

# Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial



Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 20 (2023) 389-400

# Ley de control óptima de un AUV funcionando con un único motor

# Cristina Cerrada'\*, Dictino Chaos, David Moreno-Salinas, Joaquín Aranda

Departamento de Informática y Automática, Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), C/Juan del Rosal, nº16, 28040, Madrid, España.

**To cite this article:** Cerrada, C., Chaos, D., Moreno-Salinas, D., Aranda, J. 2023. Optimal control law of an AUV using a single thruster. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial 20, 389-400. https://doi.org/10.4995/riai.2023.19034

## Resumen

En este artículo se plantea el problema de optimización de una ley de control para minimizar el error cuadrático integral al conducir un AUV (*Autonomous Underwater Vehicle*, vehículo autónomo submarino) actuado con un único motor desde un punto de partida hasta una zona de recuperación deseada. Así mismo se muestran dos posibles soluciones de control y se discute su implementación en el vehículo. Para la optimización de la ley de control se utilizarán los algoritmos genéticos y se proponen dos soluciones: En la primera se optimiza la ley de control muestreada en función del tiempo. La segunda, a partir de una ley de control representada mediante una serie de Fourier, emplea una acción de control óptima en función de la orientación del vehículo. El correcto funcionamiento de las soluciones propuestas se demuestra mediante una serie de simulaciones que consideran distintas condiciones y situaciones posibles.

*Palabras clave:* Control automático de sistemas marinos y subacuáticos, control óptimo, control no lineal, acomodación de fallos en sistemas de control.

# Optimal control law of an AUV using a single thruster

### Abstract

The present paper presents an optimization problem of a control law to minimize the integral square error produced by driving an AUV (Autonomous Underwater Vehicle) using a single thruster from a start point to a desired recovery area. In addition, two possible control solutions and their implementation in the real vehicle are studied. Genetic algorithms are employed to optimize the control law and two solutions are proposed. In the first solution, a control law sampled as a function of time is optimized. In the second solution, from a control law represented by a Fourier series, an optimal control action that is a function of the orientation of the vehicle is used. The correct functioning of the proposed solutions is demonstrated through a series of simulations that consider different conditions and possible situations.

Keywords: Automatic control of marine and underwater systems, optimal control, nonlinear control, fault-tolerant control.

### 1. Introducción

Las profundidades de los océanos están repletas de zonas por explorar, recursos naturales por descubrir y de diversidad de especies que preservar. Con el fin de explotar las posibilidades ofrecidas por los océanos, intentando minimizar el impacto del ser humano, es preciso utilizar las herramientas adecuadas.

Durante los últimos veinte años los AUVs (Autonomous Underwater Vehicles, vehículos autónomos submarinos) han si-

\*Autor para correspondencia: criscerrada@dia.uned.es

do cada vez más utilizados en el mar, tanto a nivel de investigación como comercial, mostrando un gran potencial y proyección de futuro. (Álvarez et al., 2009) y (Mondal and Banerjee, 2019). La flexibilidad, autonomía, fiabilidad, relativo bajo coste (Yang et al., 2021) y sostenibilidad (Ozturk, 2021) que presentan estos vehículos hace que sean capaces de desarrollar tareas de inspección, exploración, mapeo, localización y seguimiento de objetivos de manera efectiva y precisa, pudiendo sustituir a los ROVs (*Remotely Operated Vehicles*, vehículos operados re-

Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

motamente) o incluso a los humanos en múltiples misiones en el mar. Su autonomía y flexibilidad les permite también realizar tareas colaborativas o misiones complejas como se muestra en los trabajos (Ghabcheloo et al., 2009), (Moreno-Salinas et al., 2016) y (Crasta et al., 2018).

El buen funcionamiento de los AUVs es crucial para el éxito de las misiones que desempeñan. En el momento en que se produce una avería en el sistema o los actuadores, se pone en riesgo la integridad del vehículo pudiéndose llegar a perder el AUV o a poner en peligro a personas, animales o el medio ambiente. Por tanto, el análisis de fallos, que comprende la detección, el aislamiento y la acomodación, es un tema de especial interés dentro de este campo. La detección de fallos se centra en el reconocimiento de un mal funcionamiento en el sistema, el aislamiento se encarga de identificar la causa que lo provoca y la acomodación determina las acciones o controles a realizar para contener el fallo (Podder and Sarkar, 2001), (Puig et al., 2004a) y (Puig et al., 2004b). Se pueden encontrar múltiples trabajos dedicados a la detección y el aislamiento de fallos (Antonelli, 2003) y (Liu et al., 2022). El presente trabajo se enmarca dentro de la acomodación y el control óptimo, es decir, la determinación de las acciones de control óptimas a realizar en caso de fallo.

En la literatura existe una gran cantidad de trabajos previos que han tratado diferentes enfoques y soluciones para determinar acciones de control ante fallos. Se puede hacer una división entre los que analizan el problema para los vehículos sobreactuados, que son la mayoría de trabajos, y los que estudian los vehículos subactuados. Generalmente, la estrategia empleada en los vehículos sobreactuados es contar con motores suficientes para que en caso de avería de uno de ellos, se pueda reorganizar el reparto de fuerzas entre los motores restantes y el vehículo pueda continuar en movimiento sin perder ningún grado de libertad. Se pueden encontrar ejemplos de esto en (Sarkar et al., 2002), (Rauber et al., 2012), (Pugi et al., 2018) y (Baldini et al., 2018). Es interesante mencionar los trabajos realizados en (Ding and Zhu, 2020), donde aparte de la reorganización de esfuerzos en los motores, se propone un control basado en algoritmos de predicción de modelo (Model Predictive Control, MPC), en (Lv et al., 2020), (Corradini et al., 2011), (Hao et al., 2020) y (Hao et al., 2021b), donde la reorganización de los esfuerzos se combina con el control en modo deslizante, en (Hou et al., 2022), donde se utiliza el control difuso, y en (Wang et al., 2020) y (Hao et al., 2021a), donde la reorganización se ha empleado junto con el control difuso basado en el modelo difuso de Takagi-Sugeno. Por otra parte, (Li et al., 2022) y (Li et al., 2021) desarrollan el control tolerante a fallos junto con su estimador. Se puede consultar (Amin and Hasan, 2019) para más referencias.

Cabe destacar el trabajo realizado en (Chaos et al., 2022), donde al contrario que en los casos anteriores, se considera la situación extrema de tener que controlar un AUV que de partida es subactuado, ya que por la configuración normal de sus cuatro motores no tiene actuación en dos de los seis grados de libertad (traslación lateral y cabeceo), y que además, debido a una avería tan sólo cuenta con un único motor funcionando para conducirlo hasta una zona de recuperación deseada. Al contar con un único motor para mover el vehículo, éste ve disminuidos sus grados de libertad al extremo y por tanto, limitada su movilidad. La solución proporcionada consiste en una acción de control para realizar una trayectoria en forma de hélice orientada hacia la zona de recuperación del vehículo.

En relación al desarrollo de controles óptimos es posible encontrar diferentes algoritmos, que van desde los tradicionales, como el de punto interior, a los heurísticos, como el algoritmo *Simulated Annealing*, los algoritmos genéticos (*Genetic Algorithm, GA*), el de optimización de enjambre de partículas (*Particle Swarm Optimization, PSO*) o los algoritmos *HSA* (*Harmony Search Algorithm*) y *FOA* (*Firefly Optimization Algorithm*), entre otros.

Algunos de los trabajos que combinan control óptimo y control ante fallos son (Pearson et al., 2001), donde se emplea el algoritmo *Simulated Annealing* para optimizar el control de un AUV o en (Tian et al., 2022), donde se plantea el problema de optimización robusta de mínimo-máximo para optimizar un controlador difuso mediante el algoritmo cooperativo de optimización de enjambre de partículas (*Cooperative Particle Swarm Optimization, CPSO*). En ambos casos los vehículos son sobreactuados.

