. Garcia, and F. Viadero, "Gear transmission dynamics: Effects of index and run out errors," *Applied Acoustics*, vol. 108, pp. 63–83, 2016.
- [3] A. Diez-Ibarbia, A. Fernandez-del-Rincon, P. Garcia, and F. Viadero, "Gear rattle dynamics under non-stationary conditions: The lubricant role," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 151, 2020,
- [4] A. et ál Fernandez-del-Rincon, "Enhanced model of gear transmission dynamics for condition monitoring applications: Effects of torque, friction and bearing clearance," in *Mechanical Systems and Signal Processing*,
- [5] A. Fernandez-del-Rincon, A. Diez-Ibarbia, M. Iglesias, and F. Viadero, "Gear rattle dynamics: Lubricant force formulation analysis on stationary conditions," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 142, 2019,
- [6] ISO, "ISO 6336 - Calculation of load capacity of spur and helical gears - Application for industrial gears," no. 1, 1996.
- [7] "IEC61400 – 4: Design Requirements for wind turbine gearboxes."
- [8] E. C. Gonzalez-L., W. Adarme-Jaimes, and J. A. Orjuela-Castro, "Stochastic mathematical model for vehicle routing problem in collecting perishable products | Modelo matemático estocástico para el problema de ruteo de vehículos en la recolección de productos perecederos," *DYNA (Colombia)*, vol. 82, no. 189, pp. 199–206, 2015,
- [9] E. C. Gonzalez-L., W. Adarme-Jaimes, and J. A. Orjuela-Castro, "Stochastic mathematical model for vehicle routing problem in collecting

- perishable products,” *DYNA*, vol. 82, no. 189, pp. 199–206, Feb. 2015,
- [10] C. E. Azofeifa, “Aplicación de la Simulación Monte Carlo en el cálculo del riesgo usando Excel,” *Tecnología en Marcha*, vol. 17, no. 1, pp. 99–109, 2004,
- [11] B. D’Amico and F. Pomponi, “Accuracy and reliability: A computational tool to minimise steel mass and carbon emissions at early-stage structural design,” *Energy and Buildings*, vol. 168, pp. 236–250, 2018,
- [12] F. E. Montmeat, J. Zemkoski, A. D. Patton, and D. J. Cumming, “Power System Reliability II—Applications and a Computer Program,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 84, no. 7, pp. 636–643, 1965,
- [13] A. D. Patton, A. K. Ayoub, and C. Singh, “Power system reliability evaluation,” *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 1, no. 3, pp. 139–150, 1979,
- [14] Billinton R Karki R, “Application of Monte Carlo simulation to generating system well-being analysis,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 1172–1177, 1999,
- [15] A. M. Al-Shaalan, *Reliability Evaluation of Power Systems*. 2019.
- [16] R. Billinton, H. Chen, and R. Ghajar, “Time-series models for reliability evaluation of power systems including wind energy,” *Microelectronics Reliability*, vol. 36, no. 9, pp. 1253–1261, 1996,
- [17] R. Karki, *Reliability of Renewable Power Systems*, vol. 4. Elsevier, 2017.
- [18] S. F. Abdelsamad, W. G. Morsi, and T. S. Sidhu, “Impact of wind-based distributed generation on electric energy in distribution systems embedded with electric vehicles,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 6, no. 1, pp. 79–87, 2015,
- [19] A. Alferidi and R. Karki, “Development of probabilistic reliability models of photovoltaic system topologies for system adequacy evaluation,” *Applied Sciences (Switzerland)*, vol. 7, no. 2, pp. 1–16, 2017,
- [20] J. Zhang and F. Guo, “Statistical modification analysis of helical planetary gears based on response surface method and Monte Carlo simulation,” *Chinese Journal of Mechanical Engineering (English Edition)*, vol. 28, no. 6, pp. 1194–1203, 2015,
- [21] C. Xun, X. Long, and H. Hua, “Effects of random tooth profile errors on the dynamic behaviors of planetary gears,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 415, pp. 91–110, 2018,
- [22] J. Wang, S. Yang, Y. Liu, and R. Mo, “Analysis of load-sharing behavior of the multistage planetary gear train used in wind generators: Effects of random wind load,” *Applied Sciences (Switzerland)*, vol. 9, no. 24, 2019,
- [23] G. Box, “[Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations]: Response,” *Technometrics*, vol. 30, no. 1, p. 38, 1988,
- [24] R. S. Rao, C. G. Kumar, R. S. Prakasham, and P. J. Hobbs, “The Taguchi methodology as a statistical tool for biotechnological applications: A critical appraisal,” *Biotechnology Journal*, vol. 3, no. 4, pp. 510–523, 2008,
- [25] G. Taguchi, “Performance analysis design,” *International Journal of Production Research*, vol. 16, no. 6, pp. 521–530, 1978.
- [26] N. D. Cox, “Tolerance Analysis by Computer,” *Journal of Quality Technology*, vol. 11, no. 2, pp. 80–87, Apr. 1979,
- [27] D. Evans, “A positioning servomechanism with a finite time delay and a signal limiter,” *IRE Transactions on Automatic Control*, vol. 2, no. 1, pp. 17–28, Feb. 1957,
- [28] D. H. Evans and D. R. Falkenburg, “Computer Programs for the Quadrature Approximation for Statistical Tolerancing,” *Journal of Quality Technology*, vol. 8, no. 2, pp. 108–114, Apr. 1976,
- [29] H. Alkhadafe, A. Al-Habaibeh, and A. Lotfi, “Condition monitoring of helical gears using automated selection of features and sensors,” *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 93, pp. 164–177, 2016,
- [30] X. Deng, S. Wang, H. Youssef, L. Qian, and Y. Liu, “Study on the influence of key design parameters on lubrication characteristics of a novel gear system applying Taguchi method,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2020,
- [31] T. Koide, D. Matsuura, A. Tamura, T. Yasugi, and T. Mori, “Gear and Bearing Failure Detection Using Vibration Monitoring and Mahalanobis-Taguchi System,” pp. 1–6, 2015,
- [32] N. M. Mehat, N. S. Zakarria, and S. Kamaruddin, “Investigating the effects of blending ratio and injection parameters on the tensile properties of glass fiber-filled nylon 66 composite gear,” *Applied Mechanics and Materials*, vol. 548–549, pp. 43–47, 2014,
- [33] M. Iglesias, A. Fernández del Rincón, A. M. De-Juan, P. Garcia, A. Diez, and F. Viadero, “Planetary gear profile modification design based on load sharing modelling,” *Chinese Journal of Mechanical Engineering (English Edition)*, vol. 28, no. 4, pp. 810–820, 2015,
- [34] E. Wildhaber, “Measuring Tooth Thickness of Involute Gears,” 1923.