También es interesante destacar los trabajos (Zhu et al., 2021), (Zhang and Zhu, 2021) y (Zhu et al., 2011), donde se utilizan métodos heurísticos *PSO* con el fin de reorganizar los esfuerzos en los motores ante un fallo, en los que se considera un vehículo submarino tripulado en lugar de uno autónomo.

Por último, en (Leonetti et al., 2013), (Ahmadzadeh et al., 2014b) y (Ahmadzadeh et al., 2014a) se investigan políticas de control ante fallos para superar el fallo producido en el motor de un AUV mediante aprendizaje por refuerzo. Para encontrar las mejores soluciones, en los tres trabajos se presenta un problema de optimización que se resuelve aplicando distintos algoritmos. En (Leonetti et al., 2013) el algoritmo empleado es *Modified Price, Simulated Annealing* para (Ahmadzadeh et al., 2014b) y finalmente, (Ahmadzadeh et al., 2014a) introduce *Differential Evolution*, un algoritmo genético de clasificación no dominada por el elitismo. El enfoque propuesto en estos trabajos puede ser utilizado tanto para AUVs que pierden grados de libertad y se convierten en subactuados tras un daño como para sobreactuados.

Se puede observar como la mayoría de los trabajos sobre control tolerante a fallos estudian soluciones para vehículos sobreactuados. En contraposición, en el presente artículo se estudian acciones de control óptimas cuando el fallo aparece en un vehículo subactuado y además dicho fallo reduce al mínimo las acciones de control posibles. Esta misma situación es la planteada en (Chaos et al., 2022), que se diferencia notablemente del resto al demostrar que es posible el rescate de un vehículo utilizando un único motor. Puesto que esta configuración de control es totalmente novedosa surge la cuestión de averiguar si existen soluciones mejores que la estudiada en dicho trabajo. Esta cuestión se explora en el presente artículo mediante el desarrollo de controles óptimos, extendiendo los resultados presentados en las XLIII Jornadas de Automática de CEA en (Cerrada et al., 2022).

De este modo, se plantea el problema de optimización que encuentra la acción de control que minimiza el error cuadrático integral de la trayectoria para conducir un AUV actuado con un único motor desde un punto de partida hasta una zona de recuperación deseada. Para este fin, se consideran dos estrategias de control distintas, mostrándose en simulación la capacidad de

Ŵ

ambos esquemas y comparando las soluciones que proporcionan. La primera estrategia estudia una señal de control muestreada en el tiempo y utiliza las acciones de control en cada instante de muestreo como parámetro a optimizar. A priori ésta sería la mejor solución que se podría encontrar, pero presenta ciertos inconvenientes que hacen que no sea conveniente para usarla en tiempo real de forma experimental. La segunda estrategia, que pretende evitar los problemas planteados por la anterior, analiza una ley de control en función del ángulo de orientación del AUV con respecto al destino y representa esta función mediante una serie de Fourier. En ambos casos se utilizan los algoritmos genéticos como herramienta de optimización.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta la formulación del problema, incluyendo la notación y el modelo del vehículo, así como la descripción de las soluciones estudiadas. Los resultados se muestran en la Sección 3 y finalmente, las conclusiones y trabajos futuros se detallan en la Sección 4.

#### 2. Formulación del problema

En este trabajo se considera un AUV, denominado MEDU-SA (Abreu et al., 2016), compuesto de dos cuerpos con forma de torpedo, dos motores frontales encargados del control de la velocidad de avance y de la velocidad angular de guiñada, y dos motores verticales para el control de la profundidad y el ángulo de balanceo, como se muestra en la Figura 1. La configuración de los motores produce que el vehículo sea subactuado, ya que posee 4 motores y 6 grados de libertad. El AUV está diseñado con flotabilidad positiva, de tal forma que, en caso de fallo, el vehículo emerge a la superficie sin necesidad de acciones de control adicionales, por esta razón, el control de emergencia en la superficie se estudia en un plano 2D horizontal.



Figura 1: AUV MEDUSA.

### 2.1. Notación y modelo del vehículo

Se emplean dos sistemas de referencia que siguen la convención estándar en sistemas navales (SNAME, 1950): el sistema de referencia centrado en el cuerpo y el sistema de referencia inercial, véase la Figura 2. El origen del sistema de referencia centrado en el cuerpo se encuentra en el centro de masas del AUV y las velocidades referidas a este sistema son  $\mathbf{v} = [u; v; r]^T$ , donde *u* es la velocidad de avance, *v* es la velocidad lateral, y *r* es la velocidad angular de guiñada. Por otra parte, las velocidades en el sistema de referencia inercial son  $\mathbf{V} = [\dot{x}; \dot{y}; \dot{\psi}]^T$ , donde el punto indica la derivada temporal de una variable de modo que  $\dot{x}$  es la velocidad a lo largo del eje  $\mathbf{X}$ ,

 $\dot{y}$  es la velocidad a lo largo del eje **Y**,  $\psi$  es el ángulo que forma la orientación del vehículo con el eje **X** y  $\dot{\psi}$  es la velocidad angular de guiñada.

Partiendo de las consideraciones anteriores, el modelo cinemático del AUV queda definido como:

$$\dot{x} = u \cdot \cos(\psi) - v \cdot \sin(\psi) \tag{1}$$

$$\dot{y} = u \cdot \sin(\psi) + v \cdot \cos(\psi)$$
 (2)

$$= r$$
 (3)

Considerando un funcionamiento normal en el escenario 2D, el vehículo es controlado por los dos motores frontales, con entradas  $a_s$  y  $a_p$ , como referencia de velocidad de giro del motor a estribor (*starboard*) y a babor (*port*), respectivamente, siendo éstas comandos de referencia adimensionales normalizados para el controlador interno de las hélices en el rango [-100, 100]. Cada hélice produce una fuerza proporcional al cuadrado de su propia velocidad angular, que es positiva (empuja hacia delante) si la acción de control es negativa. De este modo, la fuerza producida como respuesta a la acción de control se define con las ecuaciones (4) y (5).

$$F_s(a_s) = K \cdot |a_s| \cdot a_s \tag{4}$$

$$F_p(a_p) = K \cdot |a_p| \cdot a_p \tag{5}$$

donde *K* es la constante proporcional que relaciona las acciones de control con la fuerza producida. La fuerza total es el resultado de la suma de las fuerzas de ambos motores  $F_M = F_p(a_p) + F_s(a_s)$ , los cuales producen también el momento  $\tau_M = L \cdot (F_p(a_p) - F_s(a_s))$ , donde *L* es la distancia de cada motor al eje de simetría del vehículo.



Figura 2: Ejes de coordenadas.

Para el caso de estudio considerado, el vehículo tiene un funcionamiento con el motor de estribor averiado, dejando de funcionar. Por tanto, la acción de control recae sólo en el motor disponible, reduciendo la fuerza total y el momento a  $F = F_p(a_p)$  y  $\tau_M = L \cdot F_p(a_p)$ , respectivamente, y permite únicamente un control parcial de la velocidad de avance y del ángulo de guiñada. De acuerdo con (Fossen, 2002), (Aguiar and Pascoal, 2001) y teniendo en cuenta las particularidades del caso de estudio, el modelo dinámico resulta:

$$m_u \cdot \dot{u} - m_v \cdot v \cdot r + D_u(u) \cdot u = F = F_p(a_p) \tag{6}$$

$$m_v \cdot \dot{v} + m_u \cdot u \cdot r + D_v(v) \cdot v = 0 \tag{7}$$

$$m_r \cdot \dot{r} - m_{uv} \cdot u \cdot v + D_r(r) \cdot r = \tau = L \cdot F_p(a_p)$$
(8)

donde  $m_u$ ,  $m_v$  y  $m_r$  son las constantes de masa y de inercia (se considera la masa del vehículo más la masa añadida por la interacción con el agua de alrededor), y  $m_{uv} = m_u - m_v$ . Debido a la rotación del sistema de referencia del cuerpo, aparecen los términos de Coriolis  $v \cdot r$ ,  $u \cdot r$ , y  $u \cdot v$ . Por último, los términos  $D_u(u) = -X_u - X_{|u|} \cdot |u|$ ,  $D_v(v) = -Y_v - Y_{|v|} \cdot |v|$ , y  $D_r(r) = -N_r - N_{|r|} \cdot |r|$  son producidos por las fuerzas disipativas del agua, siendo  $X_u, X_{|u|}, Y_v, Y_{|v|}, N_r, N_{|r|}$  los coeficientes hidrodinámicos, que por convención son negativos, siendo por lo tanto  $D_u(u), D_v(v)$  y  $D_r(r)$  positivos.

### 2.2. Descripción de las leyes de control

En (Chaos et al., 2022) se diseñó una ley de control para que el sistema convergiera a un entorno del origen desde cualquier condición inicial, de tal forma que el AUV pudiera ser conducido empleando un único motor hasta una zona deseada (de recuperación). Esta ley de control estaba definida por la siguientes ecuaciones:

$$\psi_r = atan2(y_r - y, x_r - x) \tag{9}$$

$$a_p = a_0 + \Delta a \cdot sign(\sin(\psi + \Delta \psi - \psi_r))$$
(10)

donde  $a_p$  es la señal de control del motor de babor como referencia (adimensional) de velocidad de giro del mismo,  $\psi_r$  es la dirección deseada en radianes, definida por las coordenadas del punto de destino  $[x_r, y_r]$  y por las coordenadas de la posición del vehículo [x, y],  $a_0$  es un valor constante de la señal de control,  $\Delta a$  es la magnitud del cambio de la señal de control respecto a  $a_0$ , con un valor tal que  $a_p$  siempre sea positiva, y  $\Delta \psi$  es una corrección que se aplica al ángulo para que el vehículo se dirija de la forma más recta posible a su destino.

Partiendo de la solución presentada en (Chaos et al., 2022), que demuestra que es posible controlar el vehículo con un solo motor, en este trabajo se busca mejorar la ley de control minimizando la función de coste definida por una discretización del error cuadrático integral de la trayectoria entre el punto inicial y la zona de recuperación.

A modo de simplificación en la notación, se agrupan las siguientes variables en el vector de estados  $\chi = [x, y, \psi, u, v, r]$ , cuya derivada temporal  $\dot{\chi} = f(\chi, a_p)$  queda definida por las ecuaciones (1 - 8) y se define  $\theta$  como un vector de coeficientes  $\theta_i$  para parametrizar la ley de control. La forma exacta de esta parametrización se discutirá en los apartados 2.2.1 y 2.2.2. De esta forma el problema de optimización queda formulado genéricamente como sigue:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg\min J(\boldsymbol{\theta}) \tag{11a}$$

$$J(\theta) = \Delta T \cdot \sum_{i=0}^{n} (x_r - x_i)^2 + (y_r - y_i)^2$$
(11b)

$$t_i = i \cdot \Delta T \tag{11c}$$

$$\chi_i = \chi(t_i) \tag{11d}$$

$$a_p(t_i) = g(\chi_i, \boldsymbol{\theta}, t_i) \tag{11e}$$

$$a_{pmin} \le a_p(t_i) \le a_{pmax} \tag{11f}$$

$$\chi_{i+1} = \chi_i + \Delta T \cdot f(\chi_i, a_p(t_i)) \tag{11g}$$

siendo  $\theta^*$  el vector que contiene la parametrización óptima de la ley de control (11e), *J* la función de coste,  $x_i e y_i$  las coordenadas en el instante  $i \cdot \Delta T$  aplicando recursivamente la ecuación (11g) en función de la ley de control  $a_p$ ,  $\Delta T$  el periodo de muestreo, *i* el número de muestra y *n* el número final de muestras fijado como la división entre un tiempo de fin de muestreo  $T_f y \Delta T$ . En todas las pruebas presentadas en este trabajo se ha utilizado  $T_f = 600s y \Delta T = 0,1s$ , excepto en el apartado 3.3 donde se han necesitado valores de  $T_f$  mayores. La función de coste (11b) es una versión discreta del error cuadrático integral (ISE) sujeta a una aproximación por el método de Euler de la dinámica del sistema y las restricciones de las acciones de control, por este motivo el cuadrado de la distancia al objetivo se multiplica por  $\Delta T$  y se suma.

Además, en (11f) se establece un límite superior  $a_{pmax} = 60$ e inferior  $a_{pmin} = -60$ , cuyo valor corresponde con el 60 % de la velocidad de giro máxima de las hélices del motor y que definen un intervalo seguro de acción de control para el funcionamiento de los actuadores.

### 2.2.1. Ley de control parametrizada en función del tiempo

Con la intención de mejorar la ley de control (10), en primer lugar se realiza una parametrización en función del tiempo, cuyo objetivo es encontrar el valor óptimo de la señal de control en cada paso de simulación. Así, la ecuación genérica (11e) se transforma en (12), donde cada parámetro  $\theta_i$  es la propia acción de control  $a_p$  aplicada en cada instante de muestreo.

$$a_p(t_i) = g(\chi_i, \boldsymbol{\theta}, t_i) = \theta_i, \ \forall i \in [0, n]$$
(12)

Se utilizan algoritmos genéticos en la búsqueda del mejor valor del parámetro  $\theta_i$  (adimensional) para cada paso, incluyendo los límites  $\theta_{max}$  y  $\theta_{min}$ . Se fija el valor de  $\theta_{max} = a_{pmax}$ , para garantizar que la ley de control no va a superar en ningún caso este valor y se va a trabajar en la zona segura de los actuadores. En el caso de  $\theta_{min}$  se analizan dos límites diferentes:  $\theta_{min1} = 0$  para limitar la acción de control a valores positivos y  $\theta_{min2} = a_{pmin}$  para permitir valores negativos.

A pesar de que este método permite obtener trayectorias más directas y que mejoran la función de coste con respecto a la ley de control (10), el hecho de optimizar con una parametrización temporal discreta hace que la señal óptima pueda resultar discontinua, oscilando rápidamente entre los valores máximo y mínimo en un periodo de muestreo  $\Delta T$ . Esto no es deseable para el funcionamiento de los actuadores, pudiendo provocar el deterioro de los mismos.

Otro inconveniente es que la optimización tarda demasiado tiempo para ser usado en tiempo real, alrededor de 150 minutos, ya que para implementar la estrategia anterior en lazo cerrado sería necesario recalcular la acción de control en cada periodo de muestreo, lo que no es factible en la práctica.

No obstante es útil para explorar soluciones que mejoren lo máximo posible el desempeño del vehículo y que sirvan como base de comparación con otras estrategias factibles, como se puede comprobar en la Sección 3.

Esta situación plantea la necesidad de encontrar una solución alternativa que, además de mejorar la función de coste, proporcione una ley de control sencilla y capaz de ser implementada en el vehículo real. (14)

# 2.2.2. Ley de control parametrizada en función del ángulo como una serie de Fourier

En segundo lugar se analiza la ley de control  $a_p(t_i) = g(\alpha_i, \theta, t_i)$ , para  $i \in [0, n]$ , donde  $\alpha_i$  es la orientación relativa del vehículo con respecto al punto de destino en el instante  $t_i$  expresada en radianes, i.e.,  $\alpha_i = \psi_i - \psi_r$ . La ley de control se define a partir de una serie de Fourier, parametrizando sus coeficientes  $\theta$ , con el propósito de crear un control suave frente al tiempo, que pueda ser utilizado en el AUV. La ley de control quedaría de la forma:

$$\psi_r = atan2(y_r - y_i, x_r - x_i) \tag{13}$$

$$\alpha_i = \psi_i - \psi_r$$

$$h(\alpha_i, \boldsymbol{\theta}) = \frac{b_0}{2} + \sum_{j=1}^{N} (b_j \cdot \cos\left(j \cdot \alpha_i\right) + c_j \cdot \sin\left(j \cdot \alpha_i\right))$$
(15)

$$a_p(t_i) = g(\alpha_i, \theta, t_i) = \min(a_{pmax}, \max(a_{pmin}, h(\alpha_i, \theta))) \quad (16)$$

La serie de Fourier se genera como una suma de cosenos y senos (Tolstov and Silverman, 1976) siguiendo la ecuación (15), donde N es el número de orden de la serie y  $b_0$ ,  $b_j$  y  $c_j$  son los coeficientes que tienen que optimizarse.

En este caso, los algoritmos genéticos se utilizan para encontrar los coeficientes óptimos que generen la ley de control que conduzca al AUV desde el punto inicial al deseado minimizando la función de coste *J*. Por tanto,  $\theta = [b_0; b_j; c_j], \forall j \in$ [1, N] deja de ser la acción de control óptima para cada instante de tiempo, como ocurría en la parametrización en función del tiempo, y pasa a ser un vector de coeficientes óptimos con los que generar una ley de control que determine las acciones de control en función del ángulo  $\alpha_i$ . Como consecuencia de esto, la parametrización de  $\theta$  no garantiza directamente que los valores de la acción de control adimensional tengan los mismos límites que antes:  $\theta_{min1} = 0$  ó  $\theta_{min2} = -60$  y  $\theta_{max} = 60$ . Así que, es necesario establecer ese límite directamente en la ley de control (16) para garantizar que se trabaja en la zona segura de los actuadores.

Es interesante mencionar que si el motor averiado fuera el de babor, la acción de control  $a_s$  se calcularía igual que en (16) reemplazando simplemente  $h(\alpha_i)$  con  $h(-\alpha_i)$ . Obsérvese que, debido a la simetría del vehículo, el motor de babor averiado es una reflexión especular del motor de estribor averiado y dicha reflexión especular no afecta a la dinámica del vehículo, únicamente cambia el signo de los ángulos involucrados. No sería por tanto necesario repetir la optimización y la solución obtenida es válida para ambos motores.

### 2.3. Algoritmo de optimización

Los problemas de optimización planteados, en general, presentan múltiples mínimos locales. Por tanto, los métodos tradicionales de optimización convexa, como los algoritmos de punto interior (Boyd and Vandenberghe, 2004), no producen resultados deseados y no son capaces de aproximarse al mínimo global. Es necesario utilizar métodos más robustos que permitan ampliar el espacio de búsqueda de soluciones, como el algoritmo de simulated annealing (van Laarhoven and Aarts, 1987) o los algoritmos genéticos (Kramer, 2017). Se decide trabajar con los algoritmos genéticos por ser los que proporcionan mejores resultados para los problemas de optimización con restricciones planteados.

Los algoritmos genéticos son un método para resolver tanto problemas de optimización con restricciones como sin ellas. Están inspirados en la selección natural, en el proceso que dirige la evolución biológica. Los algoritmos generan una población de puntos en cada iteración combinando las características de la generación anterior y realizan una selección aleatoria de los descendientes asignando más probabilidad a los más aptos. Además, los algoritmos introducen mutaciones en la siguiente población considerando una componente aleatoria a partir de la población actual, que permite salir de los mínimos locales. Finalmente, el algoritmo genético utilizado en este trabajo utiliza elitismo, que mantiene siempre al mejor miembro de la población encontrado hasta el momento.

En la optimización con algoritmos genéticos es esencial ajustar adecuadamente las características de tamaño de población, que indica el número de individuos en cada generación, número de generaciones máximo, que define el número máximo de iteraciones antes de que el algoritmo pare, y valor de tolerancia, para detener el algoritmo cuando el cambio relativo medio del mejor valor de la función de coste es menor o igual que éste. Los valores seleccionados para estas características son un tamaño de población de 200, un número de generaciones máximo de  $10^4$  y un valor de tolerancia de  $10^{-20}$ , para la ley de control parametrizada en función del ángulo como una serie de Fourier.

### 3. Resultados

Con el fin de comparar fácilmente las diferencias obtenidas entre las distintas leyes de control analizadas y probar las mejoras conseguidas, se realizan simulaciones de las trayectorias realizadas por el AUV y las señales de control producidas por cada una de las leyes de control bajo las siguientes condiciones: punto inicial  $X_0 = [-20 - 20]m$ , punto final  $X_f = [0 0]m$  y tiempo final de simulación de 600s. Las simulaciones se desarrollan en el entorno MATLAB R2022a a partir de una integración numérica basada en el método de Euler. El programa calcula el vector de estados  $\chi$  y su derivada temporal  $\dot{\chi}$  en función del modelo del vehículo, de la ley de control correspondiente, el punto inicial y final y el tiempo final de simulación. Una vez finalizados los cálculos, los resultados se presentan en forma de gráficas.

Para la comparación de las soluciones se define el siguiente índice de mejora:

$$Mejora = \frac{J_{ref} - J_{sol}}{J_{ref}} \cdot 100\%$$
(17)

donde  $J_{ref}$  es el resultado de la función de coste definida en (11a) para la ley de control de referencia mostrada en las ecuaciones (9 - 10), con los parámetros  $a_0 = 45$ ,  $\Delta a = 15$  y  $\Delta \psi = -63^o$  utilizados en (Chaos et al., 2022), que son los que producen los mejores resultados en dicho trabajo, y  $J_{sol}$  es el resultado de la función de coste que optimiza las leyes de control propuestas en este trabajo. El resumen de estos resultados se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1: Coste e índice de mejora para los distintos controles.

| Control                    | $J(m^2 \cdot s)$    | Mejora (%) |
|----------------------------|---------------------|------------|
| Referencia                 | $1,0870 \cdot 10^5$ | 0          |
| Parametrización del tiempo | $7,9929 \cdot 10^4$ | 26,47      |
| Parametrización del ángulo | $7,9811 \cdot 10^4$ | 26,56      |

También se analiza el comportamiento de las leyes de control ante un cambio en las condiciones iniciales y la influencia de corrientes, con el objetivo de probar la robustez de las mismas, en las secciones 3.2 y 3.3, respectivamente.

# 3.1. Trayectorias y señales de control desde el punto inicial $X_0$

En las Figuras 3 y 4 se muestran la trayectoria producida por la ley de referencia (9 - 10) y su correspondiente señal de control que servirán de referencia para comparar las alternativas propuestas en el presente trabajo.



Figura 3: Trayectoria para la ley de control de referencia (9 - 10) en azul y punto de destino en rojo.

En la Figura 3 se comprueba como el vehículo realiza una trayectoria con forma de hélice que se dirige y finalmente rodea el punto de destino  $X_f$ .



Figura 4: Señal de control producida por (9 - 10).

La Figura 4 muestra como la señal de control conmuta entre dos valores hasta que a los 420s deja de conmutar y se mantiene girando a velocidad constante alrededor del punto de destino.

# 3.1.1. Ley de control parametrizada en función del tiempo

El resultado óptimo encontrado mediante el método de algoritmos genéticos para la ley de control parametrizada en función del tiempo (12) puede verse en las Figuras 5 y 6. Este resultado se ha obtenido para  $\theta_i \in [0, 60]$ , es decir, el mejor resultado se encuentra en el rango donde todas las acciones de control  $a_p$ son siempre positivas. La función de coste es un 26,47 % mejor que la obtenida en (Chaos et al., 2022), según el criterio (17). Si se compara la trayectoria de la Figura 5 con la de referencia en la Figura 3, se puede comprobar como avanza de forma más directa hacia el punto final.



Figura 5: Trayectoria para la ley de control (12) en verde y punto de destino en rojo.

El principal problema que surge en esta ley de control es que presenta cambios bruscos en cortos espacios de tiempo, como se ve en la Figura 6. Esta oscilación se mantiene en el tiempo y no se estabiliza en un valor constante, lo que supone un gran esfuerzo de control que podría dañar los actuadores, por lo que no es adecuada para ser implementada en el vehículo real.



Figura 6: Señal de control producida por la ley de control (12).

# 3.1.2. Ley de control parametrizada en función del ángulo como una serie de Fourier

El resultado que optimiza a la vez que suaviza la señal de control se ha obtenido mediante una serie de Fourier de orden N=5, calculada según la ecuación (15). La ley de control en función del ángulo se genera, por tanto, mediante las ecuaciones (13 - 16) y los coeficientes óptimos que aparecen en la Tabla 2.

Tabla 2: Coeficientes óptimos de la serie de Fourier con N=5.

| $b_0 = 98,38$ | $b_1 = 29,02$ | $c_1 = -9,59$ | $b_2 = -5,88$ |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $c_2 = -3,12$ | $b_3 = 3,679$ | $c_3 = -0,47$ | $b_4 = -0.93$ |
| $c_4 = -6,08$ | $b_5 = -4,40$ | $c_5 = -2,87$ |               |

La función de coste en este caso mejora un 26,56 % la de referencia, que es un resultado similar e incluso mejor que el conseguido por la parametrización en función del tiempo. Este resultado es importante ya que significa que la acción de control en función del tiempo no está consiguiendo encontrar el mínimo global sino un mínimo local. Obsérvese que la parametrización en el tiempo contiene, como caso particular, la secuencia de control de la Figura 8, luego el mínimo global no puede ser superior al *J* del control parametrizado en función del ángulo. Este resultado es importante ya que sugiere que la estructura de control (13 - 16), pese a ser muy simple, tiene un funcionamiento próximo al óptimo global.

Al observar la trayectoria de la Figura 7, se aprecia un comportamiento parecido a la trayectoria de la Figura 5 en cuanto a un avance más directo hacia el punto de destino, sin embargo, la trayectoria en la Figura 7 presenta un comportamiento mucho más suave.



Figura 7: Trayectoria para la ley de control (13 - 16) en amarillo y punto de destino en rojo.

En la Figura 8 se ve como la señal de control presenta cambios suaves en el tiempo. Esta señal tiene un comportamiento cualitativo similar al de la señal de control de referencia en la Figura 4 y se puede observar como a partir de t=300s, que es donde alcanza el entorno del punto de destino, comienza a converger hacia un valor estable de 40,36. Junto con la simplicidad de implementación, esto confiere homogeneidad a la ley de control (13 - 16) y permite que sea implementada en el vehículo real.



Figura 8: Señal de control producida por la ley de control (13 - 16).

### 3.1.3. Comparativa de las leyes de control

Al superponer las trayectorias producidas por las tres leyes de control, la de referencia, la parametrizada en el tiempo y la de Fourier en la Figura 9, se puede ver como la trayectoria de referencia (en azul) en cada vuelta se desplaza en promedio un poco hacia el punto final, la trayectoria o btenida con (12) (en verde) alterna desplazamientos largos y cortos (eso sugiere también que es subóptima) y la trayectoria obtenida con (13 -16) (en amarillo) tiene desplazamientos largos de manera constante a lo largo de toda la trayectoria.



Figura 9: Superposición de las trayectorias para las leyes de control:(9 - 10) en azul, (12) en verde, (13 - 16) en amarillo y punto de destino en rojo.

Por otra parte, en la Figura 10 se observa, tanto en el eje **X** como en el **Y**, como los desplazamientos producidos por la ley de control (12) (en color verde) y por la ley de control (13 - 16) (en color amarillo) alcanzan antes un entorno cercano al punto de destino (línea roja) que los producidos por (9 - 10)(en azul). En concreto, para (12) y para (13 - 16) se alcanza aproximadamente en t=300s y para (9 - 10) en t=400s. Por tanto se comprueba que las trayectorias de la parametrización en función del tiempo y en función del ángulo presentan un avance más directo hacia el destino que el de la ley de control de referencia.



Figura 10: Gráficas comparativas del avance en el eje  $\mathbf{X}$ , y en el eje  $\mathbf{Y}$  frente al tiempo para la ley de control de referencia (9 - 10) (en azul), la ley de control (12) (en verde) y la ley de control (13 - 16) (en amarillo). La línea roja representa las coordenadas del punto de destino.

# 3.2. Cambio de condiciones iniciales

Se plantea ahora la implicación que supone un cambio en las condiciones iniciales para las soluciones propuestas. Se emplean a continuación las mismas condiciones iniciales que en (Chaos et al., 2022) para poder seguir comparando las soluciones propuestas con la referencia y comprobar la robustez de las mismas.

Tabla 3: Condiciones iniciales usadas en la simulación.

| X <sub>0</sub> | <i>x</i> ( <i>m</i> ) | <i>y</i> ( <i>m</i> ) | $\psi(rad)$ | u(m/s) | v(m/s) | r(rad/s) |
|----------------|-----------------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|
| Α              | -20                   | -20                   | 0           | 0      | 0      | 0        |
| В              | -10                   | 20                    | $\pi/2$     | 0      | 0      | 0        |
| C              | 20                    | 20                    | 0           | 1      | 1      | 1        |
| D              | 20                    | -10                   | $-\pi/2$    | 0      | 0      | 0        |

En la Tabla 3 se resumen todas las condiciones iniciales, el punto A corresponde con la condición analizada en los ejemplos anteriores. B, C y D son nuevas condiciones iniciales.

Las trayectorias desde cada una de las condiciones iniciales de la Tabla 3 para la ley de control de referencia (9 - 10) se pueden ver en la Figura 11.



Figura 11: Trayectorias para la ley de control de referencia (9 - 10) desde las condiciones iniciales A, B, C y D en azul y punto de destino en rojo.

### 3.2.1. Ley de control parametrizada en función del tiempo

El efecto que tiene un cambio en las condiciones iniciales para la ley de control (12) es que se tiene que optimizar de nuevo cada una de las acciones de control para cada paso de la simulación, al ser únicas para cada caso concreto. Si se intenta aplicar la señal de control anteriormente calculada y mostrada en la Figura 6, no se conseguirá alcanzar el punto de destino, como se aprecia en la Figura 12. Una forma más robusta de realizar el control sería utilizar una estrategia de horizonte deslizante donde se aplicase la primera muestra de la señal de control y se volviese a recalcular en cada paso de iteración. Pero dado el elevado tiempo de convergencia del algoritmo de optimización (alrededor de 150 minutos), incluso partiendo de una condición inicial próxima al óptimo resulta imposible realizar el cálculo de la señal de control en tiempo real.



Figura 12: Trayectoria desde la condición inicial B aplicando la ley de control (12) para la condición A (se aleja del punto de destino,  $X_f$ ).

De este modo, se debe recalcular la señal de control óptima desde las condiciones iniciales B, C y D, se consiguen trayectorias convergentes al punto de destino como se muestra en la Figura 13. La señal sigue presentando cambios bruscos y en el porcentaje de mejora no aparecen cambios significativos al modificar la condición inicial, como se aprecia en la Tabla 4. Esto indica que la optimización es robusta y consigue mejorar a la de referencia en la misma proporción independientemente de donde se empiece. En la Figura 13 puede verse como las distintas trayectorias siguen alternando desplazamientos largos y cortos.

Tabla 4: Porcentaje de mejora para la ley de control (12) y las condiciones iniciales A, B, C y D.

| Condición inicial | А     | В     | С     | D     |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| Mejora (%)        | 26,47 | 27,06 | 25,63 | 25,98 |



Figura 13: Trayectorias para la ley de control (12) desde las condiciones iniciales A, B, C y D en verde y punto de destino en rojo.

# 3.2.2. Ley de control parametrizada en función del ángulo como una serie de Fourier

En este caso no es necesario volver a calcular los coeficientes aunque se modifiquen las condiciones iniciales, ya que la ley de control permanece invariante. El comportamiento del sistema bajo la acción de control es cualitativamente idéntica, variando sólo el tiempo de asentamiento, alrededor de t = 270s para las condiciones B y D y de t = 350s para C, como se muestra en la Figura 15. El porcentaje de mejora se muestra en la Tabla 5 y no presenta grandes variaciones, por lo que la ley de control es bastante robusta y apta para su uso en el vehículo real.

Tabla 5: Porcentaje de mejora para la ley de control (13 - 16) y las condiciones iniciales A, B, C y D.

| Condición inicial | A      | В     | C     | D     |
|-------------------|--------|-------|-------|-------|
| Mejora (%)        | 26, 56 | 27,26 | 26,65 | 27,18 |

En la Figura 14 se observan las trayectorias y se aprecia que siguen la tendencia de realizar desplazamientos largos hacia el punto de destino comparado con las alternativas anteriores.



Figura 14: Trayectorias para la ley de control (13 - 16) desde las condiciones iniciales A, B, C y D en amarillo y el punto de destino en rojo.



Figura 15: Señales de control producidas por la ley de control (13 - 16) desde las condiciones iniciales A, B, C y D.

#### 3.3. Robustez de la ley de control frente a corrientes

Por último, se va a estudiar la influencia que tiene sobre las leyes de control que aparezca una corriente constante. En concreto, se prueba una corriente de deriva en la dirección del eje **Y**, aunque sería igualmente válida una corriente en otra dirección. Tomando una vez más el trabajo realizado en (Chaos et al., 2022) como referencia, se considera una velocidad constante  $v_c$ y se reemplaza en las simulaciones la ecuación cinemática (2) por la ecuación (18). Esta velocidad no puede ser superior a  $v_f$ , la velocidad media que el vehículo puede alcanzar bajo la acción de control (Chaos et al., 2022), porque en otro caso, el vehículo sería incapaz de avanzar en contra de la corriente.

$$\dot{y} = u \cdot \sin(\psi) + v \cdot \cos(\psi) + v_c \tag{18}$$

Se van a analizar 4 niveles distintos de intensidad de corriente,  $v_c = 0, 1v_f, 0, 4v_f, 0, 7v_f y 0, 9v_f$  para un  $v_f = 6,62cm/s$ obtenido en (Chaos et al., 2022) y desde una condición inicial  $X_0 = [-20m, 20m, 0, 0, 0, 0]^T$ . En las Figuras 16 y 17 se muestra el efecto de la corriente en la trayectoria de referencia. Como era de esperar, al aumentar la intensidad de la corriente, al vehículo le cuesta más alcanzar el punto de destino y necesita más tiempo para llegar a él.



Figura 16: Trayectorias para la ley de control de referencia (9 - 10) bajo el efecto de una corriente constante conocida en la dirección del eje **Y**:  $v_c = 0, 1v_f, 0, 4v_f, 0, 7v_f$  y  $0, 9v_f$ .



Figura 17: Gráficas comparativas del avance en el eje **X**, y en el eje **Y** frente al tiempo para la ley de control de referencia (9 - 10) bajo el efecto de una corriente constante conocida en la dirección del eje **Y**:  $v_c = 0.1v_f, 0.4v_f, 0.7v_f$  y  $0.9v_f$ . La línea roja representa las coordenadas del punto de destino.

# 3.3.1. Ley de control parametrizada en función del tiempo

Al igual que ocurría con el cambio de condiciones iniciales, al introducir distintos niveles de intensidad de corriente es necesario volver a optimizar los parámetros de la ley de control (12) para cada caso. Es importante destacar para este caso que la velocidad de deriva, aparte de ser constante, se supone que es *medible*, ya que su valor se utiliza durante la fase de optimización.

La nueva optimización de los parámetros intenta que las acciones de control compensen el efecto de la corriente con el propósito de avanzar de la forma más directa posible al punto de destino y, como consecuencia, el tiempo empleado en el cálculo de los parámetros óptimos se incrementa al aumentar la corriente. Las señales de control que se obtienen siguen presentando cambios bruscos en cortos espacios de tiempo, pero es interesante ver el resultado de las trayectorias en las Figuras 18 y 19.



Figura 18: Trayectorias para la ley de control (12) bajo el efecto de una corriente constante conocida en la dirección del eje **Y**:  $v_c = 0.1v_f, 0.4v_f, 0.7v_f$  y  $0.9v_f$ .



Figura 19: Gráficas comparativas del avance en el eje **X**, y en el eje **Y** frente al tiempo para la ley de control (12) bajo el efecto de una corriente constante conocida en la dirección del eje **Y**:  $v_c = 0.1v_f, 0.4v_f, 0.7v_f$  y  $0.9v_f$ . La línea roja representa las coordenadas del punto de destino.

Si se comparan las Figuras 17 y 19, se observa como en la Figura 17 se tarda más tiempo en alcanzar el entorno del punto

de destino para cada incremento de corriente. Concretamente, pasa de t = 470s para  $v_c = 0,1v_f$  a t = 6000s para  $v_c = 0,9v_f$ , mientras que en la Figura 19 pasa de t = 370s para  $v_c = 0,1v_f$ a t = 840s para  $v_c = 0,9v_f$ .

El porcentaje de mejora de la ley de control (12) bajo el efecto de la corriente se presenta en la Tabla 6. Se ha calculado para los valores de tiempo definidos en la tabla y aplicando la ecuación (17). Como se puede ver, la ley de control (12) mejora en casi un 25 % la de referencia para una velocidad de corriente  $v_c = 0, 1v_f$ , que es un resultado ligeramente inferior a los obtenidos para los cambios en las condiciones iniciales. Sin embargo, a medida que aumenta la intensidad de la corriente, mayor es el porcentaje de mejora, alcanzando casi un 60 % para  $v_c = 0,9v_f$ .

Tabla 6: Porcentaje de mejora para la ley de control (12) bajo el efecto de una corriente constante conocida en la dirección del eje **Y**.

| Corriente, $v_c$ ( <i>cm</i> / <i>s</i> ) | 0,1 <i>v</i> <sub>f</sub> | 0,4 <i>v</i> <sub>f</sub> | $0,7v_{f}$ | $0,9v_{f}$ |
|---|---------------------------|---------------------------|------------|------------|
| Tiempo (s)                                | 600                       | 600                       | 800        | 1000       |
| Mejora (%)                                | 24,76                     | 32,63                     | 42,63      | 58,75      |

# 3.3.2. Ley de control parametrizada en función del ángulo como una serie de Fourier

Una vez más el comportamiento de la ley de control (13 -16) resulta ventajoso frente a la solución (12) y la ley de control de referencia (9 - 10). A diferencia del caso anterior, donde se suponía que la corriente era medible y se optimizaba el control para compensar dicha corriente, en este caso la ley de control se mantiene invariante. El rechazo a perturbaciones aparece de forma inherente en la realimentación sin ser necesario ningún tipo de ajuste. Es importante destacar que esto supone una gran ventaja para la aplicación práctica ya que permite enfrentarse a perturbaciones desconocidas. La Figura 21 muestra como el tiempo que necesita el vehículo para alcanzar el punto de destino se incrementa al aumentar la intensidad de la corriente de t = 350s para  $v_c = 0.1v_f$  a t = 920s para  $v_c = 0.9v_f$ ; aunque estos tiempo son menores que en el caso de la ley de control (9 - 10) y comparables a los de la ley de control (12). En la Figura 20 se observa como el control es más robusto ante la presencia de corrientes que el de referencia.



Figura 20: Trayectorias para la ley de control (13 - 16) bajo el efecto de una corriente constante conocida en la dirección del eje **Y**:  $v_c = 0.1v_f, 0.4v_f, 0.7v_f$  y  $0.9v_f$ .



Figura 21: Gráficas comparativas del avance en el eje **X**, y en el eje **Y** frente al tiempo para la ley de control (13 - 16) bajo el efecto de una corriente constante conocida en la dirección del eje **Y**:  $v_c = 0.1v_f, 0.4v_f, 0.7v_f \ge 0.9v_f$ . La línea roja representa las coordenadas del punto de destino.

Por último, en la Tabla 7 se ha calculado el porcentaje de mejora de la ley de control (13 - 16) bajo el efecto de la corriente para los valores de tiempo definidos en la tabla y aplicando la ecuación (17). Al igual que pasaba con la ley de control (12), el porcentaje de mejora aumenta al incrementar la intensidad de la corriente. La ley de control (13 - 16) mejora en casi un 28 % la de referencia para una velocidad de corriente  $v_c = 0, 1v_f$ , que es un resultado parecido a los obtenidos para los cambios en las condiciones iniciales, y alcanza casi un 56 % para  $v_c = 0, 9v_f$ , que es ligeramente inferior al obtenido para (12).

Tabla 7: Porcentaje de mejora para la ley de control (13 - 16) bajo el efecto de una corriente constante conocida en la dirección del eje **Y**.

| Corriente, $v_c$ ( <i>cm</i> / <i>s</i> ) | $0,1v_{f}$ | $0,4v_{f}$ | $0,7v_{f}$ | $0,9v_{f}$ |
|---|------------|------------|------------|------------|
| Tiempo (s)                                | 600        | 600        | 800        | 1000       |
| Mejora (%)                                | 27,53      | 33,44      | 44,81      | 55,46      |

### 4. Conclusiones y trabajos futuros

En este artículo se ha estudiado el problema de optimización de leyes de control que minimizan el error cuadrático integral de la trayectoria producida al conducir un AUV, denominado MEDUSA, actuado con un único motor desde un punto inicial hasta una zona de recuperación determinada.

Para abordar este problema se ha partido de la solución presentada en (Chaos et al., 2022), donde la ley de control oscila entre dos valores fijos positivos en función de la posición y orientación del vehículo, y se han propuesto dos mejoras: una ley de control parametrizada en función del tiempo y una ley de control parametrizada en función del ángulo como una serie de Fourier. En ambos casos se han empleado los algoritmos genéticos para determinar los valores óptimos de los controles.

En vista de los resultados obtenidos, la ley de control en función del tiempo (12) que, asumiendo la convergencia del algoritmo genérico al óptimo global, está diseñada para producir el mejor desempeño posible en términos del coste cuadrático integral, obtiene una trayectoria más directa y mejora claramente el coste respecto a la solución planteada en (Chaos et al., 2022). Además posee un mejor rechazo a perturbaciones constantes conocidas. No obstante, dicha estrategia presenta un comportamiento discreto con variaciones bruscas de un intervalo a otro. Por tanto, se concluye que no es adecuada para los actuadores del vehículo, ni apta para el tiempo real por el elevado tiempo de cálculo de la optimización.

Por otro lado, la ley de control parametrizada en función del ángulo como una serie de Fourier consigue optimizar la ley de control propuesta en (Chaos et al., 2022), manteniendo un nivel similar de rendimiento a la estrategia óptima parametrizada en el tiempo, es suficientemente suave y sencilla para poder implementarse en el control del vehículo real sin problema para los actuadores, es flexible para soportar cambios en las condiciones iniciales sin necesidad de volver a optimizar los coeficientes, presenta un desempeño parecido a la ley de control discretizada en el tiempo que se usa como representación de la mejor solución posible en términos de coste, y es bastante robusta ante el efecto de una corriente constante, aplicada con distintos grados de intensidad.

De este modo, se obtiene una ley de control sencilla, que puede ser utilizada en el vehículo real y que mejora el desempeño con respecto a la ley de control (9 - 10), como se muestra en la Sección 3. Otra ventaja es que aunque la optimización lleva mucho tiempo como en el caso de la parametrización en el tiempo, sólo es necesario realizarla una vez, porque al conocer los parámetros óptimos en función de la orientación del vehículo respecto al punto de destino, la ley de control puede aplicarse de forma directa y rápida, no hay que recalcular los coeficientes a medida que el vehículo avanza o si cambian algunas condiciones como el punto desde donde se produce la avería o la existencia de una corriente. Todo esto favorece su implementación en el AUV.

Por tanto, se abre una línea de trabajo futuro para implementar en el sistema ROS del vehículo real la ley de control basada en una aproximación por una serie de Fourier y comprobar los resultados experimentalmente para su uso como control de emergencia para AUVs del tipo MEDUSA (para otro tipo de AUVs habría que estudiar su configuración de motores y adaptar el control).

Otra línea interesante de trabajo futuro sería optimizar también el consumo energético de la solución que minimiza el error de la trayectoria para que haya un compromiso entre el rendimiento y el consumo.

Por último, sería interesante probar otros algoritmos de optimización, como el de enjambre de partículas (*Particle Swarm Optimization, PSO*), el algoritmo HSA (Harmony Search Algorithm) o el FOA (Firefly Optimization Algorithm) y analizar si se obtienen soluciones similares a las obtenidas mediante algoritmos genéticos.

### Agradecimientos

Este artículo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación a través del proyecto con referencia PID2020-112502RB-C44. Este artículo es la versión extendida de (Cerrada et al., 2022) presentado a las XLIII Jornadas de Automática de CEA y premiado con el Premio Automar Jesús Manuel de la Cruz al mejor artículo del Grupo Temático Automar.

### Referencias

- Abreu, P. C., Botelho, J., Gois, P., Pascoal, A., Ribeiro, J., Ribeiro, M., Rufino, M., Sebastiao, L., Silva, H., 2016. The MEDUSA class of autonomous marine vehicles and their role in EU projects. In: OCEANS 2016 - Shanghai. pp. 1–10.
- Aguiar, A., Pascoal, A., 2001. Regulation of a nonholonomic autonomous underwater vehicle with parametric modeling uncertainty using Lyapunov functions. In: Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on. Vol. 5. pp. 4178–4183.
- Ahmadzadeh, S. R., Kormushev, P., Caldwell, D. G., 2014a. Multi-objective reinforcement learning for AUV thruster failure recovery. In: 2014 IEEE Symposium on Adaptive Dynamic Programming and Reinforcement Learning (ADPRL). pp. 1–8.
- Ahmadzadeh, S. R., Leonetti, M., Carrera, A., Carreras, M., Kormushev, P., Caldwell, D. G., 2014b. Online discovery of AUV control policies to overcome thruster failures. In: 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). pp. 6522–6528.
- Álvarez, C., Saltarén, R., Aracil, R., García, C., 2009. Concepción, Desarrollo y Avances en el Control de Navegación de Robots Submarinos Paralelos: el Robot REMO-I. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 6 (3), 92–100.
- Amin, A. A., Hasan, K. M., 2019. A review of Fault Tolerant Control Systems: Advancements and applications. Measurement 143, 58–68.
- Antonelli, G., 2003. A Survey of Fault Detection/Tolerance Strategies for AUVs and ROVs. In: Caccavale, F., Villani, L. (Eds.), Fault Diagnosis and Fault Tolerance for Mechatronic Systems:Recent Advances. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp. 109–127.
- Baldini, A., Ciabattoni, L., Felicetti, R., Ferracuti, F., Freddi, A., Monteriu, A., 2018. Dynamic surface fault tolerant control for underwater remotely operated vehicles. ISA Transactions 78, 10–20.
- Boyd, S., Vandenberghe, L., 2004. Convex Optimization. Cambridge University Press, Cambridge.
- Cerrada, C., Chaos, D., Moreno-Salinas, D., Aranda, J., 2022. Optimización ley de control para un AUV funcionando con un único motor. In: XLIII Jornadas de Automática. pp. 1–8.
- Chaos, D., Moreno-Salinas, D., Aranda, J., 2022. Fault-Tolerant Control for AUVs Using a Single Thruster. IEEE Access 10, 22123–22139.
- Corradini, M. L., Monteriu, A., Orlando, G., 2011. An Actuator Failure Tolerant Control Scheme for an Underwater Remotely Operated Vehicle. IEEE Transactions on Control Systems Technology 19 (5), 1036–1046.
- Crasta, N., Moreno-Salinas, D., Pascoal, A. M., Aranda, J., 2018. Multiple autonomous surface vehicle motion planning for cooperative range-based underwater target localization. Annual Reviews in Control 46, 326–342.
- Ding, X., Zhu, D., 2020. Research on Static Fault-tolerant Control Method of UUV Based on MPC in Two Dimension. In: 2020 Chinese Control And Decision Conference (CCDC). pp. 5333–5338.
- Fossen, T. I., 2002. Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles. Marine Cybernetics AS, Trondheim.
- Ghabcheloo, R., Aguiar, A. P., Pascoal, A., Silvestre, C., Kaminer, I., Hespanha, J., 2009. Coordinated Path-Following in the Presence of Communication Losses and Time Delays. SIAM Journal on Control and Optimization 48 (1), 234–265.
- Hao, L.-Y., Zhang, H., Li, H., Li, T.-S., 2020. Sliding mode fault-tolerant control for unmanned marine vehicles with signal quantization and time-delay. Ocean Engineering 215, 107882.
- Hao, L.-Y., Zhang, H., Li, T.-S., Lin, B., Chen, C. L. P., 2021a. Fault Tolerant Control for Dynamic Positioning of Unmanned Marine Vehicles Based on T-S Fuzzy Model With Unknown Membership Functions. IEEE Transactions on Vehicular Technology 70 (1), 146–157.
- Hao, L.-Y., Zhang, Y.-Q., Li, H., 2021b. Fault-tolerant control via integral sliding mode output feedback for unmanned marine vehicles. Applied Mathematics and Computation 401, 126078.
- Hou, C., Li, X., Wang, H., Zhai, P., Lu, H., 2022. Fuzzy linear extended states observer-based iteration learning fault-tolerant control for autonomous underwater vehicle trajectory-tracking system. IET Control Theory & Applications, 1–14.
- Kramer, O., 2017. Genetic Algorithm Essentials. Springer International Publishing AG, part of Springer Nature, Cham.
- Leonetti, M., Ahmadzadeh, S. R., Kormushev, P., 2013. On-line learning to recover from thruster failures on Autonomous Underwater Vehicles. In: 2013 OCEANS - San Diego. pp. 1–6.

- Li, H., Pan, J., Zhang, X., Yu, J., 2021. Integral-based event-triggered fault estimation and impulsive fault-tolerant control for networked control systems applied to underwater vehicles. Neurocomputing 442, 36–47.
- Li, H., Xu, J., Yu, J., 2022. Discrete Event-Triggered Fault-Tolerant Control of Underwater Vehicles Based on Takagi-Sugeno Fuzzy Model. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 1–11.
- Liu, F., Tang, H., Qin, Y., Duan, C., Luo, J., Pu, H., 2022. Review on fault diagnosis of unmanned underwater vehicles. Ocean Engineering 243, 110290.
- Lv, T., Zhou, J., Wang, Y., Gong, W., Zhang, M., 2020. Sliding mode based fault tolerant control for autonomous underwater vehicle. Ocean Engineering 216, 107855.
- Mondal, K., Banerjee, T., 2019. Autonomous Underwater Vehicles: Recent Developments and Future Prospects. International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology 7, 215–222.
- Moreno-Salinas, D., Pascoal, A., Aranda, J., 2016. Optimal Sensor Placement for Acoustic Underwater Target Positioning With Range-Only Measurements. IEEE Journal of Oceanic Engineering 41 (3), 620–643.
- Ozturk, A., 2021. Lessons Learned from Robotics and AI in a Liability Context: A Sustainability Perspective. In: Carpenter, A., Johansson, T. M., Skinner, J. A. (Eds.), Sustainability in the Maritime Domain: Towards Ocean Governance and Beyond. Springer International Publishing, Cham, pp. 315–335.
- Pearson, A. R., Sutton, R., Burns, R. S., Robinson, P., 2001. A Fuzzy Fault Tolerant Control Scheme for an Autonomous Underwater Vehicle. IFAC Proceedings Volumes 34 (7), 425–430.
- Podder, T. K., Sarkar, N., 2001. Fault-tolerant control of an autonomous underwater vehicle under thruster redundancy. Robotics and Autonomous Systems 34 (1), 39–52.
- Pugi, L., Allotta, B., Pagliai, M., 2018. Redundant and reconfigurable propulsion systems to improve motion capability of underwater vehicles. Ocean Engineering 148, 376–385.
- Puig, V., Quevedo, J., Escobet, T., Morcego, B., Ocampo, C., 2004a. Control Tolerante a Fallos (Parte I): Fundamentos y Diagnóstico de Fallos. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 1 (1), 15–31.
- Puig, V., Quevedo, J., Escobet, T., Morcego, B., Ocampo, C., 2004b. Control Tolerante a Fallos (Parte II): Mecanismos de Tolerancia y Sistema Supervisor. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial 1 (2), 5–21.
- Rauber, J. G., Santos, C. H. F. d., Chiella, A. C. B., Motta, L. R. H., 2012. A strategy for thruster fault-tolerant control applied to an AUV. In: 2012 17th International Conference on Methods Models in Automation Robotics (MMAR). pp. 184–189.
- Sarkar, N., Podder, T. K., Antonelli, G., 2002. Fault-accommodating thruster force allocation of an AUV considering thruster redundancy and saturation. IEEE Transactions on Robotics and Automation 18 (2), 223–233.
- SNAME, 1950. Nomenclature for Treating the Motion of a Sumerged Body Through a Fluid. Tech. rep., The Society of naval Architects and Marine Engineers, series: Technical and research bulletin N<sup>o</sup> 3-47.
- Tian, Q., Wang, T., Liu, B., Ran, G., 2022. Thruster Fault Diagnostics and Fault Tolerant Control for Autonomous Underwater Vehicle with Ocean Currents. Machines 10 (7), 582.
- Tolstov, G. P., Silverman, R. A., 1976. Fourier Series. Dover Publications, Inc., New York.
- van Laarhoven, P. J. M., Aarts, E. H. L., 1987. Simulated annealing. Springer Netherlands, Dordrecht, pp. 7–15.
- Wang, Y., Jiang, B., Wu, Z., Xie, S., Peng, Y., 2020. Adaptive Sliding Mode Fault-Tolerant Fuzzy Tracking Control With Application to Unmanned Marine Vehicles. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 1–10.
- Yang, Y., Xiao, Y., Li, T., 2021. A Survey of Autonomous Underwater Vehicle Formation: Performance, Formation Control, and Communication Capability. IEEE Communications Surveys & Tutorials 23 (2), 815–841.
- Zhang, H., Zhu, D., 2021. Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization Fault-Tolerant Control for Human Occupied Vehicle. In: Liu, X.-J., Nie, Z., Yu, J., Xie, F., Song, R. (Eds.), Intelligent Robotics and Applications. Lecture Notes in Computer Science. Springer International Publishing, Cham, pp. 628–637.
- Zhu, D., Liu, Q., Hu, Z., 2011. Fault-tolerant control algorithm of the manned submarine with multi-thruster based on quantum-behaved particle swarm optimisation. International Journal of Control 84 (11), 1817–1829.
- Zhu, D., Wang, L., Hu, Z., Yang, S. X., 2021. A Grasshopper Optimizationbased fault-tolerant control algorithm for a human occupied submarine with the multi-thruster system. Ocean Engineering 242, 110101.